

Deux représentations irréductibles équivalentes

Soient les deux représentations irréductibles suivantes de $G = \mathfrak{S}_3$:

$$\rho_3 : G \rightarrow \mathrm{GL}_2(\mathbb{C}), (12) \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, (123) \mapsto \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\rho'_3 : G \rightarrow \mathrm{GL}_2(\mathbb{C}), (12) \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, (123) \mapsto \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Les représentations ρ_3 et ρ'_3 sont équivalentes. En effet si

$$P = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}} & 1 \\ -\frac{2}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix}$$

on a

$$\forall g \in G, \rho_3(g) = P\rho'_3(g)P^{-1}$$

†

†. il suffit de le vérifier pour $g = (12)$ et $g = (123)$ qui engendrent G .