

Pour cocher, il suffit de cliquer !

Nom et prénom :

## Fondamentaux des mathématiques II printemps 2019

Sommes de Riemann, intégrales, équations différentielles linéaires  
exercices d'entraînement

**Règlement** – L'épreuve dure ??? minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints.

Cochez une seule réponse par question.

### Sur les primitives (I)

Question [prim-1]

$$\int (2x^3 + 4x + 5) dx =$$

$6x^2 + 4 + C$

$\frac{x^4}{2} + 2x^2 + 5x + C$

$2x^4 + 4x^2 + 5x + C$

$\frac{x^4}{3} + 4x^3 + 5x^2 + C$

Question [prim-3]

$$\int \tan x dx =$$

$-\ln |\cos x| + C$

$\ln |\sin x| + C$

$\ln |\cos x| + C$

$-\ln |\sin x| + C$

Question [prim-4]

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x+2}} =$$

$\sqrt{x+2} + C$

$2\sqrt{x+2} + C$

$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(x+2)^{3/2}} + C$

$\frac{1}{2} \ln |x+2| + C$

Question [prim-5]

$$\int \sqrt{x+3} dx =$$

$\frac{1}{2} \sqrt{x+3} + C$

$\frac{1}{2\sqrt{x+3}} + C$

$\frac{2}{3} (x+3)^{3/2} + C$

$\arcsin(x+3) + C$

Question [prim-6]

$$\int \frac{dx}{3x+1} =$$

- $\frac{1}{3 \ln|3x+1|} + C$ 
  $\frac{1}{3} \ln|3x+1| + C$ 
  $\ln|3x+1| + C$ 
  $\frac{3}{(3x+1)^2} + C$
- 

Question [prim-7]

$$\int \frac{dx}{x^2+16} =$$

- $4 \arctan(x/4) + C$ 
  $\frac{1}{4} \arctan(x/4) + C$ 
  $\arctan(x/4) + C$ 
  $\arctan(4x) + C$
- 

Question [prim-8]

$$\int e^{4x+2} dx =$$

- $4e^{4x+2} + C$ 
  $e^{4x+2} + C$ 
  $\frac{1}{4}e^{4x+2} + C$ 
  $e^{4x} + 2x + C$
- 

Question [prim-9]

$$\int \cos(3x) dx =$$

- $-3 \sin(3x) + C$ 
  $\frac{1}{3} \sin(3x) + C$ 
  $\sin(3x) + C$ 
  $\tan(3x) + C$
- 

Question [prim-10]

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} =$$

- $\arcsin(x/2) + C$ 
  $2 \arcsin(x/2) + C$ 
  $\frac{1}{2} \arcsin(x/2) + C$ 
  $\sqrt{4-x^2} + C$
- 

Question [prim-2]

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx =$$

- $\frac{1}{\sin x} + C$ 
  $\tan x + C$ 
  $\frac{1}{\cos x} + C$ 
  $\frac{1}{\tan x} + C$
- 

### Sur les fractions rationnelles

Question [frac-1] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^4}{x^2 + 2x + 1}$$

est égale à :

- $x^2 - 2x + \frac{1}{(x+1)^2} + 3$ 
  $x^2 - 2x - \frac{4}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + 3$ 
  $-\frac{4}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$ 
  $-2x - \frac{4}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + 3$

**Question [frac-2]** La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

est égale à :

$\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3} + 1$ 
  $\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3}$ 
  $\frac{1}{(x-1)^3} + 1$   
  $\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + 1$

**Question [frac-3]** La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-2)^2}$$

est égale à :

$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$ 
  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-2)^2}$ 
  $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-1)^2}$   
  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$

**Question [frac-4]** La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

est égale à :

$\frac{1}{2(x-1)} - \frac{8}{x-2} + \frac{27}{2(x-3)} + 1$ 
  $\frac{1}{2(x-1)} - \frac{8}{x-2} + \frac{27}{2(x-3)}$ 
  $\frac{1}{(x-1)} - \frac{4}{x-2} + \frac{27}{(x-3)} + 1$   
  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}$

**Question [frac-5]** La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)^2(x-2)}$$

est égale à :

$-\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$ 
  $+\frac{1}{x-2} - \frac{1}{(x-1)^2}$ 
  $-\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{(x-1)^2}$ 
  $\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3}$

**Question [frac-6]** La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{x^3(x+1)}$$

est égale à :

$-\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$ 
  $-\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^3}$ 
  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \frac{1}{(x-1)^3} + 1$ 
  $\frac{3}{x+1} + \frac{3}{(x+1)^2} + 1$

Question [frac-7] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2(x^2+x+1)}$$

est égale à :

$-\frac{1}{x^2+x+1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$ 
  $-\frac{x+1}{x^2+x+1} + \frac{1}{x+1}$ 
  $-\frac{x+1}{(x^2+x+1)^2} + \frac{1}{x+1}$   
  $-\frac{x+1}{x^2+x+1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$

---

Question [frac-8] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{x^3-1}$$

est égale à :

$-\frac{x+2}{3(x^2+1)} + \frac{1}{3(x-1)} + 1$ 
  $-\frac{x+2}{3(x^2+x+1)} + \frac{1}{3(x-1)}$ 
  $-\frac{x+2}{3(x^2+x+1)} + \frac{1}{3(x-1)} + 1$   
  $\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3}$

---

Question [frac-9] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{x^3-8}$$

est égale à :

$-\frac{2(x+4)}{3(x^2+2x+4)} + \frac{2}{3(x-2)}$ 
  $-\frac{2(x+4)}{3(x^2+2x+4)} + \frac{2}{3(x-2)} + 1$ 
  $\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3}$   
  $+\frac{2}{3(x-2)^3} + 1$ 
  $\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + 1$

---

Question [frac-10] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x}{x^3-3x^2+3x-1}$$

est égale à :

$\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3} + 1$ 
  $\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3}$ 
  $\frac{1}{(x-1)^3} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1}$   
  $\frac{1}{(x-1)^3} + \frac{1}{(x-1)^2}$

---

### Sur les primitives (II)

Question [prim-trigo-1] Donner une primitive de

$$\cos^3 x$$

$\frac{\cos^4 x}{4}$ 
  $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3}$ 
  $\frac{\sin^4 x}{4}$ 
  $-3 \cos^2 x \sin x$

---

Question [prim-trigo-2] Donner une primitive de

$$\sin^3 x$$

$\frac{\cos^4 x}{4}$ 
  $-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3}$ 
  $\frac{\sin^4 x}{4}$ 
  $3 \sin^2 x \cos x$

---

CATALOGUE

Question [prim-trigo-3] Donner une primitive de

$$\sin^2 x$$

$\frac{x}{2} - \frac{\sin(2x)}{4}$ 
  $2 \sin x \cos x$ 
  $\frac{\sin^3 x}{3}$ 
  $\frac{x}{2} + \frac{\sin(2x)}{4}$

---

Question [prim-trigo-4] Donner une primitive de

$$\cos^2 x$$

$\frac{x}{2} - \frac{\sin(2x)}{4}$ 
  $2 \sin x \cos x$ 
  $\frac{\sin^3 x}{3}$ 
  $\frac{x}{2} + \frac{\sin(2x)}{4}$

---

Question [prim-trigo-5] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x + 1}$$

$x - \ln(e^x + 1)$ 
  $-\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$ 
  $\ln(e^x + 1) - x$ 
  $\ln(e^x + 1)$

---

Question [prim-trigo-6] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x + 2}$$

$\frac{x}{2} - \frac{\ln(e^x+2)}{2}$ 
  $-\frac{e^x}{(e^x+2)^2}$ 
  $\ln(e^x + 2) - x$ 
  $\ln(e^x + 2)$

---

Question [prim-trigo-7] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x - 1}$$

$-x + \ln(e^x - 1)$ 
  $-\frac{e^x}{(e^x-1)^2}$ 
  $-\ln(e^x - 1) - x$ 
  $\ln(e^x - 1)$

---

Question [prim-trigo-8] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x - 2}$$

$-\frac{e^x}{(e^x-2)^2}$ 
  $\frac{\ln(e^x-2)}{2} - \frac{x}{2}$ 
  $-\ln(e^x - 2) - x/2$ 
  $\ln(e^x - 2)$

---

Question [prim-trigo-9] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x + 3}$$

$\ln(e^x + 3) - x/3$ 
  $\frac{x}{3} - \frac{\ln(e^x+3)}{3}$ 
  $-\frac{e^x}{(e^x+3)^2}$ 
  $\ln(e^x + 3)$

---

Question [prim-trigo-10] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x - 3}$$

$-\ln(e^x - 3) + x/3$ 
  $-\frac{x}{3} + \frac{\ln(e^x-3)}{3}$ 
  $-\frac{e^x}{(e^x-3)^2}$ 
  $\ln(e^x - 3)$

Sur les équations différentielles linéaires (I)

Question [eqdiff1hom-1] Soit l'équation :

$$(E) y' = \frac{x}{1+x^2}y$$

- |                          |   |                                     |   |
|--------------------------|---|-------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = C(1+x^2), C \text{ constante.}$       | <input checked="" type="checkbox"/> | $(E) \iff y = C\sqrt{1+x^2}, C \text{ constante.}$      |
| <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = Ce^{\arctan x}, C \text{ constante.}$ | <input type="checkbox"/>            | $(E) \iff y = C\frac{e^x}{1+x^2}, C \text{ constante.}$ |

Question [eqdiff1hom-2] Soit l'équation :

$$(E) y' = (\cos x)y$$

- |                                     |  |                          |  |
|-------------------------------------|--|--------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> | $(E) \iff y = Ce^{\sin x}, C \text{ constante.}$ | <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = Ce^{\cos x}, C \text{ constante.}$ |
| <input type="checkbox"/>            | $(E) \iff y = C \arccos x, C \text{ constante.}$ | <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = C \tan x, C \text{ constante.}$    |

Question [eqdiff1hom-10] Soit l'équation :

$$(E) y' = \frac{y}{1+x^2}$$

- |                          |  |                                     |   |
|--------------------------|--|-------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = C(1+x^2), C \text{ constante.}$    | <input checked="" type="checkbox"/> | $(E) \iff y = Ce^{\arctan x}, C \text{ constante.}$ |
| <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = C \arctan x, C \text{ constante.}$ | <input type="checkbox"/>            | $(E) \iff y = C \tan x, C \text{ constante.}$       |

Question [eqdiff1hom-3] Soit l'équation :

$$(E) y' = (\sin x)y$$

- |                                     |   |                          |  |
|-------------------------------------|---|--------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> | $(E) \iff y = \frac{C}{e^{\cos x}}, C \text{ constante.}$ | <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = Ce^{\sin x}, C \text{ constante.}$ |
| <input type="checkbox"/>            | $(E) \iff y = C \tan x, C \text{ constante.}$             | <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = C \cos^2 x, C \text{ constante.}$  |

Question [eqdiff1hom-4] Soit l'équation :

$$(E) y' = (x^3 - x)y$$

- |                          |   |                                     |   |
|--------------------------|---|-------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = C(1+x^2), C \text{ constante.}$                         | <input checked="" type="checkbox"/> | $(E) \iff y = Ce^{\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}}, C \text{ constante.}$ |
| <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = C(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}), C \text{ constante.}$ | <input type="checkbox"/>            | $(E) \iff y = Ce^{x^3-x}, C \text{ constante.}$                         |

Question [eqdiff1hom-5] Soit l'équation :

$$(E) y' = (x^4 + x^2)y$$

- |                          |   |                                     |   |
|--------------------------|---|-------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = Ce^{x^4+x^2}, C \text{ constante.}$   | <input type="checkbox"/>            | $(E) \iff y = C\sqrt{x^4+x^2}, C \text{ constante.}$                    |
| <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = Ce^{\arctan x}, C \text{ constante.}$ | <input checked="" type="checkbox"/> | $(E) \iff y = Ce^{\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3}}, C \text{ constante.}$ |

Question [eqdiff1hom-6] Soit l'équation :

$$(E) y' = \sqrt{xy}$$

- |                                     |  |                          |  |
|-------------------------------------|--|--------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> | $(E) \iff y = Ce^{\frac{2x}{3}}, C \text{ constante.}$ | <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = Cx^{\frac{3}{2}}, C \text{ constante.}$    |
| <input type="checkbox"/>            | $(E) \iff y = Ce^{\sqrt{x}}, C \text{ constante.}$     | <input type="checkbox"/> | $(E) \iff y = C\frac{1}{\sqrt{x}}, C \text{ constante.}$ |

Question [eqdiff1hom-7] Soit l'équation :

$$(E) \quad xy' = -y$$

- (E)  $\iff y = Cx$ ,  $C$  constante.       (E)  $\iff y = \frac{C}{x}$ ,  $C$  constante.  
 (E)  $\iff y = Ce^{x^2}$ ,  $C$  constante.       (E)  $\iff y = Cx^2$ ,  $C$  constante.

Question [eqdiff1hom-8] Soit l'équation :

$$(E) \quad y' = xy$$

- (E)  $\iff y = Cx^2$ ,  $C$  constante.       (E)  $\iff y = Ce^{\frac{x^2}{2}}$ ,  $C$  constante.  
 (E)  $\iff y = Ce^{x^2}$ ,  $C$  constante.       (E)  $\iff y = Ce^x$ ,  $C$  constante.

Question [eqdiff1hom-9] Soit l'équation :

$$(E) \quad (\cos^2 x)y' = y$$

- (E)  $\iff y = Ce^{\tan x}$ ,  $C$  constante.       (E)  $\iff y = C \sin(2x)$ ,  $C$  constante.  
 (E)  $\iff y = Ce^{\arctan x}$ ,  $C$  constante.       (E)  $\iff y = Ce^{\cos^3 x}$ ,  $C$  constante.

### Sur les équations différentielles linéaires (II)

Question [eqdiff1part-1] Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad y' = 3y + x^2$$

- $y = e^{3x}$ .        $y = -\frac{x^2}{3} - \frac{2x}{9} - \frac{2}{27}$ .        $y = -\frac{2x}{9} - \frac{2}{27}$ .       (E) n'a pas de solution.

Question [eqdiff1part-2] Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad y' = 4y + 2x^2$$

- $y = -\frac{x}{4} + \frac{1}{16}$ .        $y = -\frac{x^2}{2} - \frac{x}{4} - \frac{1}{16}$ .        $y = 2\frac{x^2}{4} - \frac{x}{4}$ .       (E) n'a pas de solution.

Question [eqdiff1part-3] Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad y' - x^2y = 2x^2$$

- $y = x^2e^{x^3}$ .        $y = -2$ .        $y = 2\frac{x^3}{3}$ .       (E) n'a pas de solution.

Question [eqdiff1part-4] Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad y' - xy = x$$

- $y = \frac{x^2}{2} + e^x$ .        $y = -1$ .        $y = e^{x^2}$ .       (E) n'a pas de solution.

Question [eqdiff1part-5] Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad y' - x^2y = 6xe^{\frac{x^3}{3}}$$

- $y = 3x^2$ .        $y = 3x^2e^{\frac{x^3}{3}}$ .        $y = e^{\frac{x^3}{3}}$ .       (E) n'a pas de solution.

Question [eqdiff1part-6] Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad xy' + y = e^x$$

- $y = e^{1/x}$ .    
  $y = \frac{e^x}{x}$ .    
  $y = \frac{x-1}{x}$ .    
 (E) n'a pas de solution.

Question [eqdiff1part-7] Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad xy' + y = \sin x$$

- $y = -\cos x$ .    
  $y = -\frac{\cos x}{x}$ .    
  $y = \frac{\sin x}{x}$ .    
 (E) n'a pas de solution.

Question [eqdiff1part-8] Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad xy' + y = \cos x$$

- $y = x \sin x$ .    
  $y = \frac{\sin x}{x}$ .    
  $y = \tan x$ .    
 (E) n'a pas de solution.

Question [eqdiff1part-9] Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad xy' + y = \sqrt{x}$$

- $y = 3\sqrt{x}$ .    
  $y = \frac{2\sqrt{x}}{3}$ .    
  $y = x^{\frac{5}{2}}$ .    
 (E) n'a pas de solution.

Question [eqdiff1part-10] Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad xy' + y = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

- $y = 2x^{\frac{3}{2}}$ .    
  $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$ .    
  $y = \frac{1}{2x}$ .    
 (E) n'a pas de solution.

### Sur les équations différentielles linéaires (III)

Question [eqdiff2-1] Soit l'équation :

$$(E) \quad y'' + 4y' + 4y = 0$$

- (E)  $\iff y = Ae^{2x}$ ,  $A$  constante.    
 (E)  $\iff y = (Ax + B)e^{-2x}$ ,  $A, B$  constantes.
- (E)  $\iff y = Ae^{2x} + Be^{-2x}$ ,  $A, B$  constantes.    
 (E)  $\iff y = Ae^{-2x}$ ,  $A$  constante.

Question [eqdiff2-2] Soit l'équation :

$$(E) \quad y'' + y' + y = 0$$

- (E)  $\iff y = e^{-x/2}(A \cos(\sqrt{3}x/2) + B \sin(\sqrt{3}x/2))$ ,  $A, B$  constantes.    
 (E) n'a pas de solutions.
- (E)  $\iff y = Ae^{-x/2} + Be^{-\sqrt{3}x/2}$ ,  $A, B$  constantes.

Question [eqdiff2-3] Soit l'équation :

$$(E) \quad y'' - y' - y = 0$$

- (E)  $\iff y = e^{x/2}(A \cos(\sqrt{5}x/2) + B \sin(\sqrt{5}x/2))$ ,  $A, B$  constantes.
- (E)  $\iff y = Ae^{x/2} + Be^{\sqrt{5}x/2}$ ,  $A, B$  constantes.    
 (E) n'a pas de solutions.
- (E)  $\iff y = Ae^{(1+\sqrt{5})x/2} + Be^{(1-\sqrt{5})x/2}$ ,  $A, B$  constantes.



**Question [eqdiff2-4]** Soit l'équation :

$$(E) y'' - 4y' + 4y = 0$$

- (E)  $\iff y = Ae^{2x}$ ,  $A$  constante.       (E)  $\iff y = (Ax + B)e^{2x}$ ,  $A, B$  constantes.  
 (E)  $\iff y = Ae^{2x} + Be^{-2x}$ ,  $A, B$  constantes.       (E)  $\iff y = Ae^{-2x}$ ,  $A$  constante.

**Question [eqdiff2-5]** Soit l'équation :

$$(E) y'' + 8y = 0$$

- (E)  $\iff y = Ae^{4x}$ ,  $A$  constante.       (E)  $\iff y = (Ax + B)e^{2x}$ ,  $A, B$  constantes.  
 (E)  $\iff y = A \cos(2\sqrt{2}x) + B \sin(2\sqrt{2}x)$ ,  $A, B$  constantes.  
 (E)  $\iff y = Ae^{-2\sqrt{2}x} + Be^{2\sqrt{2}x}$ ,  $A, B$  constantes.

**Question [eqdiff2-6]** Soit l'équation :

$$(E) y'' - 2y' + 2y = 0$$

- (E)  $\iff y = Ae^x + Be^{-x}$ ,  $A, B$  constantes.       (E)  $\iff y = (Ax + B)e^{-x}$ ,  $A, B$  constantes.  
 (E)  $\iff y = e^x(A \cos(x) + B \sin(x))$ ,  $A, B$  constantes.       (E)  $\iff y = Ae^x + Be^{2x}$ ,  $A, B$  constantes.

**Question [eqdiff2-7]** Soit l'équation :

$$(E) 3y'' + 5y' - 12y = 0$$

- (E)  $\iff y = Ae^{2x} + Be^{3x}$ ,  $A, B$  constantes.       (E)  $\iff y = Ae^{-3x} + Be^{4x/3}$ ,  $A, B$  constantes.  
 (E)  $\iff y = e^{-3x}(A \cos(4x) + B \sin(4x))$ ,  $A, B$  constantes.  
 (E)  $\iff y = e^{4x}(A \cos(3x) + B \sin(3x))$ ,  $A, B$  constantes.

**Question [eqdiff2-8]** Soit l'équation :

$$(E) 2y'' + y' - 3y = 0$$

- (E)  $\iff y = Ae^x + Be^{-3x/2}$ ,  $A, B$  constantes.       (E)  $\iff y = (Ax + B)e^{-3x/2}$ ,  $A, B$  constantes.  
 (E)  $\iff y = Ae^{-x} + Be^{-5x}$ ,  $A, B$  constantes.       (E)  $\iff y = Ae^x$ ,  $A$  constante.

**Question [eqdiff2-9]** Soit l'équation :

$$(E) y'' + y' + 2y = 0$$

- (E)  $\iff y = Ae^{-\sqrt{7}x/2} + Be^{\sqrt{7}x/2}$ ,  $A, B$  constantes.  
 (E)  $\iff y = e^{-x/2}(A \cos(\sqrt{7}x/2) + B \sin(\sqrt{7}x/2))$ ,  $A, B$  constantes.  
 (E)  $\iff y = Ae^{-x/2} + Be^{\sqrt{7}x/2}$ ,  $A, B$  constantes.  
 (E)  $\iff y = Ae^{-x}(A \cos(4x) + B \sin(4x))$ ,  $A, B$  constantes.

**Question [eqdiff2-10]** Soit l'équation :

$$(E) 6y'' - 5y' + y = 0$$

- (E)  $\iff y = (Ax + B)e^{x/2}$ ,  $A, B$  constantes.       (E)  $\iff y = Ae^{x/2} + Be^{x/3}$ ,  $A, B$  constantes.  
 (E)  $\iff y = Ae^{2x} + Be^{3x}$ ,  $A, B$  constantes.       (E)  $\iff y = A \cos(x/2) + B \sin(x/3)$ ,  $A, B$  constantes.

## Sur les équations différentielles linéaires (IV)

**Question [equa-diffs-1]** On considère l'équation différentielle  $(E) : y'(t) = \frac{2t-1}{t^2}y(t) + 1$ . Cochez les bonnes réponses.

- La fonction  $t \mapsto y(t) = t^2$  est solution de  $(E)$  sur  $\mathbb{R}^*$   
 La fonction  $t \mapsto y(t) = t^2(1 - e^{1/t})$  est solution de  $(E)$  sur  $\mathbb{R}^*$   
 La fonction  $t \mapsto y(t) = t^2(1 + e^{-1/t})$  est solution de  $(E)$  sur  $\mathbb{R}^*$   
 La fonction  $t \mapsto y(t) = 2t^2e^{1/t}$  est solution de  $(E)$  sur  $\mathbb{R}^*$   
 La fonction  $t \mapsto y(t) = t^2(1 - e^{1/t})$  est solution de l'équation homogène associée à  $(E)$  sur  $\mathbb{R}^*$   
 Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question [equa-diffs-2]** On considère l'équation différentielle  $(E) : y''(t) = 6y'(t) - 9y(t)$ . Cochez les bonnes réponses.

- La fonction  $t \mapsto y(t) = e^{3t} - te^{3t}$  est l'unique solution de  $(E)$  vérifiant  $y(1) = 0$   
 La fonction  $t \mapsto y(t) = e^{3t} - te^{3t}$  est une solution de  $(E)$  vérifiant  $y(1) = 0$   
 Le nombre réel  $r = 3$  est solution de l'équation caractéristique associée  
 La fonction  $t \mapsto y(t) = t(e^t + e^{3t})$  est solution de  $(E)$   
 Toutes les solutions de  $(E)$  sont définies sur  $\mathbb{R}$   Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question [equa-diffs-3]** On considère l'équation différentielle  $(E) : y''(t) = 2y'(t) - 5y(t)$ . Cochez les bonnes réponses.

- La fonction  $t \mapsto y(t) = e^t \cos 2t$  est une solution de  $(E)$  vérifiant  $y(0) = 1$   
 La fonction  $t \mapsto y(t) = e^t$  est l'unique solution de  $(E)$  vérifiant  $y(1) = 0$   
 Pour tout  $\varphi \in \mathbb{R}$ , la fonction  $t \mapsto y(t) = e^t \sin 2t - \varphi$  est une solution de  $(E)$   
 L'équation caractéristique associée a deux racines réelles  
 La fonction  $t \mapsto y(t) = e^t \sin t$  est solution de  $(E)$ .  Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question [equa-diffs-4]** On considère l'équation différentielle  $(E) : y''(t) = 2y'(t) - y(t) + 2e^t$ . Cochez les bonnes réponses.

- Toute fonction de la forme  $t \mapsto P(t)e^t$ , où  $P \in \mathbb{R}_2[X]$ , est solution de  $(E)$   
 L'équation  $(E)$  admet une infinité de solutions de la forme  $t \mapsto P(t)e^t$ , où  $P$  est un polynôme de degré 2  
 L'équation  $(E)$  admet une infinité de solutions de la forme  $t \mapsto P(t)e^t$ , où  $P$  est un polynôme de degré 1  
 L'équation  $(E)$  admet une solution de la forme  $t \mapsto P(t)e^t$ , où  $P$  est un polynôme de degré 3  
 L'unique solution de  $(E)$  telle que  $y(0) = y'(0) = 0$  est  $t \mapsto t^2e^t$ .  
 Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question [equa-diffs-5]** On considère l'équation différentielle  $(E) : y'(t) = t(2y(t) + 1)$ . Cochez les bonnes réponses.

- L'équation  $(E)$  admet une infinité de solutions de la forme  $t \mapsto e^{t^2} - \frac{1}{2}$   
 L'équation  $(E)$  admet une infinité de solutions de la forme  $t \mapsto Ke^{t^2}$   
 L'équation  $(E)$  admet une infinité de solutions de la forme  $t \mapsto e^{t^2} + K$   
 L'unique solution de  $(E)$  telle que  $y(0) = -\frac{1}{2}$  est  $t \mapsto -\frac{1}{2}$ .  Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question [equa-diffs-6]** On considère une équation différentielle de la forme  $(E) : y'' + ay' + y = 1$ , où  $a$  est une constante réelle non nulle. Cochez les bonnes réponses.

- Il existe deux solutions  $y_1, y_2$  du problème homogène associé, qui ne sont pas multiples l'une de l'autre, telles que  $y - 1 \in \text{Vect}(y_1, y_2)$   
 Il existe deux solutions  $y_1, y_2$  du problème homogène associé, qui ne sont pas multiples l'une de l'autre, telles que  $y + t/a \in \text{Vect}(y_1, y_2)$   
 Le problème homogène associé admet une unique solution telle que  $y(0) = 0$   
 Si  $a = 0$ , si  $y_1, y_2$  sont les fonctions définies par  $y_1(t) = \sin(t)$  et  $y_2(t) = \cos(t)$ , alors  $y - y_2 \in \text{Vect}(1, y_1, y_2)$   
 Aucune de ces réponses n'est correcte.
- 

**Question [equa-diffs-7]** La fonction  $y$  définie pour  $x \in \mathbb{R}$  par  $y(x) = \cos(x) - \sin(x) - \frac{1}{3} \cos(2x) + 1$  est solution d'une seule des équations différentielles ci-dessous. Laquelle ?

- $y'' + y = 2 \cos^2(x)$      
   $y'' + y = 2 \sin^2(x)$      
   $y'' + y = 0$      
   $y' + y = 2 \cos^2(x)$   
  $y' + y = 2 \sin^2(x)$
-