

EXERCICE À RENDRE POUR LE VENDREDI 10 AVRIL.

Exercice 1. Soit $m \in \mathbb{N}$ tel que $\sqrt{m} \notin \mathbb{Q}$. On note Γ l'intersection de tous les sous-anneaux de \mathbb{R} qui contiennent \mathbb{Q} et \sqrt{m} . Montrer que :

$$\Gamma = \mathbb{Q} + \mathbb{Q}\sqrt{m} = \{a + b\sqrt{m} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}.$$

Indication : vérifier d'abord que $\mathbb{Q} + \mathbb{Q}\sqrt{m}$ est un sous-anneau de \mathbb{R} .