Théorème de Thalès

i) $\dfrac{\overrightarrow{OB'}}{\overrightarrow{OB}} = \dfrac{\overrightarrow{OA'}}{\overrightarrow{OA}}$;

ii) $h(B) = B'$;

iii) les droites (AB) et $(A'B')$ sont parallèles.

i) $\Rightarrow$ *ii)* on a : $h(M) = O + \lambda\overrightarrow{OM}$. où $\overrightarrow{OA'} = \lambda\overrightarrow{OA}$. Donc $h(B) = O + \lambda\overrightarrow{OB} = O + \overrightarrow{OB'} = B'$.

ii) $\Rightarrow$ *iii)* $\overrightarrow{A'B'} = \vec{h}(\overrightarrow{AB}) = \lambda\overrightarrow{AB}$. Donc (AB) est parallèle à $(A'B')$.

iii) $\Rightarrow$ *i)*. Exprimons $\overrightarrow{A'B'}$ dans la base $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$.

$\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{OB'} - \overrightarrow{OA'} = \mu\overrightarrow{OB} - \lambda\overrightarrow{OA}$ pour un certainréel μ car O, B, B' sont alignés. Or $\overrightarrow{A'B'} = t\overrightarrow{AB}$ pour un certain $t \in \mathbb{R}$ car $(A'B') \mathbin{/\!/} (AB)$.

Donc $\overrightarrow{A'B'} = t\overrightarrow{OB} - t\overrightarrow{OA} \Rightarrow \mu = t,\ -t = -\lambda \Rightarrow \lambda = \mu$ *i.e.* $\dfrac{\overrightarrow{OB'}}{\overrightarrow{OB}} = \dfrac{\overrightarrow{OA'}}{\overrightarrow{OA}}$.