**Université Claude Bernard - Lyon 1** — **Semestre automne 2017-2018**

L2 - Informatique — UE : Statistiques pour l'Informatique

---

**Examen – 9 janvier 2017**

---

Loi normale

| $1-\alpha$ | 0.80 | 0.85 | 0.90 | 0.95 | 0.99 |
|---|---|---|---|---|---|
| $z_{\frac{\alpha}{2}}$ | 1.28 | 1.44 | 1.645 | 1.96 | 2.58 |

---

**Exercice 1.** Soit $X$ une variable aléatoire qui prend les valeurs $-1$, $3$ avec probabilité

$$P(X=-1)=P(X=3)=\frac{1}{2}$$

Soit $Y$ une variable aléatoire qui prend les valeurs 0, 4, 5 avec probabilité

$$P(Y=0)=P(Y=4)=P(Y=5)=\frac{1}{3}$$

Les deux variables sont indépendantes.

1. Quelle est la probabilité que $Y$ soit paire sachant que $X$ vaut $-1$ ?
2. Déterminer la variance de $X$ et la variance de $Y$.
3. Quelle est la loi de la variable aléatoire $Z=X+Y$ ?
4. Déterminer l'espérance et la variance de $Z$.

**Exercice 2.** Soit $X$ une variable aléatoire dont la densité de probabilitè est donnée par

$$\rho(x)=\begin{cases} \frac{\alpha}{\sqrt{x}} & \text{si } x\in]0,1] \\ 0 & \text{si } x\notin]0,1] \end{cases}$$

1. $\rho$ est une densité de probabilité seulement pour une valeur specifique de $\alpha$. Quelle est cette valeur ?
2. Calculer $P(-1\le X\le 1/2)$ et $P(X=1/2)$.
3. Calculer l'espérance et la variance de $X$.

*Indication : pour $a\neq -1$ la primitive de $x^a$ est $\frac{x^{a+1}}{a+1}$.*

**Exercice 3.** On s'intéresse au nombre X de visiteurs de la tour Eiffel en une journée. On suppose que $X$ suit la loi de Poisson de paramètre $\lambda_1=10000$ si la journée est pluvieuse ; et la loi de Poisson de paramètre $\lambda_2=30000$ s'il ne pleut pas. On suppose de plus qu'il pleut en moyenne un jour sur deux à Paris.

1. Rappeler l'expression de la loi de Poisson de paramétre $\lambda$, son espérance et sa variance.
2. Quelle est la probabilité que $X=k$ sachant qu'il pleut ?
3. Quelle est la probabilité que $X=k$ ?
4. Calculer $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(X^2)$, puis la variance de $X$. En déduire que $X$ ne suit pas une loi de Poisson.

**Exercice 4.** On s'intéresse au résultat d'une élection à deux tours où les candidats doivent avoir les voix d'au moins 12,5% des électeurs inscrits pour passer au deuxième tour. On veut connaître la proportion $p$ d'électeurs favorables au candidat A pour estimer ses chances de passer au deuxième tour. Pour ce faire, on interroge $n$=1000 personnes, parmi lesquelles $N$ se disent favorables au candidat A.

1. Quelle est la loi de $N$ ? Que valent son espérance et sa variance ?
2. Par quelle loi peut-on approximer $N$ ? En déduire une approximation pour la loi de la proportion $F$ d'électeurs favorables à A.
3. Une proportion $f = 0,14$ des personnes sondées se déclare favorable à A. Peut-on dire avec un niveau de confiance de 95% que le candidat A passera au second tour ?