QCM 2003

① On convertit en cm et on fait un produit en croix

$$\begin{array}{ccc} 40 & \longrightarrow & 20\,000\,000 \\ 1 & \longrightarrow & x \end{array}$$

on a $x = \dfrac{20\,000\,000}{40} = 500\,000$

L'échelle est donc $1/500\,000$ Rép $\boxed{D}$

② On va résoudre un système de 2 ép. à 2 inconnues.
Soit x le nombre dromadaires et y le nombre de chameaux.
Alors $\begin{cases} x + 2y = 36 \\ 4x + 4y = 84 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 36 \\ x + y = 21 \end{cases}$ D'où $y = 36 - 21 = 15$ et $x = 21 - y = 6$.

Il y a 6 dromadaires et 15 chameaux $\Rightarrow$ Rép. $\boxed{B}$ et $\boxed{D}$

③ A chaque rangée on rajoute un tuyau. Si on note S le nombre de tuyaux, lorsqu'il y a 20 rangées, alors :

$$S = 20 + 19 + \dots + 2 + 1 = \frac{(20+1)\times 20}{2} = 21 \times 10 = 210$$

$\Rightarrow$ Rép. $\boxed{B}$, $\boxed{C}$ et $\boxed{E}$

Rappel $1 + 2 + 3 + \dots + n = \dfrac{(n+1)n}{2}$.

④ On résout à nouveau un système de 2 équations à 2 inconnus.
Soit x l'âge de Sarah et y l'âge Pierre et Bastien.

$\begin{cases} x = 3y + 4 \\ x = 4y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y = 4 \\ x - 4y = 2 \end{cases}$ D'où $y = 2$ et $x = 10$
Sarah a 10 ans et les jumeaux ont 2 ans $\Rightarrow$ Rép. $\boxed{C}$

⑤ On les vérifie dans l'ordre

$$\begin{array}{l|l} 50 & 11 \\ \hline \;\;60 & 0,4545\dots \\ \;\;\;\;50 & \\ \;\;\;\;\;\;60 & \\ \;\;\;\;\;\;\vdots & \end{array}$$

Donc A est vraie. On en déduit que B est vraie
En revanche, C est fausse : on ne peut pas multiplier par une puissance de 10 et obtenir un entier naturel (à cause de « indéfiniment »).
D est fausse : une approximation par excès au centième près est 0,46. On en déduit que E est vraie ; on peut le vérifier rapidement : $11 \times 25 = 275$, $5 \times 55 = 275 \Rightarrow \dfrac{25}{55} = \dfrac{5}{11}$
$\Rightarrow$ Rép $\boxed{A}$, $\boxed{B}$ et $\boxed{E}$

⑥ On vérifie chaque proposition :

A est fausse : moitié de la "longueur" d'un A3 et pas sa "largeur".

B est vraie : aire = surface.

C est vraie : voir A

D est fausse ! : "longueur" de A3 est le double de "largeur" ! de A4.

E est vraie ! : si ℓ = largeur de A4 et L = longueur de A4 sa surface est donc $\ell \times L$.
La surface de A3 est $L \times (2\ell) = 2L \times \ell$
$= \sqrt{2}L \times \sqrt{2}\ell$!

Rép $\boxed{B}$, $\boxed{C}$ et $\boxed{D}$ ou bien $\boxed{E}$!

⑦ Par définition, en base 10, N s'écrit $N = 10d + 5$.
Donc, A est vraie. Les autres propositions concernent N^2,
on le calcule donc : $N^2 = (10d+5)^2 = 100d^2 + 100d + 25$
On peut écrire $N^2 = 25(4d^2 + 4d + 1) \Rightarrow$ B est vraie.
On a aussi $N^2 = 100(d^2+d) + 25$, le nombre de centaines de N^2 est donc d^2+d soit $d(d+1) \Rightarrow$ D est vraie

Rép. $\boxed{A}$, $\boxed{B}$ et $\boxed{D}$.

⑧ Rép. $\boxed{D}$

⑨ Attention ! il faut donner les réponses fausses !
On vérifiera A en dernier
B est vraie. C est fausse : $4/0{,}5 = 4 \times 2 = 8$. D est vraie
E est fausse : $6 - 6 = 0$. Il y a 2 calculs justes et 2 faux. Donc A est fausse.

Rép. $\boxed{A}$, $\boxed{C}$ et $\boxed{E}$

⑩ Dimensions du mur de la salle de bain : 210 cm × 100 cm
La réponse A est fausse : si on ne pose que des carreaux de 15 cm de côté, il restera du vide et il faudra découper des carreaux ce que ne veut pas faire M. Dupont.

En effet : $\begin{array}{r|l} 210 & 15 \\ 60 & 14 \\ 0 & \end{array}$ et $\begin{array}{r|l} 100 & 15 \\ 10 & 6 \end{array}$

Donc, il y aura assez de carreaux pour la longueur mais il manquera une bande de 10 cm en largeur.

La réponse B est vraie : $\begin{array}{r|l} 210 & 10 \\ 0 & 21 \end{array}$ et $\begin{array}{r|l} 100 & 10 \\ 0 & 10 \end{array}$

$\Rightarrow$ avec 210 carreaux le mur sera plein.

C est vraie car 15 cm a été éliminée en A.

D est vraie : nous avons vu en B qu'avec des carreaux de 10 cm de côté M. Dupont aura besoin de 210 c. S'il prend des carreaux de 5 cm de côté, il aura besoin de 840 c car il faut 4 carreaux de 5 cm de côté pour remplir un carreau de 10 cm de côté.

E est fausse : Nous avons déjà 3 bonnes réponses, on vient de voir qu'il peut avoir besoin de plus de 800 carreaux

Rép. $\boxed{B}$, $\boxed{C}$ et $\boxed{D}$.

(11) Pour répondre à la proposition A, il faut calculer le quotient $\frac{147}{75}$. On a $\begin{array}{r|l} 147 & 75 \\ 720 & 1,96 \\ 450 & \\ 0 & \end{array}$ $\Rightarrow \frac{147}{75} = 1,96$

$\Rightarrow$ A est vraie

$1,96 = 1 + 0,9 + 0,06 = 1 + \frac{9}{10} + \frac{6}{100}$ $\Rightarrow$ B est vraie

On a déjà les 2 réponses correctes

Attention ! voir rappel sur nombre décimal et nb rationnel.

Rép. $\boxed{A}$ et $\boxed{B}$

(12) On effectue le calcul en simplifiant les puissances de 2 :

$\frac{8^3}{2^5} = \frac{(2^3)^3}{2^5} = \frac{2^9}{2^5} = 2^4$ $\Rightarrow$ C est vraie

Comme $4 = 2^2$ alors $\frac{8^3}{2^5} = (2^2)^2 = 4^2$ $\Rightarrow$ E est vraie

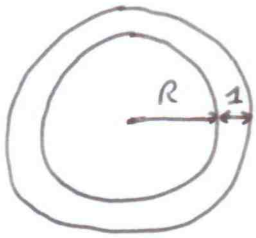
$\Rightarrow$ Rép. $\boxed{C}$ et $\boxed{E}$

(13) Soit R le rayon de la Terre (en mètres). Alors,

$2\pi R = 40\,000\,000$ (conversion en mètres).

On rallonge le rayon de la Terre d'un mètre : $R+1$

quel est le nouveau périmètre ? $2\pi(R+1)$



soit $2\pi R + 2\pi$

On sait que $2\pi R = 40\,000\,000$

$\Rightarrow$ le nouveau périmètre est :

$40\,000\,000 + 2\pi$

Il faut donc rajouter 2π mètres à la corde

comme $\pi \simeq 3{,}14$ alors $2\pi \simeq 6{,}28 \Rightarrow$ Rép. $\boxed{A}$!

(14) On cherche les 4 derniers chiffres du résultat de la multiplication. Il faut au moins multiplier les 4 derniers chiffres du premier nombre par les 4 derniers du 2ème :

$$\begin{array}{r} 456\,709 \\ \times\ 598\,706 \\ \hline 2740\,254 \\ 696\,3 \\ 72 \\ \hline \ldots\ldots 8\,554 \end{array}$$

$\Rightarrow$ Rép $\boxed{B}$

(15) On remarque que le 1er nombre de la suite est 79, le 2e est 116, ..., le $n$ième est $79 + 37 \times (n-1)$

et pas $79 + 37 \times n$!

A est vraie : $79 + 37 \times (6-1) = 75 + 5 \times 37 = 264$

B est fausse : $3779 = 79 + 3700 = 79 + 37 \times 100$, c'est donc le 99ième nombre de la suite.

C est vraie : $745 = 79 + 660 = 79 + 37 \times 18$.

D est fausse : $9 + 7n = \ldots 2$ (n n'est pas divisible par 2.)

$n = 1, 3, 5, 7$ ou $9 \Rightarrow n = 9$: $79 \times 37 \times 9 = 412$.

E est vraie : si x et y 2 nombres de la suites $(x<y)$

Alors $x = 79 + 37 \times n$ et $y = 79 + 37 \times m$

$\Rightarrow y - x = 37(m-n)$ avec $n < m \Rightarrow$ Rép. $\boxed{A}$, $\boxed{C}$ et $\boxed{E}$

(16) On écrit l'égalité des 3 aires (celles de ABI, BIDJ et BJC) : $\frac{1 \times AI}{2} = \frac{1 \times JC}{2}$ (aires des triangles)

$\Rightarrow AI = JC$. L'aire de BIDJ est égale à l'aire du carré moins les aires des triangles, soit

$1 - \left(\frac{AI}{2} + \frac{JC}{2}\right) = 1 - \left(\frac{AI}{2} + \frac{AI}{2}\right) = 1 - AI$.

On a donc $\frac{AI}{2} = 1 - AI$. Soit $\frac{3}{2} AI = 1$

$\Rightarrow AI = \frac{2}{3}$ Rép. $\boxed{D}$

(17) On vérifie les propositions. On vérifie d'abord si $a < b$ ou $b < a$, pour éliminer A et B ou bien C, D et E.

$a - b = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{6-5}{15} = \frac{1}{15} > 0 \Rightarrow a > b$

Donc, A et B sont fausses.

Ensuite, on compare a et e : $a - e = \frac{2}{5} - 0{,}41 = \frac{2}{5} - \frac{41}{10}$

$\Rightarrow a - e = \frac{4 - 41}{10} = -\frac{37}{10} < 0 \Rightarrow a < e$

E est fausse. Il reste à vérifier si $c < d$ ou $d < e$.

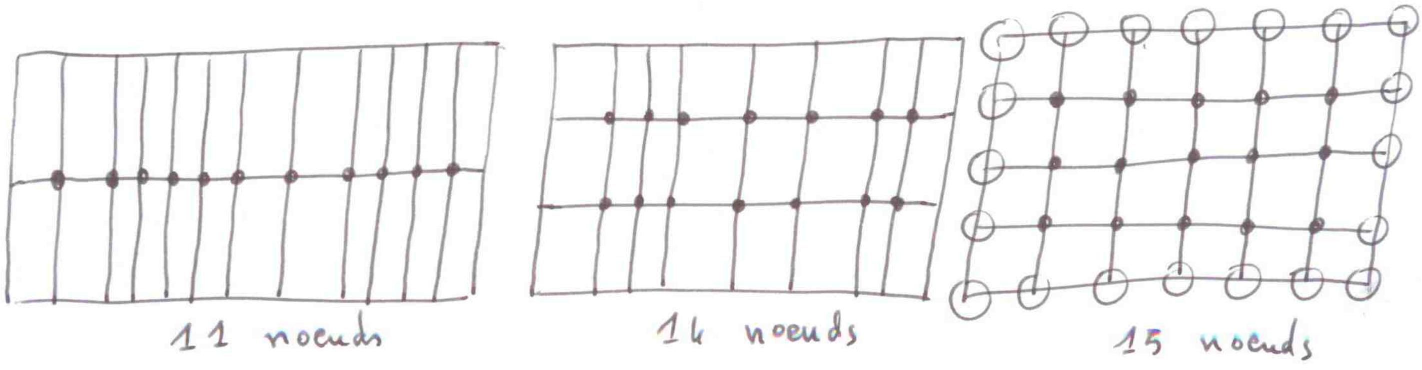
$c - d = \frac{5}{12} - \frac{3}{5} = \frac{25 - 36}{60} = -\frac{11}{60} < 0 \Rightarrow c < d$

On conclut que D est fausse $\Rightarrow$ C est vraie

Rép. $\boxed{C}$

(18) Comment obtenir 24 mailles ? Soit : 2×12, 3×8, 4×6.

On dessine les 3 cas :



la bonne configuration est 4 × 6 mailles. Il y a alors 20 flotteurs Rép. $\boxed{A}$.

(19) Sans rajouter de nombre, il y a déjà 19 lettres dans la phrase. Si on ajoute 27, on ajoute 9 lettres et on arrive à 28 lettres ⇒ A est fausse.
Si on ajoute 28 qui possède aussi 9 lettres on arrive à 28 → B est vraie → Rép. $\boxed{B}$

(20) Au départ, l'ordonnée de M est 3 et son abscisse 0 : on élimine B et D. A l'arrivée, M a pour coordonnées (1,0) : on élimine D, mais c'est déjà fait.
Le schéma 2 nous dit que lorsque l'ordonnée de M vaut 2, son abscisse est plus proche de 1 que de 0. On élimine donc C et E

Rép. $\boxed{A}$.

(21) On calcule le nombre de tables occupées avant et après l'arrivée des 4 filles.
245 personnes installées à leur arrivée $\begin{array}{r|l} 245 & 8 \\ 05 & 30 \end{array}$,
soit 30 tables pleines et 1 table de 5 personnes. Après leur arrivée : 31 tables et 1 table à 1 personne. Au total, il y a $\begin{array}{r|l} 296 & 8 \\ 56 & 37 \\ 0 & \end{array}$ 37 tables
32 tables sont occupées, il en reste 5 entièrement vides.

⇒ Rép. $\boxed{A}$ et $\boxed{D}$.

(22) On vérifie les propositions une par une.
A est fausse : sur [0;3], il n'y a pas de proportionnalité
B est fausse : On lit sur le graphe $V(1) = 1 < \frac{\pi}{2}$
On en déduit que C, D et E sont vraies.

→ Rép. $\boxed{C}$, $\boxed{D}$ et $\boxed{E}$

Cependant : C est toujours vraie
D et E sont faciles à vérifier sur le graphe.

(23) Soit x le prix de l'article avant Noël :

* Dans le 1° magasin, le prix après Noël est :

$$x - \frac{10}{100}x - \frac{10}{100}\left(x - \frac{10}{100}x\right) = \frac{81}{100}x$$

* Dans le 2° magasin, le prix après Noël est :

$$x - \frac{15}{100}x - \frac{5}{100}\left(x - \frac{15}{100}x\right) = \frac{80,55}{100}x$$

→ Rép. $\boxed{B}$ et $\boxed{D}$

(24) x est égal au chiffre des unités de $4y$. Comme tous les multiples de 4 sont pairs, x est pair : A est vraie
si $y = 9$ alors $x = 6$ et on a :

$$\begin{array}{r} 6179 \\ \times \quad 4 \\ \hline 24716 \end{array}$$

ce qui est faux, donc B est fausse.

C est vraie : on peut tester avec $y = 1, 3, 5$ et 7 et obtenir que ça ne marche pas.
On peut aussi dire que si C est faux, comme il y a 3 bonnes réponses, alors D et E seraient vraies, ce qui n'est pas possible !

$$\begin{array}{r} x\,1\,7\,y \\ \times \quad 4 \\ \hline y\,7\,1\,x \end{array}$$

On a $4 \times 7 = 28$ et avec la retenue, le chiffre doit se terminer par 1 : il s'agit de 31.

Donc $4y = 32$ ou 36 → $y = 8$ ou 9

et $4x = y$ → $y = 8$ et $x = 2$

→ Rép. $\boxed{A}$, $\boxed{C}$ et $\boxed{E}$

(25) Soit x la part de l'héritage

Part d'Alain : $\frac{1}{3}x$

Part de Bernard : $\frac{3}{5} \times \frac{1}{3}x$

Part d'une jumelle : $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{3}x - \frac{\cancel{3}}{5} \times \frac{1}{\cancel{3}}x\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)x$

$\Rightarrow$ Rép. $\boxed{D}$

(26) On effectue le calcul :

$10^9 - 9 = 1\,000\,000\,000 - 9 = 999\,999\,991$

La somme des chiffres est égale à $8 \times 9 + 1 = 73$

$\Rightarrow$ Rép $\boxed{C}$

(27) On effectue les opérations :

A : $\begin{array}{r} 98 \\ -\ 89 \\ \hline 9 \end{array}$

B : $\begin{array}{r} 1987 \\ +\ 8891 \\ \hline 10878 \end{array}$

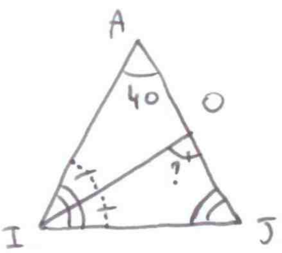
C : $\begin{array}{r} ?25 \\ \times\ \ 7 \\ \hline 7?75 \end{array}$

D : $\begin{array}{r} 504 \\ \times\ \ 8 \\ \hline 4032 \end{array}$

E : $\begin{array}{r} 325 \\ +\ 878 \\ \hline 1203 \end{array}$

$\Rightarrow$ Rép. $\boxed{C}$

(28) On dessine une figure :



$A\hat{I}J + A\hat{J}I + I\hat{A}J = 180$

$2\,A\hat{I}J + 40 = 180 \Rightarrow A\hat{I}J = 70$

$\Rightarrow O\hat{I}J = \frac{70}{2} = 35$

Donc $O\hat{I}J + I\hat{J}O + J\hat{O}I = 180$

$35 + 70 + J\hat{O}I = 180$

$\Rightarrow J\hat{O}I = 75 \Rightarrow$ Rép. $\boxed{D}$

(29) On a $x^2 + (4-x)(7+x) = x^2 + 28 + 4x - 7x - x^2$
$= 28 - 3x$

$\Rightarrow$ Rép. $\boxed{D}$

(30) On s'intéresse au triangle HCF

[HC] est la diagonale du carré HDCG
[CF] " " " " CBFG
[HF] " " " " EFGH.

Tous les carrés ont les mêmes dimensions, donc les diagonales ont aussi les mêmes dimensions :
HCF est équilatéral $\Rightarrow$ Rép. $\boxed{B}$

(31) On remplit un tableau :

nb de personnes arrivant	1	2	3	4	5	6	7
poignées de mains à l'arrivée	0	1	2	3	4	5	6
total	0	1	3	6	10	15	21

Il y a donc 7 personnes $\Rightarrow$ Rép. $\boxed{B}$

(32) On vérifie les propositions une à une.
On commence par compter les arêtes des faces à 8 côtés qui sont aussi des côtés de triangles : il y en a 4 par face à 8 côtés et il y a 6 faces, donc 24 arêtes. Il faut ensuite ajouter les arêtes communes aux faces à 8 côtés. Donc A est fausse. On compte à présent les sommets : il y en a autant que de sommets de triangles, soit $3 \times 8 = 24$. B est vraie. Il y a 8 triangles et 6 faces à 8 côtés soit 14 faces. C est vraie
D est fausse et par déduction E est vraie $\Rightarrow$ Rép. $\boxed{B}$, $\boxed{C}$ et $\boxed{E}$

(33) On définit le rendement d'un agriculteur par :

rendement $= \dfrac{\text{surface}}{\text{temps}}$.

Le 1° agriculteur a un rendement $R_1 = \dfrac{5 \text{ ha}}{75 \text{ mn}} = \dfrac{1}{15}$ ha/mn

Le 2° agriculteur a un rendement $R_2 = \dfrac{2}{45}$ ha/mn

On cherche un temps T tel que $R_1 + R_2 = \dfrac{10}{T}$

c'est-à-dire $\dfrac{10}{T} = \dfrac{1}{15} + \dfrac{2}{45} = \dfrac{5}{45} = \dfrac{1}{9} \Rightarrow T = 90$ mn

$T = 1$ h 30 mn $\rightarrow$ Rép. $\boxed{C}$.

(34) On peut vérifier les propositions une à une. On peut aussi commencer par celles qui ne nécessitent aucun calcul, à savoir A et E. D'après la 1° figure A est fausse. Par contre, E est vraie d'après la 2° figure. Il n'y a qu'une bonne réponse $\rightarrow$ Rép. $\boxed{E}$.

(35) A est vraie : ABCD et EFGH (carré $\rightarrow$ rectangle)

B est fausse : BEDG et EFGH (carré $\rightarrow$ losange)

C est vraie : ABCD, EBGD, EFGH, puis BEFG, DEHG
BEHG, DEFG, et enfin BADG, BEDC.

D est vraie : ABGD et BEDC

E est fausse : un rectangle, un losange et un carré.

$\rightarrow$ Rép. $\boxed{A}$, $\boxed{C}$ et $\boxed{D}$

(36) On rend la parcelle moins acide en ajoutant de la chaux. Donc A est vraie par déduction.

1° parcelle : 500 kg par 1 ha $\Leftrightarrow$ 1 t par 2 ha

2° parcelle : 2 t par 3 ha $\Leftrightarrow$ 1 t par 1,5 ha

3° parcelle : 300 kg par 1,5 ha $\Leftrightarrow$ 1 t par 1,75 ha

On calcule les proportions $\rightarrow$ $\boxed{A}$, $\boxed{C}$ et $\boxed{E}$

(37) A est fausse : aire de la partie grisée $= 4 \times 2,5 \times 2,5 = 25$

B est fausse : aire d'un rectangle $= 2,5x$

C est vraie : aire du carré + aire des rectangles $=$ aire totale − aire grisée $= 8 \times 8 - 25 = 39$

D est vraie : aire du carré $= x^2$, aire des rectangles $= 4 \times 2,5x = 10x$

Donc, d'après C, $x^2 + 10x = 39$.

E est fausse : une mesure est positive !

$\Rightarrow$ Rép. $\boxed{C}$ et $\boxed{D}$.

(38) soit a la longueur d'un des côtés

soit a la longueur d'un côté du triangle équilatéral et b celle d'un côté de l'hexagone. Alors, $3a = 6b$, donc $b = \frac{1}{2}a$.

Remarquons maintenant que l'aire de l'hexagone est égale à 6 fois l'aire d'un triangle équilatéral de côté $\frac{1}{2}a$:

De même, l'aire d'un triangle équilatéral de côté a est égale à 4 fois l'aire d'un triangle équilatéral de côté $\frac{1}{2}a$. Donc, $\mathcal{A}_H = 6 \times \frac{\mathcal{A}_T}{4} = \frac{3}{2} \times 20 = 30$ cm²

$\rightarrow$ Rép. $\boxed{C}$

(39) Quelles informations peut-on obtenir ?

P_1 est plus lourd que P_2, donc :

- ● est plus lourd que ◇

P_2 est plus lourd que P_3, donc :

* est plus lourd que ●

On en déduit que :

P_4 est le plateau le plus léger, P_5 le plus lourd :

$$P_5 > P_1 > P_2 > P_3 > P_4$$

Donc, A est vraie, B est fausse, C est fausse, D est vraie et E fausse. ⟹ Rép. $\boxed{A}$ et $\boxed{D}$

(40) On écrit tous les nombres entiers et on obtient les bonnes réponses ! Rep. $\boxed{B}$ et $\boxed{C}$.

Fin