

MASTER Mathématiques et Applications

Groupes Classiques et Géométries

CONTRÔLE CONTINU

14 Février 2017

Durée : 30 mn

Question 1

Soit \mathcal{O}_r l'ensemble des matrices de rang r de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, muni de sa topologie habituelle. Décrire l'adhérence de \mathcal{O}_r (on demande la preuve).

On ne demande pas de montrer que deux matrices sont équivalentes si et seulement si elles ont même rang.

Question 2

Soit G un groupe topologique et H un sous-groupe de G . Montrer que si H et G/H sont deux connexes alors G est connexe. Donner, sans preuve, un exemple d'application de cette propriété.

Question 3

Définir la suite des noyaux emboîtée (K_i) pour une matrice nilpotente N . Pourquoi a-t-on

$$\dim K_{i+1} - \dim K_i \leq \dim K_i - \dim K_{i-1}?$$