

# Variationen von Weltkartennetzen der Wagner-Hammer-Aitoff-Entwurfsfamilie

*Karlheinz Wagner zum 100. Geburtstag gewidmet*

Rolf Böhm, Bad Schandau

Erstveröffentlichung in: Kartographische Nachrichten Nr. 1/2006.  
Kirschbaum: Bonn-Bad Godesberg

*[Redigiertes Manuskript\*]*

## 1. Wagners Kartennetze

Kartennetzentwürfe gelten als weitgehend ausgeforscht und werden auch im akademischen Lehrbetrieb heute meist lediglich als Routinethema abgehandelt. Dies ist möglicherweise nicht einmal ein Widerspruch zum Stand von Differentialgeometrie und Computertechnik: Das Maß unvermeidlicher Flächen- und Winkelverzerrungen beim Abbilden von Kugeln in Ebenen wurde bereits zu Zeiten des Rechnens mit der siebenstelligen Logarithmentafel umfassend festgestellt. Daher kann davon ausgegangen werden, dass hier weder umfassende Programmierprojekte lohnen, noch differentialgeometrische Raffinessen umfassend Neues zu Tage fördern könnten.

Vielleicht geben nicht zuletzt deshalb die „Kartographischen Netzentwürfe“ von Karlheinz Wagner (Wagner 1949, 2. Aufl. Mannheim 1962) einen nach wie vor weitgehend gültigen Wissensstand wieder.

Wagner ist Eklektizist im besten Sinne des Wortes. Im Gegensatz zu vielen anderen Entwerfern gehen seine Bemühungen primär nicht in Richtung einer Netz-Neuentwicklung. Vielmehr werden vorhandene Netze (Mercator-Sanson, Mollweide, Hammer, Aitoff) behutsam ausgebaut. Dabei wird die Methode des Umbezifferns oder der Netztransformation (Simon 1937, Wagner 1949, 1982) genutzt. Mittlerweile haben Wagners Weiterentwicklungen als Entwürfe „Wagner I“ bis „Wagner IX“ Eingang in die Literatur gefunden.

Die Netztransformationen bauen auf „Mutterentwürfen“ auf. Wagners erste 3 Entwürfe entstehen durch Umbezifferung des Mercator-Sanson. Die Netze IV bis VI sind transformierte Mollweidekarten. Besonders interessant sind aber transformierte querachsige Azimutalentwürfe, entweder flächentreu (Abbildung 1) oder abstandstreu. Es entstehen Weltkartennetze, die die Winkelschen und Eckertschen Pollinien mit den auf Aitoff zurückgehenden und durch Hammer bekannt gemachten gekrümmten Parallelkreisen verbinden. Dabei können sich Eigenschaften wie Flächentreue oder Abstandsgleichheit „vererben“. Der Entwurf Wagner VII ist flächentreu. Weitere Überlegungen Wagners, die Flächentreue kontrolliert zu reduzieren, führen zum Entwurf Wagner VIII (Abbildung 2).

Die Netze Wagner I bis VI haben gerade parallele Parallelkreise und zählen damit zu der überaus vertreterreichen Gruppe der pseudozylindrischen Netze, innerhalb der sie kaum in Erscheinung treten. Die Entwürfe VII, VIII und IX weisen hingegen gekrümmte Parallelkreise auf und werden bis heute gelegentlich angewendet. Unter Ihnen ragt der Wagner VIII als der am weitesten ausgebaute Entwurf heraus. Entwurf IX (der Wagner-Aitoff) ist nahe verwandt, wird hier aber aus Raumgründen nicht betrachtet.

Wagners 9 Netze können in einer übersichtlichen Systematik dargestellt werden (Tabelle 1).

	Basisentwurf mit dem Pol als Punkt	Entwurf mit Pollinie		
		Flächentreu	Mit vorgegebener Flächenverzerrung	Abstandsgleich
Mercator-Sanson-Reihe (Parallelkreise gerade, Meridiane sinusförmig)	<b>16</b> Mercator-Sanson-Entwurf	<b>18a</b> Wagner I	<b>18b</b> Wagner II	<b>18c</b> Wagner III
Mollweide-Reihe (Parallelkreise gerade, Meridiane elliptisch)	<b>17a</b> Mollweides Entwurf	<b>19a</b> Wagner IV	<b>19b</b> Wagner V	<b>19c</b> Wagner VI
Reihen der querachsigen Azimutal-Entwürfe (Meridiane und Parallelkreise gekrümmt)	<b>21a</b> Aitoff-Entwurf (abstandsgleich)	<b>20b</b> Wagner VII oder Wagner-Hammer	<b>20c</b> Wagner VIII oder Wagner-Hammer II	<b>21b</b> Wagner IX oder Wagner-Aitoff
	<b>20a</b> Hammer-Entwurf (flächentreu)			

Tabelle 1: Wagners Kartenentwürfe. Fette Zahlen: Die von Wagner (1949) selbst genutzte Nummerierung.

## 2. Der Entwurf Wagner VII/VIII

Zur Darlegung des mathematischen Hintergrundes seien die Wagnerschen Originalformeln zusammengefasst aufgeführt (Wagner 1949, S. 179, 185, 208ff.). Wir nutzen die Wagnerschen Formelzeichen,  $C_x$  und  $C_y$  wurden (Evdenden 2005) entnommen.

**Überblick:** Grundlage bildet der flächentreue Azimutalentwurf in querachsiger Lage (Abb.1). aus welchem schon Hammer sein Weltkartennetz abgeleitet hat. Wagner interpretiert Hammers Verfahren als Umbezifferung nach Simon (1937). Kern des Umbezifferns ist eine Substitution der geographischen Koordinaten  $\lambda$  und  $\varphi$  in ein Koordinatenpaar  $\bar{\lambda}$  und  $\psi$  in der Form:

$$\begin{aligned}\bar{\lambda} &= n\lambda \\ \psi &= m\varphi\end{aligned}\quad (1) (2)$$

Wenn nun der Faktor  $m$  auf den Sinus einer „Pollinienbreite“  $\psi_1$  gesetzt wird, so wird der Pol in eine Pollinie abgebildet, die die Länge dieses Parallelkreises erhält. Die Eigenschaft der Flächentreue bleibt erhalten. Dies ist der Kern des Wagner VII.

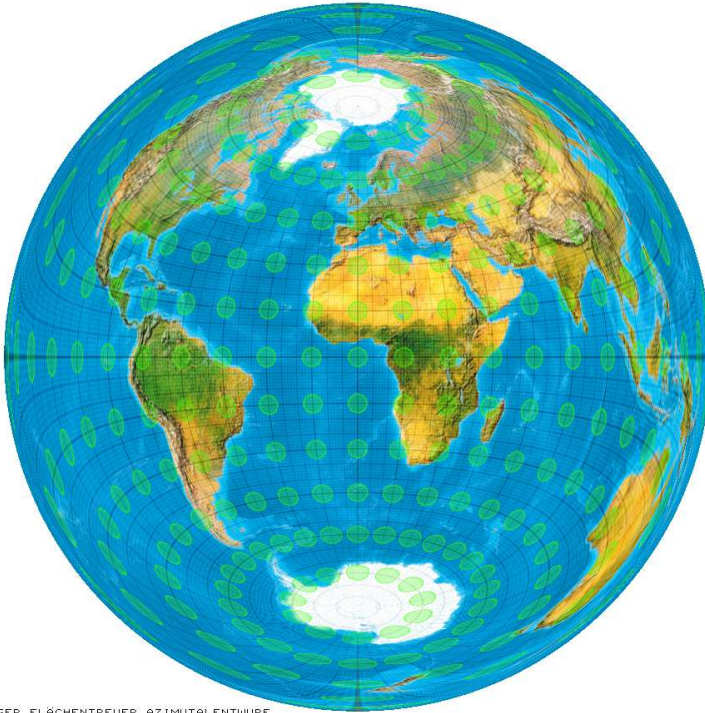


Abb. 1: Flächentreuer querachsiger Azimutalentwurf.

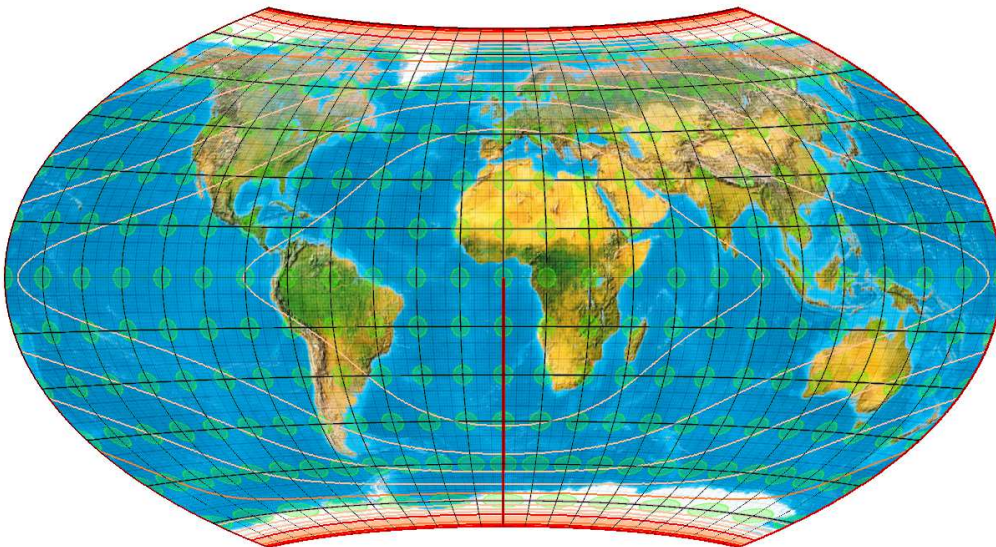


Abb. 2: Wagner VIII

Nächstes Ziel ist die Aufgabe der Flächentreue zugunsten eines Netzes, welches bei geographischen Breiten unterhalb einer Breite  $\varphi_1$  die vorgegebene Flächenverzerrung  $S$  nicht überschreitet. Wagner teilt hierzu das  $m$  in zwei Variablen  $m_1$  und  $m_2$  die der Gleichung

$$\sin \psi = m_1 \sin(m_2 \varphi) \quad (3)$$

genügen.

Er erhält damit einen Freiheitsgrad, den er mit der Formel zur Berechnung der Flächenverzerrung

$$S = \cos(m_2 \varphi_1) / \cos \varphi_1 \quad (4)$$

hebt. Damit ist der Entwurf Wagner VIII skizziert (Abb. 2).

**Konfiguration:** Indem 5 „Konfigurationsparameter“ auf geeignete Werte gesetzt werden, entstehen die konkreten Entwürfe Wagners VII und VIII. Es sind dies:

1. Ein „Pollinien-Phi“  $\psi_1 = 65^\circ$ , d. h. die geographische Breite eines Parallelkreises, der die Pollinienlänge steuert. Kleinere Werte verlängern, größere Werte verkürzen die Pollinie
2. Ein „Grenz-Lambda“  $\bar{\lambda}_1 = 60^\circ$ , d. h. die geographische Länge des Meridianes, der auf  $180^\circ$  umbeziffert wird. Kleinere Werte erzeugen geradere, größere Werte durchgebogenere Parallelkreisbilder.
3. Eine Breite  $\varphi_1 = 60^\circ$ , bis zu welcher die Flächenverzerrung kontrolliert wird. Diese ist bei Wagner und in den hier vorgestellten Versuchen immer  $60^\circ$ .
4. Eine dort maximal zulässige Flächenverzerrung  $S_{60}$ . Mit  $S_{60} = 1,0$  wird der Entwurf flächentreu und es entsteht der Entwurf Wagner VII. Der Wert  $S_{60} = 1,2$  entspricht 20 % maximal zulässiger Flächenverzerrung bis zum Parallel  $\varphi_1$ . Es entsteht der Wagner VIII.
5. Das Verhältnis von Äquatorlänge zu Meridianlänge  $\rho$ . Dies ist bei Wagner und in den hier vorgestellten Versuchen immer 2 oder 200 %.

**Berechnungsformeln:** Ein Kartennetzentwurf kann durch ein Formelsystem, welches geographische Koordinaten  $\lambda, \varphi$  in Kartenkoordinaten  $x, y$  umrechnet, beschrieben werden:

$$\begin{aligned} x &= f_1(\lambda, \varphi) \\ y &= f_2(\lambda, \varphi) \end{aligned} \quad (5) \quad (6)$$

Im Falle der Wagnerschen Netze VII und VIII werden zunächst die 5 Konfigurationsparameter wie folgt in 6 „Konfigurationskonstanten“ umgerechnet:

$$m_2 = \frac{\arccos(S_{60} \cdot \cos \varphi_1)}{\varphi_1} \quad (7)$$

$$m_1 = \frac{\sin \psi_1}{\sin(m_2 \cdot 90^\circ)} \quad (8)$$

$$n = \frac{\overline{\lambda_1}}{180^\circ} \quad (9)$$

$$k = \sqrt{\frac{p \sin(\psi_1/2)}{\sin(\lambda_1/2)}} \quad (10)$$

$$C_x = \frac{2k}{\sqrt{nm_1m_2}} \quad (11)$$

$$C_y = \frac{2}{k\sqrt{nm_1m_2}} \quad (12)$$

(Anmerkung zu (11): Auf S. 209 in Wagner (1949) befindet sich in Wagners Formel Nr. (13) ein „ $\lambda$ “, das eine „2“ sein muss.)

Diese Berechnungen erfolgen für einen Entwurf einmalig. Nun können die geographischen Koordinaten von beliebigen Punkten  $\lambda, \varphi$  in Kartenkoordinaten  $x, y$  umgerechnet werden:

$$\sin \psi = m_1 \sin(m_2 \varphi) \quad (3)$$

$$\cos \delta = \cos(n\lambda) \cos \psi \quad (13)$$

$$\cos \alpha = \frac{\sin \psi}{\sin \delta} \quad (14)$$

$$x = C_x \sin(\delta/2) \sin \alpha \quad (15)$$

$$y = C_y \sin(\delta/2) \cos \alpha \quad (16)$$

Aus dem Konfigurations-Parametersatz (65°; 60°; 60°; 1; 200 %) errechnen sich die Konfigurationskonstanten  $m_2 = 1$ ;  $m_1 = 0,9063$ ;  $n = 0,3333$ ;  $k = 1,4660$ ;  $C_x = 5,3344$  und  $C_y = 2,4820$ . Dies sind die Werte des Wagner VII. Setzt man die in  $\varphi_1$  zulässige Flächenverzerrung auf 20 % ( $S = 1,2$ ), so erhält man die Konfigurationskonstanten  $m_2 = 0,8855$ ;  $m_1 = 0,9211$ ;  $n = 0,3333$ ;  $k = 1,4660$ ;  $C_x = 5,6229$  und  $C_y = 2,6162$ . Es entsteht das Netz Wagner VIII (Abb. 2).

Die Entwürfe Wagner VII und VIII sind also Spezialfälle eines Formelsystems, das eine ganze Reihe von Kartennetzentwürfen konstituiert. Es wird der Kern der hier vorgestellten Versuche sein, die so konstituierte Entwurfshfamilie zu untersuchen.

**Konvention zur Schreibweise:** Die 5 Konfigurationsparameter kennzeichnen einen Entwurf eindeutig. Bezüglich des 4. Parameters soll ein  $S$ -Wert von 1,2 als Prozentwert 20 notiert werden. Der 5. Parameter (der  $p$ -Wert, der stets 2 ist) kann ebenfalls als Prozentwert 200 niedergeschrieben werden. Indem man nun die Werte z. B. als „65-60-60-0-200“ niederschreibt, lässt sich eine Konfiguration knapp und eindeutig notieren.

Einer der Parameter 3 und 4 ist redundant. Wir enthalten uns aber möglicher Verknapungen, um Wagner authentisch und verständlich zu bewahren und notieren als 3. Parameter immer 60. Der 5. Parameter kann, sofern er 200 ist, auch weggelassen werden.

### 3. Analysemethodik

Ausgehend von den partiellen Ableitungen der Formeln (5) und (6),  $x_\lambda$ ,  $x_\varphi$ ,  $y_\lambda$  und  $y_\varphi$  können Verzerrungsparameter berechnet werden. Gebräuchliche Verzerrungsparameter sind die Verzerrungen in Meridian und Parallel  $h$  und  $k$ , die Halbachsen der Tissotellipse  $a$  und  $b$ , schliesslich die Flächenverzerrung  $S$  und maximale Winkelverzerrung  $2\omega$ :

$$h = \sqrt{x_\varphi^2 + y_\varphi^2} \quad (17)$$

$$k = \frac{\sqrt{x_\lambda^2 + y_\lambda^2}}{\cos \varphi} \quad (18)$$

$$a = \sqrt{(x_\varphi - y_\lambda)^2 + (y_\varphi + x_\lambda)^2} + \sqrt{(x_\varphi + y_\lambda)^2 + (y_\varphi - x_\lambda)^2} \quad (19)$$

$$b = \sqrt{(x_\varphi - y_\lambda)^2 + (y_\varphi + x_\lambda)^2} - \sqrt{(x_\varphi + y_\lambda)^2 + (y_\varphi - x_\lambda)^2} \quad (20)$$

$$S = \frac{x_\varphi y_\lambda - x_\lambda y_\varphi}{\cos \varphi} \quad (21)$$

$$2\omega = 2 \arcsin\left(\frac{a-b}{a+b}\right) \quad (22)$$

(Formeln (17) (18) (21) (22) aus Wagner (1949) S. 243, 244. Vgl. hierzu auch die umfassenden und kompakten Darstellungen Grafarend und Syffus (1998, 2000) mit weiterführender Literatur.)

Es ist einer Bewertung zuträglich, verschiedene Verzerrungswerte zusammenzufassen. Wir folgen Györfly (2004) indem wir das Kriterium von Airy-Kawraiski  $\varepsilon_K$  nutzen. Dieses wird wie folgt berechnet (Snyder/Bugayevskiy 1998, S. 26, Györfly 2004):

$$\varepsilon_K = \sqrt{0,5 \cdot (\ln^2 a + \ln^2 b)} \quad (23)$$

Wir führen zum Vergleich 2 bekannte Netze an. Bereits von Wagner selbst wird das Winkelsche (Tripel-)Netz (Wagner 1949, S. 208, 213, 214, 226) immer wieder als Vorbild zitiert, ein Kartennetzentwurf, der überaus oft genutzt wird und sich bis heute als Hausentwurf großer Atlasverlage einer bemerkenswerten Beliebtheit erfreut (Abb. 3).

Den gegenwärtigen Kenntnisstand kennzeichnen u. a. Minimum-Error-Projektionen wie z. B. Aribert Peters, Canters Projection, Laskowskis Projektion (Delmelle 2001), der Deakin Minimum Error (Deakin 1990) oder auch Györflys pseudopolykonischer Entwurf (Györfly 2004). Wir stellen Canters Projection vor (Abb.4, Canters 1989), die von Delmelle eine ausgezeichnete Kritik erhielt. (Anmerkung: Diese Projektion ist nicht zu verwechseln mit den von Evenden (2005) zitierten vier pseudozylindrischen Canter-Minimum-Error-Projektionen. Auch wird auf die unterschiedlichen Vornamen von Aribert und Arno Peters hingewiesen.)

In den hier vorgestellten Abbildungen wurden das Airy-Kawraiski-Kriterium  $\varepsilon_K$  mit Aquideformaten in  $\varepsilon_K$ -Abständen von standardmäßig 0,1 aufgetragen. Dies gestattet detaillierte und differenzierte Aussagen über die Verzerrungen der Netze. Die innerste



Isolinie hat den  $\varepsilon_K$ -Wert 0,1 (den  $\varepsilon_K^2$ -Wert 0,01). Die Größe des von ihr umschlossenen Gebietes ist ein ungefähres Maß der Güte eines Weltkartennetzes.

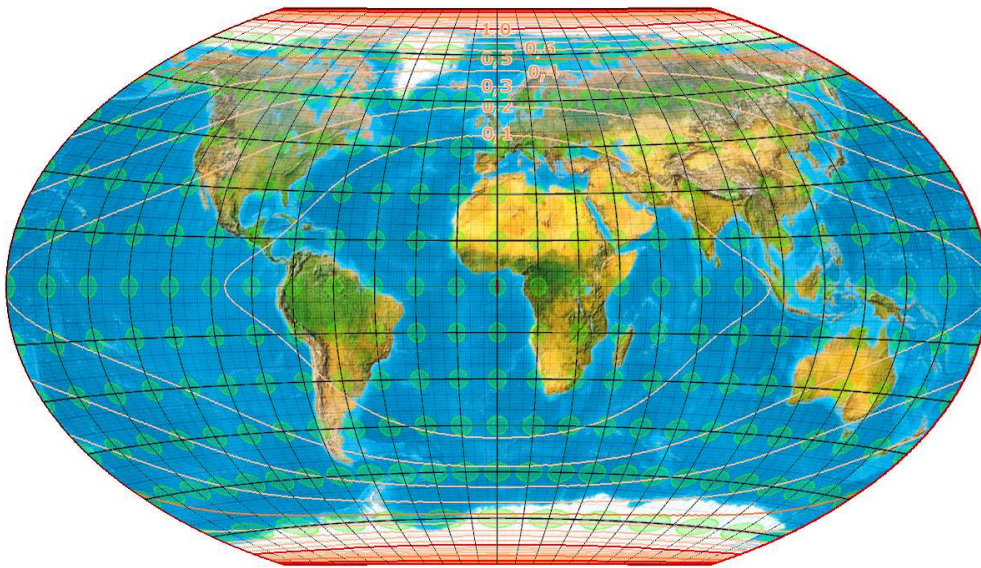


Abb. 3: Winkel's Tripel Projektion.

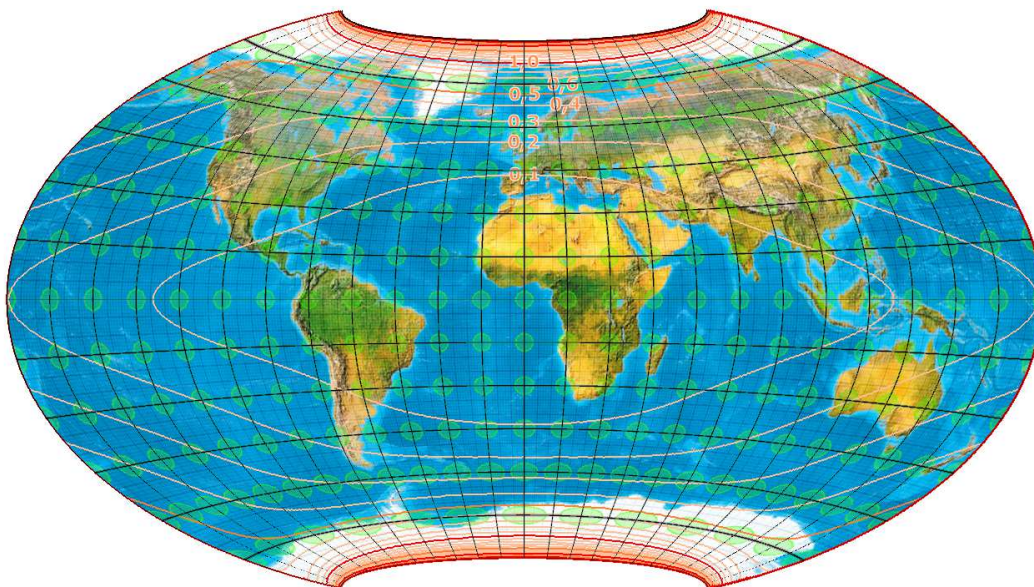


Abb. 4: Canters Projection.

#### 4. Variation eines einzelnen Konfigurationsparameters

Zunächst soll dargelegt werden, welche Auswirkungen die Variation jeweils nur eines einzigen der Konfigurationsparameter des Wagner VII/VIII hat. Vgl. hierzu auch Wagner (1982). — Vergleichsweise leicht vorhersagbar ist der Formenschatz, den eine Änderung des Pollinien-Phi bewirken wird. Bei  $90^\circ$  entartet der Parallelkreis zum Pol, damit die Pollinie zum



Punkt. Sie verschwindet, wie wir es von Mollweide, Hammer oder Äitoff gewohnt sind (Abb 5 bis 7, linke Spalte):

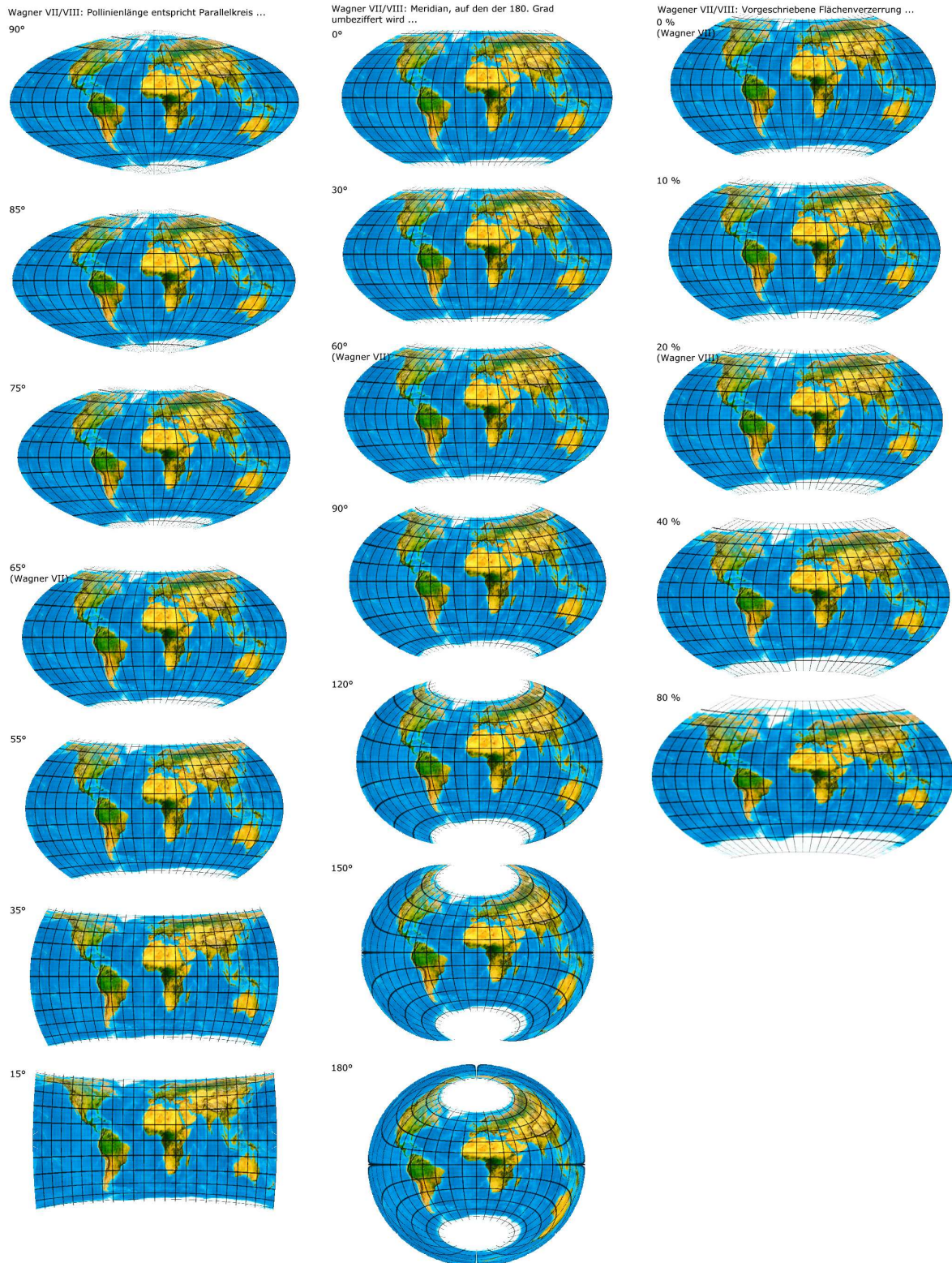


Abb. 5 bis 7: Variation je eines Konfigurationsparameters. Links: Pollinien-Phi. Mitte: Grenz-Lambda. Rechts: Flächenverzerrung bei 60°



Variationen des Grenz-Lambda, also des Meridians, der „auf  $180^\circ$  aufgezogen wird“ ziehen die „Apfelsinenschale also gleichsam von der Erdkugel ab“ (wobei das Pollinien-Phi Löcher an den Polen bewirkt, Abb. 5 bis 7, mittlere Spalte). — Schließlich kann das Herabsetzen der Flächenverzerrung Polgenden zu mehr Formentreue verhelfen (Abb 5 bis 7, rechte Spalte):

## 5. Variation mehrerer Konfigurationsparameter

### 5.1 Annäherung an Canters

Der auf Aitoff zurückgehende gekrümmte Breitenkreis ist ein typisches Merkmal des Weltkartennetzes der Moderne. Winkel fügte die (bei ihm interessanterweise nicht gekrümmte) Pollinie hinzu und beides, *gekrümmte Parallelkreise* und *gekrümmte Pollinie* sind wohl der Hauptgrund für die unübertroffene Eleganz der Wagner-Entwürfe VII bis IX. Canters Projection zeichnet sich gegenüber den Wagnerschen Originalentwürfen durch eine noch etwas weiter erhöhte Parallelkreiskrümmung aus. Dies leuchtet ein, denn stärker gekrümmte Parallelkreise helfen offenbar, Winkelverzerrungen in den „Weltkartenecken“ gering zu halten. Durch eine geeignete Konfiguration gelingt es nun leicht, den Wagner VII/VIII, an die Form von Canters Projection anzunähern. Ein von  $60^\circ$  auf  $84^\circ$  erhöhtes Grenz-Lambda reicht hierzu in erster Näherung bereits aus. Das Pollinien-Phi belassen wir aus methodischen Gründen zunächst bei  $65^\circ$ . Da aber beim „Canter“ eine gewisse Flächenvergrößerung in Polnähe auffällt, erhöhen wir die zulässigen Flächenverzerrung gegenüber dem Wagner VIII auf 25 %. Im Ergebnis entsteht Konfiguration 65-84-60-25-200. Das Ergebnis zeigt Abb. 8.

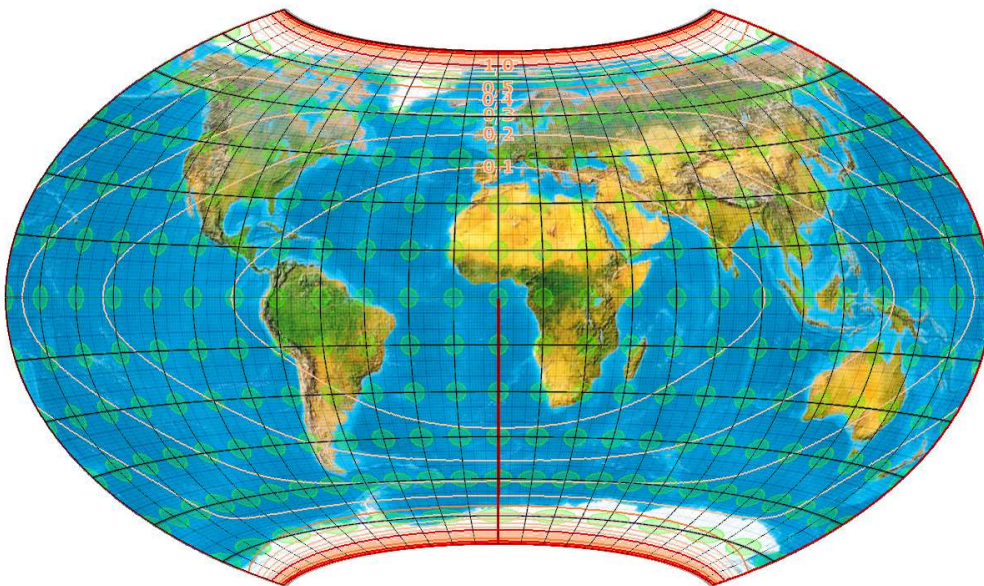


Abb. 8: Konfiguration 65-84-60-25-200: Annäherung an Canters.

## 5.2 Verzerrungsoptimierung

Dass Weltkartennetze in Randlagen und erst recht in Ecklagen stark verzerren, gilt als unvermeidbar und wird in der Praxis unwidersprochen hingenommen. Andererseits ist allerdings der nahezu rechte Winkel zwischen Pollinie und Datumsgrenze in Canters Projection und im soeben erzeugten Wagner 65-84-60-25-200 ein Hinweis darauf, dass die Aussenbereiche der Weltkarten nicht unbedingt schiefschnittig sein müssen. Eine weitere Konfiguration wird wie folgt entwickelt: Verkürzung der Pollinie. Weitere Erhöhung des Grenz-Lambdas so, dass die meist (z. B. in Wagner VII, VIII, Winkel) stumpfen „Weltkartenecken“ sich in leicht spitzen Winkeln abbilden. (Damit werden die lokalen Verzerrungsminima [s. u.] in die Kartenfläche hineinwandern.) Schließlich sei Flächentreue gefordert: So werden die  $\varepsilon_K$ -Isolinien zugleich zu Linien gleicher Winkelverzerrung. Wir wählen Konfiguration 75-108-60-0-200. Es entsteht das in Abb. 9 wiedergegebene Netz.

Die Äquideformaten zeigen nun außer dem (trivialen) Minimum in Kartenmitte vier weitere Minima in den Kartenecken. Eine numerische Analyse offenbart diese Minima als winkeltreue Punkte. Weil der Entwurf zugleich flächentreu ist, ist über das Entwurfsziel Verzerrungsarmut in den Kartenecken hinaus punktuell sogar Verzerrungsfreiheit erreicht worden.

Ungeachtet des akademischen Hintergrundes erscheint das Netz nicht völlig ohne praktischen Wert. Die kurze Pollinie ist gewöhnungsbedürftig, aber u. a. aus Ginzburgs TsNIIGAiK-Entwürfen (Bugayevskiy/Snyder 1998) bekannt. Die Pollinie in Form eines Halbellipsenbogens kann womöglich sogar besser die Kugelform der Erde illustrieren, als die gewohnten geraden Pollinien, welche von ungeübten Kartennutzern (z. B. Schülern) nur schwer zu interpretieren sind.

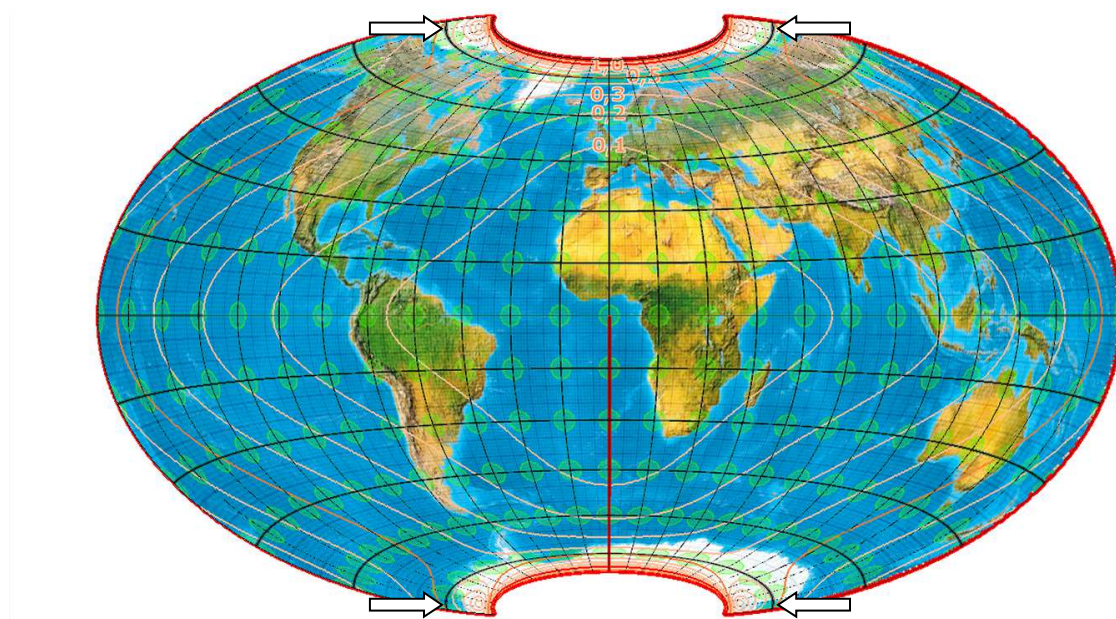


Abb.9: Konfiguration 75-108-60-0-200: Verzerrungsoptimierung. Pfeile: Nichttriviale Verzerrungsminima.

### 5.3 Die „Batwing-Karte“

Nun kann daran gegangen werden, den Einfluss dieser nichttrivialen Verzerrungsminima auszubauen. Konfiguration 57-105-60-20-200 erweitert deren Flächen. Sie führt zu dem in Abb. 10 wiedergegebenen Weltkartennetz. Es ist erstaunlich, wie gut Randbereiche wiedergegeben werden können: Alaska, Kamtschatka oder auch Neuseeland erscheinen so formtreu wiedergegeben, wie noch nie in einem Weltkartennetz. Insgesamt erscheinen die visuell sichtbaren Verzerrungen sogar geringer als beim Winkelschen Tripel-Entwurf, den auch Wagner (1949, S. 226) mit „Die Ausgeglichenheit in der Wiedergabe ist offensichtlich“ vorzüglich bewertet.

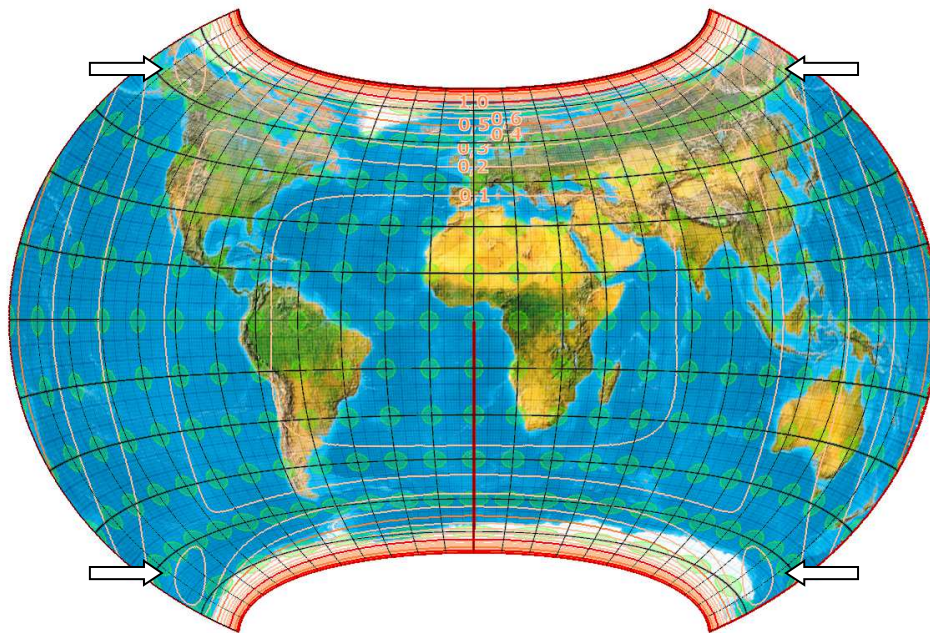


Abb10: Konfiguration 57-105-60-20-200 – Die „Batwing-Karte“. Pfeile: Nichttriviale Verzerrungsminima

## 6. Ein Beispiel für die Praxis

Nun scheint es allerdings zunächst so, als ob der Wagner 57-105-60-20-200 auf Grund seiner Außenform keinen praktischen Wert hat. Fast war der Verfasser schon geneigt, dem Einwand eines Kollegen, der die Arbeitsbezeichnung des Netzes, „Batwing“, kurzerhand in „Badwing“ reflektierte, zu folgen und die Variante zu verwerfen.

Noch bemerkenswerter, als die Außenform der Karte ist nun allerdings die Form der Äquideformaten. Äquideformaten sind im Allgemeinen komplizierte Funktionsbilder, die natürlich keine Rücksicht auf die Form des Kartierten nehmen. Weil nun Karten immer – irgendwo – Areale mit Verzerrungen haben müssen, so kann es naheliegend sein, die gröber verzerrten Gebiete, wenn sie sich schon nicht vermeiden lassen, so doch zumindest nach ausserhalb der wiedergegebenen Kartenfläche zu verschieben. Dies ist nun allerdings nur möglich, wenn Kartenblattform und Äquideformatenform zumindest grob übereinstimmen. Genau dies ist nun bei der „Batwing-Karte“ der Fall: Die ungefähr rechteckige Form der Äquideformaten passt sich überraschend gut einem rechteckigen Kartenblatt an.

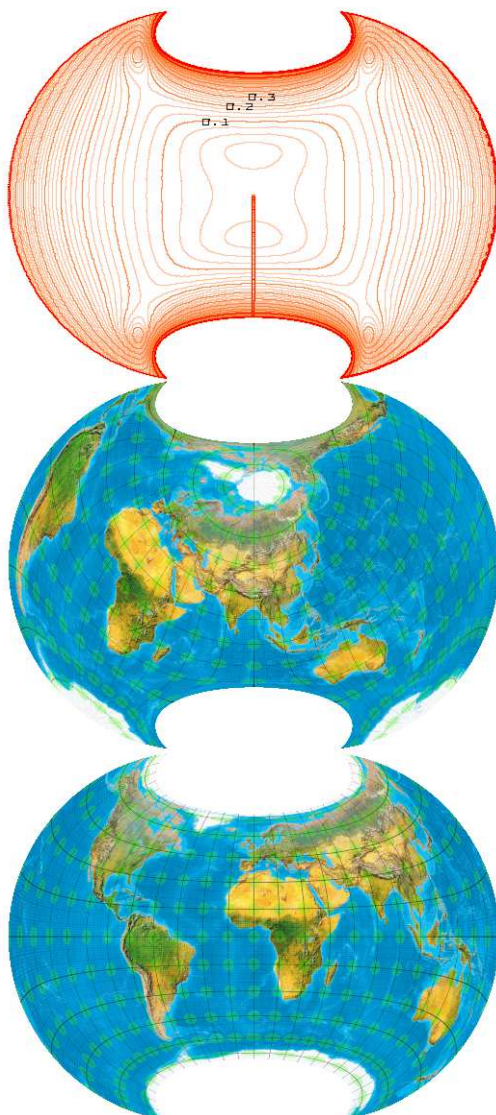


Nach Weltkarten stellen Abbildungen größerer Erdoberflächenausschnitte (wie z. B. Eurasiens, beider Amerika oder des Pazifiks) besondere Herausforderungen für das Entwerfen von Kartennetzen dar.

Es wird nun ein Versuch vorgestellt, der das Ziel hat, die Äquideformatenform des vorigen Versuchs für eine Karte Eurasiens nutzbar zu machen. Wie in 5.2 wird wieder Flächentreue gefordert.

Wir stellen die Konfiguration 60-132-60-0-200 vor. Diese ähnelt 57-105-60-20-200, hat aber mit dem von 105 auf 132 erhöhten Grenz-Lambda noch etwas besser verteilte Verzerrungswerte. So bilden hier alle lokalen Minima mit  $\varepsilon_K$ -Werten nicht schlechter als 0,200 miteinander verbundene Flächen.

Nun wird die Erde in eine schiefe Lage verdreht, wobei aus methodischen Gründen die runden Werte 45°N 90°E als Zentralpunkt gewählt werden. Es entstehen zwei neue Erdpole bei 45°N 90°W und 45°S 90°E. Der geographische Südpol wird bei derartigen schiefen Lagen in zwei Teile geschnitten, so wie es auch in dem (1953) von Briesemeister publizierten Netz bekannt ist. Eurasien liegt nun in zentraler Kartenlage (Abb. 11 Mitte).



WAGNER (VII) 60-132-60-0

Abb. 11: Konfiguration 60-132-60-0-200: Eine Eurasienkarte wird vorbereitet.



Indem wir nun die Außenbereiche abschneiden, geben wir nun unserem Blatt eine rechteckige Kartenform. Gleichzeitig werden so die Bereiche mit  $\varepsilon_K$ -Werten größer als 0,150 ausgeblendet.

Das Ergebnis (Abb. 12) überzeugt bereits visuell:

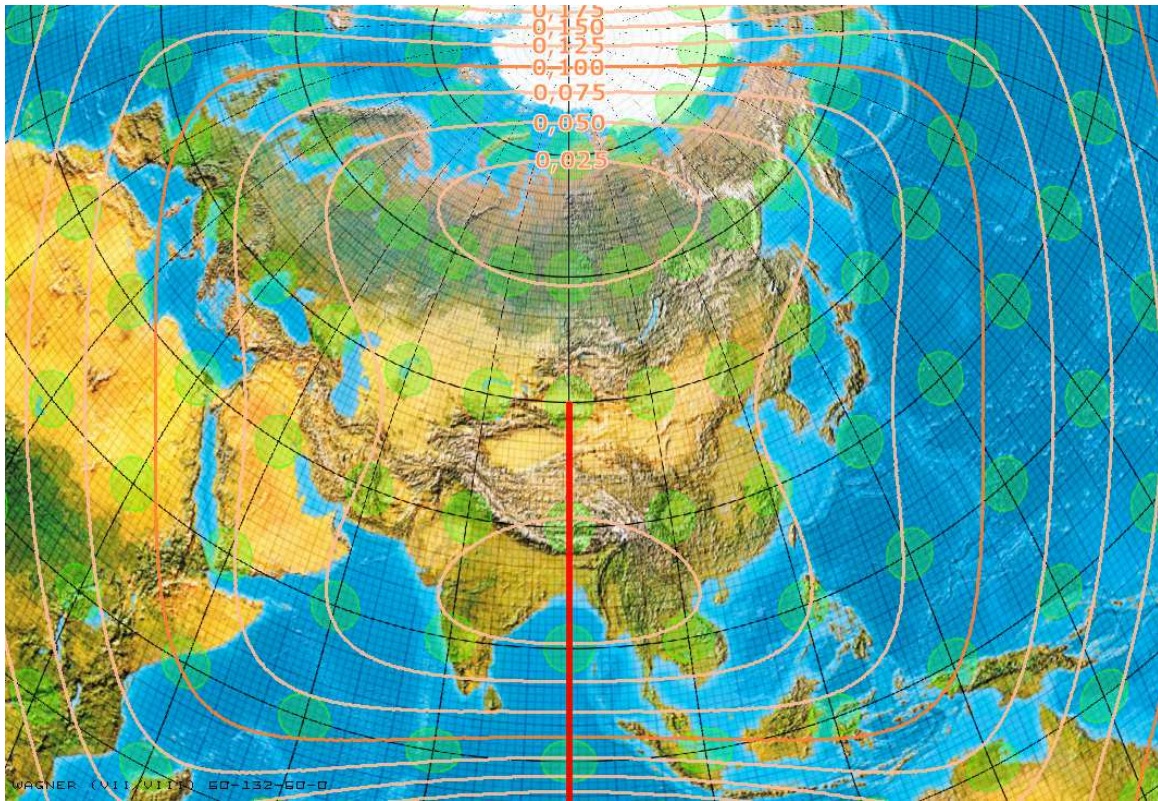


Abb.12: Eurasien in einem schiefachsigen Wagner 60-132-60-0-200. Das Netz ist flächentreu.

Die Formwiedergabe erscheint in erster Näherung ausgezeichnet. Gleichzeitig erscheinen die Winkelverzerrungen gering. Auf Grund der Flächentreue lassen sich die Airy-Kawraiski-Äquidiformaten (sogar einigermaßen linear) in eine maximale Winkelverzerrung umrechnen. Dem maximalen  $\varepsilon_K$  von 0,150 (in den Außenbereichen) entspricht eine Winkelverzerrung von gerade einmal 17,1°.

Zum Vergleich wird ein analog gerechnetes Netz in Canters Projection beigefügt (Abb. 13). Während der Canter im O und W geringere Verzerrungen aufweist, hat der Wagner 60-132-60-0-200 den Vorteil etwas kleinerer Verzerrungen in den Ecken. Darüber hinaus ist er im Gegensatz zum Canters flächentreu. Im Innenbereich weist der Wagner durchgehend  $\varepsilon_K$ -Werte kleiner 0,050 auf, bis unter 0,025, während der Canters 0,058 auch in Kartenmitte nicht unterschreitet.



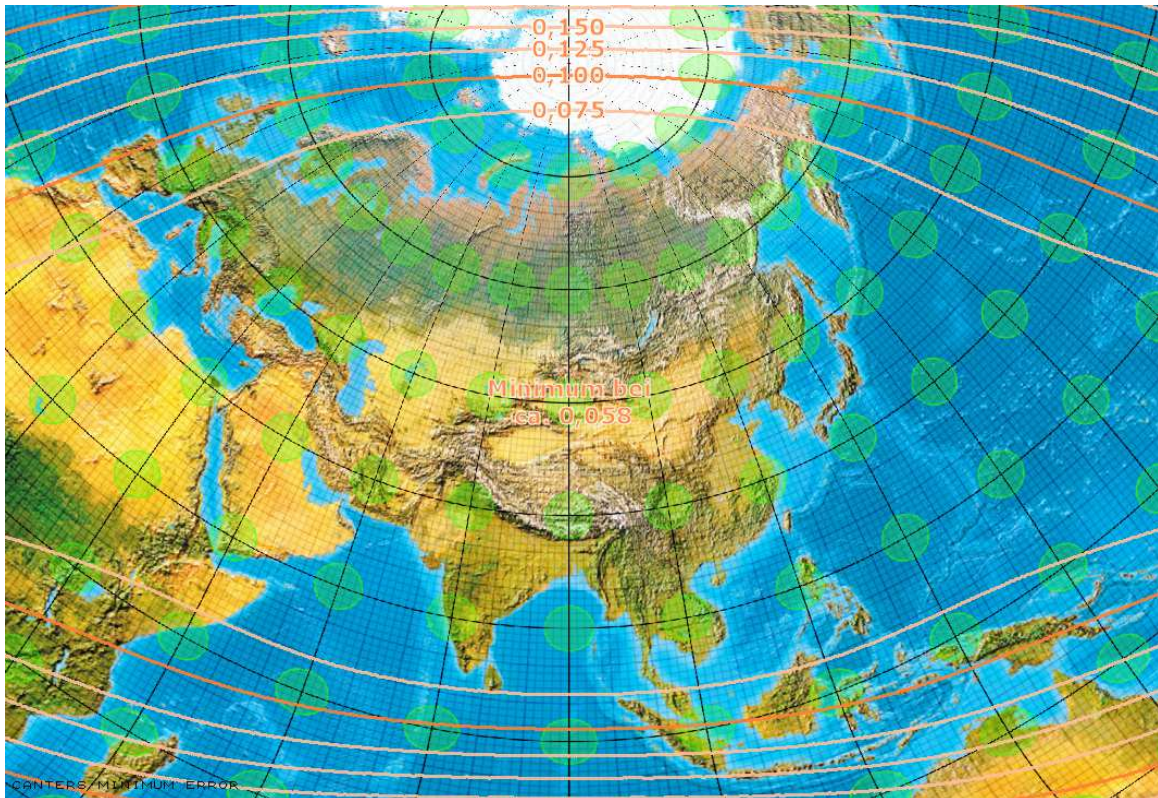


Abb.13: Zum Vergleich: Eurasien im Canters. Vermittelnd.

## 7. Abschluss und Wertung

Karlheinz Wagner hat die behandelten Netzentwürfe in der Zeit von 1941 bis zum 4. Dezember 1943 zunächst überschlägig mit einem Rechenschieber und dann exakt mit siebenstelligen Logarithmen berechnet. Dabei ist er sich dessen bewusst gewesen, dass die Möglichkeiten der Netztransformationen viel umfassender sind. Allein der Rechenaufwand begrenzte seine Versuche.

Er hat wiederholt die Mächtigkeit der Methode des Umbezifferns oder der Netztransformationen betont und (1949, S. 228) zu Neuschöpfungen ausdrücklich angeregt.

Mit den hier vorgestellten Berechnungen haben wir versucht, diese Anregung aufzugreifen. Im Ergebnis ist Bemerkenswertes zu Tage getreten: Eine ungeahnte Formenvielfalt, die der „generalisierte“ Wagner VII/VIII hervorbringen in der Lage ist; Ergebnisse mit Verzerrungseigenschaften, die jüngeren Minimum Error Projektionen zumindest nahe kommen, vermutlich sogar übertreffen. Wir belassen es einstweilen bei der empirischen Feststellung, dass Weltkartennetze hinsichtlich ihrer Formtreue und -ähnlichkeit in den Aussenbereichen durchaus noch Verbesserungspotential besitzen.

Theoretisch interessant ist, dass sich Wagners Netze im Gegensatz zu vielen anderen Netzen (exemplarisch polynomisch konstituierten Abbildungen und auch der Winkelschen Projektion) unkompliziert in geschlossener Form invertieren lassen. So sind ggf. erforderliche Rückprojektionen leicht implementierbar.

Nicht zuletzt konnte mit der Eurasienkarte Wagner 60-132-60-0-200 ein praktisches Ergebnis von bisher nicht erreichter Formentreue vorgestellt werden, sehr wohl geeignet, Hammonds winkeltreuer Optimalprojektion (Meyer 2001) ein flächentreues Pendant zu sein.

### Danksagung

Der Autor bedankt sich bei Werner Stams, Radebeul für die Informationen über Karlheinz Wagner und bei Gerald I. Evenden, N. Falmouth, USA für die zur Verfügung gestellten Manuskripte. Die Kartengrundlage der Abbildungen wurde freundlicherweise vom Ingenieurbüro Müller und Richert, Gotha zur Verfügung gestellt. Hierfür ebenfalls herzlichen Dank

### Literatur

Böhm, R. 2005: Kartennetzentwürfe.

[http://www.boehmwanderkarten.de/kartographie/is\\_netze.html](http://www.boehmwanderkarten.de/kartographie/is_netze.html)

Böhm, R.: Das Vimage-Buch. Programmdokumentation Vimage 4.1. Selbstverlag: Bad Schandau, 5. Aufl. 2015.

Bugayevskiy, L. M.; Snyder, J. P.: Map Projections. A Reference Manual. London: Taylor & Francis 1995, 2. Aufl. 1998.

Briesemeister, W.: A new oblique equal-area projection, *Geographical Review*, 43. Jg. (1953), Nr. 2, S. 260 ... 261.

Canthers, F. (1989): New projections for world maps: A quantitative-perceptive approach. *Cartographica*, 26 (2), pp. 53 ... 71 (zit. N. Delmelle 2001).

Deakin, R. E.: [Minimum Error Pseudocylindrical], *Computer Cartography and Geography Information Systems*, Vol. 17, No. 2, 1990, pp. 161 ... 167.

Delmelle, E. M. : Map Projection Properties. Considerations for Small-scale GIS Applications. Master of Arts. *Geographical Information Systems and Computer Cartography*. Dept. of Geogr., Univ of New York at Buffalo. 2001

Evenden, Gerald I. 2005: libproj4: A Comprehensive Library of Cartographic Projection Functions. <http://members.verizon.net/~vze2hc4d/proj4/manual.pdf>

Fiala, F.: *Mathematische Kartographie*, Berlin: VEB Verlag Technik 1957.

Grafarend, E. und Syffus, R. (Betreuung); Bernecker, B.: Erstellung von ID-Cards ausgewählter Azimutalabbildungen der Kugel und des Rotationsellipsoides (1998) – Irsigler, M.: Erstellung von ID-Cards ausgewählter Kegelabbildungen der Kugel und des Rotationsellipsoides (1998) – Austen, G.: Erstellung von ID-Cards ausgewählter Zylinderabbildungen der Kugel und des

Rotationsellipsoides (2000). – Studienarbeiten. Geodätisches Institut der Universität Stuttgart 1998, 2000.

Györfy, J.; Klinghammer, I.: Die kleinmaßstäbige Darstellung von Europa in Projektionen geringster Verzerrung – die Basis für einen Europa-Atlas. Kartographische Nachrichten, 54. Jg. (2004), Nr. 6, S. 262 ... 268.

Meyer: Meyers Großer Weltatlas. Meyers Lexikonverlag: Mannheim 2001, 7. Aufl.

Robinson, A. H.: A new map projection : Its developments and characteristics, International Yearbook of Cartography, 14. Jg., S. 145 ... 155. (zit. N. Bugayevskiy und Snyder 1998)

Simon, K.: Flächenproportionales Umbeziffern der Punkte in Kartennetzentwürfen. Mitt. d. RafLA, Berlin 1937, Nr. 2 und 1938, Nr. 1. (zit. nach Wagner 1949)

Snyder, John P.; Steward, Harry 1994: Bibliography of Map Projections. Second edition 1994. 2765 entries. <http://www.cs.albany.edu/~amit/bib/mapproj.txt>

Swonarew, K. A.: Kartenentwurfslehre. Berlin: VEB Verlag Technik 1953.

Steinert, K.-G.: Lexikon der Kartographie und Geomatik in zwei Bänden, Stichworte Kartennetzentwurf, Kartennetzentwurfslehre etc. (Hrsg. Bollmann, J.; Koch, W. G.) Spektrum: Heidelberg 2001.

Wagner, K.: Kartographische Netzentwürfe. Leipzig: Bibliographisches Institut 1949.

Wagner, K.: Kartographische Netzentwürfe. Mannheim: Bibliographisches Institut 1962 (zit. n. Györfy 2000).

Wagner, K.: Bemerkungen zum Umbeziffern von Kartennetzen. KN 6/1982, S. 211 ... 218.

[Wagner, K.]: Die Kartographischen Nachrichten berichten über Karlheinz Wagners Leben in Heft 4/1966, S. 162, 163 (60. Geburtstag), Heft 6/1976, S. 240 (70. Geburtstag) und den Heft 3/1985, S. 108/109 (Nachruf).

\*) Redigierung des unkorrigierten Mauskriptdruckes („2.Manuskript“) vom 09.02.2005 am 15.01.2015 auf Anregung von Thomas Jung, Bochum. Durchgesehen, kleine Tippfehler nach wie vor möglich.