FICHE ELEVE

SUITE

A - Somme des n premiers entiers naturels impairs

On considère la suite (I_n) définie, pour tout entier naturel non nul, par: $\mathbf{I_n = 1 + 3 + \ldots. + (2n -1)}$

1. Conjecture avec un tableur

a. Recopier les colonnes A et B jusqu'à n = 30.
b. Quelle est la formule à entrer en C3 ?
c. Recopier vers le bas la colonne C jusqu'à n = 30.
d. Conjecturer l'expression de I_n en fonction de n.

	A	B	C
1	n	2n - 1	I_n
2	1	1	1
3	2	3	4
4	3		

2. Démonstration

Démontrer la conjecture faite précédemment.

B - Découvrir une égalité

On considère les deux suites (S_n) et (P_n) définies, pour tout entier naturel n non nul, par :
$S_n = \mathbf{1 + 2 + 3 + \ldots + n}$ et $P_n = \mathbf{1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3}$.

1. Conjecture avec un tableur.

a. Recopier la colonne A jusqu'à n = 30.
b. Quelle est la formule à entrer en B3 ? en C3 ?
c. Recopier les colonnes B et C jusqu'à n = 30.
d. Quelle conjecture faites-vous ?

	A	B	C
1	n	S_n	P_n
2	1	1	1
3	2	3	
4	3		
5			

2. Démonstration

a. Vérifier que, pour tout entier $n \geq 2$, $P_n = P_{n-1} + n^3$.
b. La suite (U_n) est définie, pour tout entier naturel non nul, par : $U_n = S_n^2$.
Exprimer U_n en fonction de n.
c. Vérifier l'égalité $U_1 = P_1$ et que, pour tout entier $n \geq 2$, $U_n = U_{n-1} + n^3$
d. On admet alors que les suites (U_n) et (P_n) sont égales. En déduire la conjecture émise.

C - Suite définie par une relation de récurrence.

(u_n) est la suite définie, pour tout entier naturel n, par : $\mathbf{u_0 = 1}$ et $\mathbf{u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n + 1}}$.

1. Conjecture avec un tableur

	A	B
1	n	u_n
2	0	1
3	1	
4	2	

a. Recopier la colonne A jusqu'à n = 30.
b. Quelle est la formule à entrer en B3 ?
c. Recopier la colonne B jusqu'à n = 30?
d. Faire apparaître les valeurs de u_n sous forme de fraction.
e. Conjecturer une expression donnant, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.

2. Démonstration

a. (v_n) est la suite définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = \dfrac{1}{u_n}$. Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique ?
b. Démontrer la conjecture faite à la question 1.

FICHE PROFESSEUR

Niveau : 1$^{\text{ère}}$ S.

Objectif : Calcul rapide d'un grand nombre de termes des suites étudiées.
Recherche de l'expression, en fonction de n, du terme de rang n d'une suite.

Matériel : un tableur

Cette fiche intervient après l'étude des suites arithmétiques.
Elle utilise des exemples simples qui permet aux élèves de voir ou de revoir l'utilisation d'un tableur.
En outre les élèves ont été parfois surpris de la conjecture émise et de ce fait motivés pour en donner une démonstration.