

Feuille d'exercices 5 : CONIQUES ET QUADRIQUES

Exercice 1. Déterminer la nature des coniques suivantes, leur expression réduite et les tracer.

1. $2x^2 - 4xy - y^2 - 4x + 10y - 13 = 0$
2. $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 20x + 15y = 0$
3. $3x^2 + 2xy + 3y^2 + 10x - 2y + 1 = 0$
4. $x^2 - 6xy + y^2 + 6x - 2y = 1$
5. $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 2x - 6y + 1 = 0$
6. $9x^2 + 4xy + 6y^2 - 10y = 0$
7. $2x^2 + 2\sqrt{2}xy + y^2 - \sqrt{3}y = 0$
8. $x^2 - 9y^2 + x + 9y - 2 = 0$
9. $3x^2 + 3y^2 + 6xy - 5\frac{\sqrt{2}}{2}x - 5\frac{\sqrt{2}}{2}y - 1 = 0$

Exercice 2. Déterminer la nature des quadriques suivantes ainsi que leur expression réduite.

1. $4x^2 - 9y^2 - 4z^2 + 4yz = 0$
2. $5x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 6yz + 2zx + 2x + 4y - 6z = 0$
3. $x^2 - 2xy + 2xz - 2y + x + 1 = 0$
4. $2x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 4xy - 4xz - 8yz - 1 = 0$
5. $-2x^2 + 5y^2 - 2yz + 5z^2 + 4x - 8y - 8z + 4 = 0$
6. $2x^2 + 5y^2 - 2yz + 5z^2 - 4x - 8y - 8z + 8 = 0$.

Exercice 3. Soient A et B deux points distincts du plan, I le milieu de $[A, B]$. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $MI^2 = MA \times MB$. (On peut supposer que la distance AB vaut 2).

Exercice 4. 1. Déterminer la nature de la surface d'équation $z = x^2 - y^2$.

2. Par un point donné de cette surface, combien y a-t-il de droites passant par ce point et entièrement incluses dans cette surface ?
3. Quel est le lieu des points où ces droites sont orthogonales ?