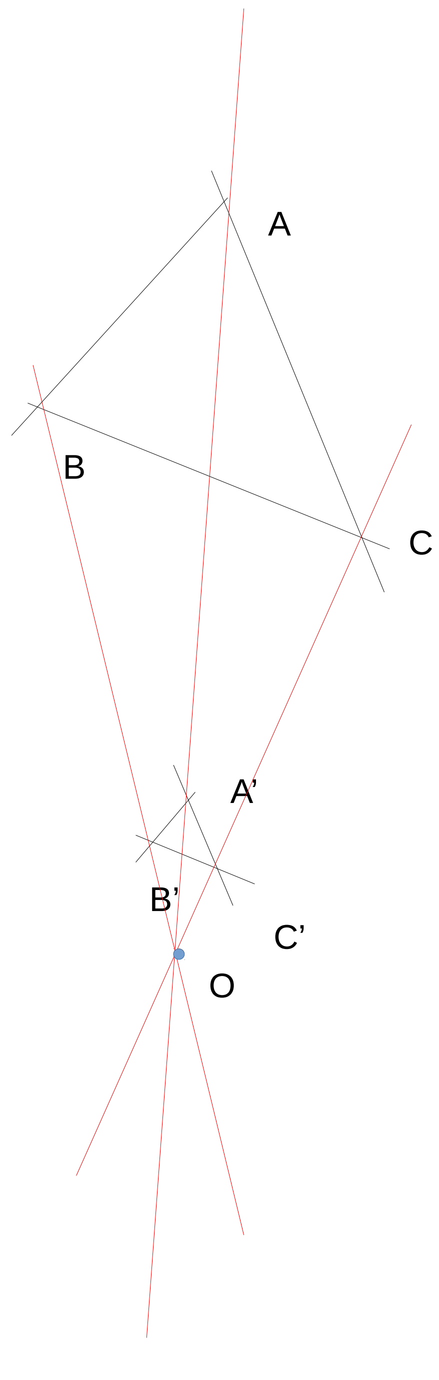
Théorème de Desargues


A
B
C
A’
B’
C’
O

Cas où (AA') et (BB') s'intersectent en un point O.

Nous allons voir que (CC') passe par O.

Soit h l'homothétie de centre O qui envoie A sur A'. D'après le théorème de Thalès, comme $(AB) \mathbin{/\mkern-6mu/} (A'B')$, $h(B) = B'$.

Comme $\vec{h} = \lambda \mathrm{Id}$ pour un certain $\lambda \in \mathbb{R}$, $h((AC))$ est une droite parallèle à (AC) passant par $h(A) = A'$: donc $h((AC)) = (A'C')$.

De même, $h((BC)) = (B'C')$.

Comme $\{C\} = (AC) \cap (BC)$, $h(C) \in h((AC)) \cap h((BC)) = (A'C') \cap (B'C') = \{C'\}$. Donc $h(C) = C'$.

Donc O, C, C' sont alignés *i.e.* $O \in (CC')$.