INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES LYON

UNIVERSITÉ DE LYON

Math Institut Camille Jordan

CARRÉS MAGIQUES

UNE FASCINATION IMMARCESCIBLE À TRAVERS LE TEMPS ET LES CIVILISATIONS...

Aimé LACHAL

Université de Lyon – 2016

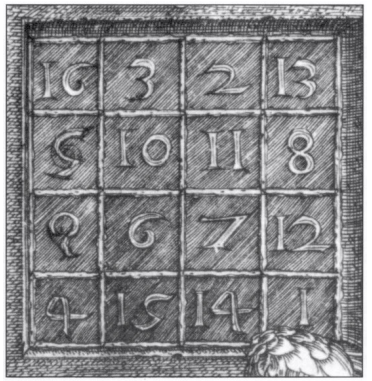
http://math.univ-lyon1.fr/~alachal/exposes/carres_magiques_diaporama.pdf





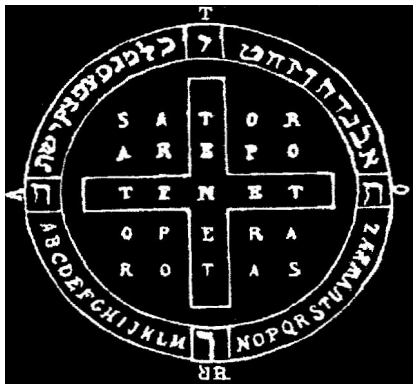






CARRÉS MAGIQUES

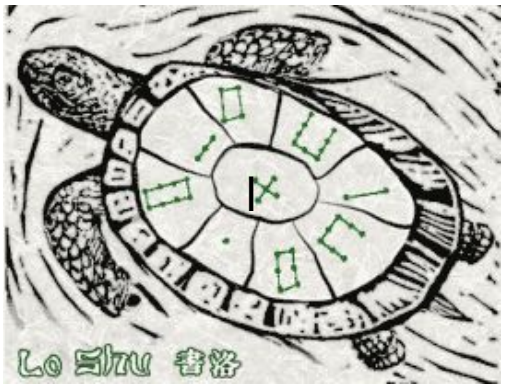
UNE FASCINATION IMMARCESCIBLE À TRAVERS LE TEMPS ET LES CIVILISATIONS...











There is no science that teaches
the harmonies of nature
more clearly than mathematics,
and the magic squares are like a mirror
which reflects a ray of the symmetry
of the divine norm immanent in all things,
in the immeasurable immensity of the cosmos
not less than in the mysterious depths
of the human mind.

– Paul Carus, 1908

The peculiar interest of magic squares lies
in the fact that they possess
the charm of mystery.
They appear to betray some hidden intelligence
which by a preconceived plan produces
the impression of intentional design,
a phenomenon which finds
its close analogue in nature.

— Paul Carus, 1908

Magic squares contain a lesson of great value
in being a palpable instance
of the symmetry of mathematics,
throwing thereby a clear light
upon the order that pervades the universe
wherever we turn,
in the infinitesimally small interrelations of atoms
as well as in the immeasurable domain
of the starry heavens.

— Paul Carus, 1908

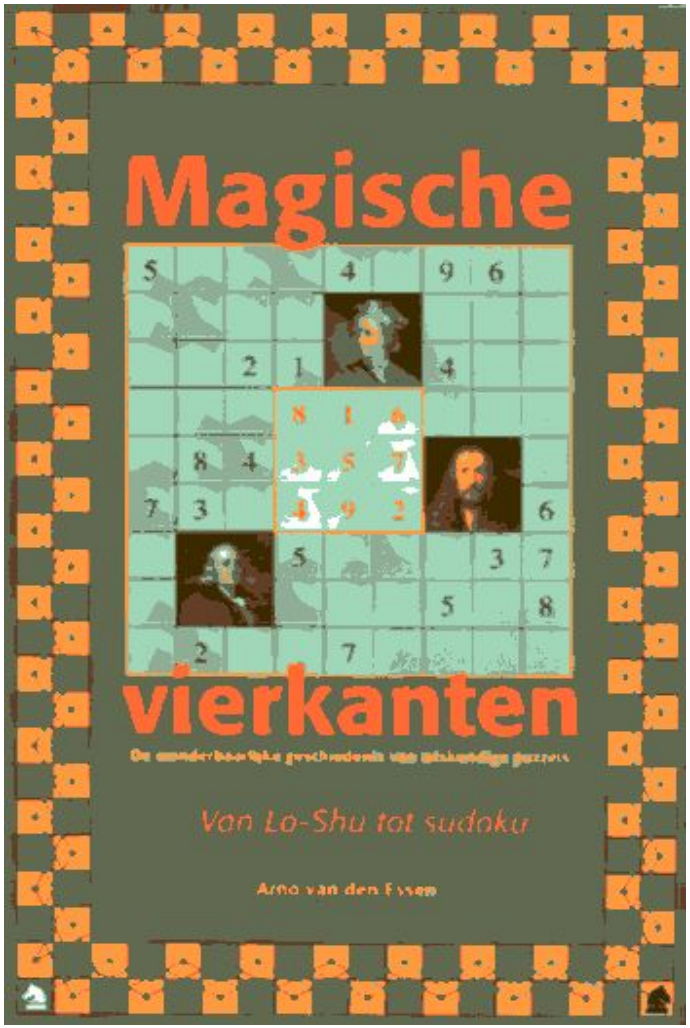
To study magic squares is to study the self.
To study the self is to forget the self.
To forget the self is to be enlightened.

– Abhinavagupta Isvarapratyabhijna

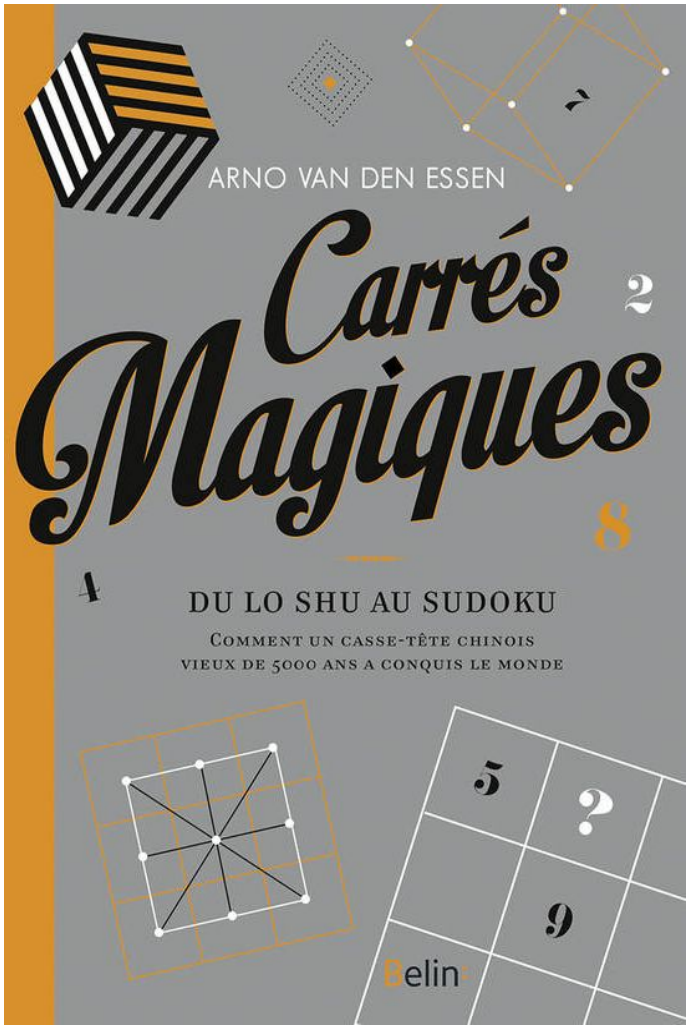
The magic square is the hammer that
shatters the ice of our unconscious.

– Qingfu Chuzhen

Sommaire



Du Lo Shu au Sudoku



© Aimé Lachal – 2016

Sommaire

Du Lo Shu…

I – Carrés magiques et culture

- Dans l'histoire
- Dans la religion
- Dans l'art

II – Constructions diverses et variées

- Ordre 3
- Ordre 4
- Ordre 5 (et ordre impair)
- Ordre 8 (et ordre doublement pair)
- Ordre 9
- Ordre 11
- Ordre 14 (et ordre simplement pair)

III – Autres carrés et figures magiques

…au Sudoku

© Aimé Lachal – 2016

Avertissement

– Ce document essaie de présenter un large aperçu du sujet sans être toutefois exhaustif

Avertissement

– Certaines références historiques peuvent être imprécises ou incertaines

Définition générale

♦ Un carré « magique » d'ordre n est un tableau de n^2 nombres répartis sur n lignes et n colonnes dont les sommes sur chaque ligne, chaque colonne et chacune des deux diagonales coïncident

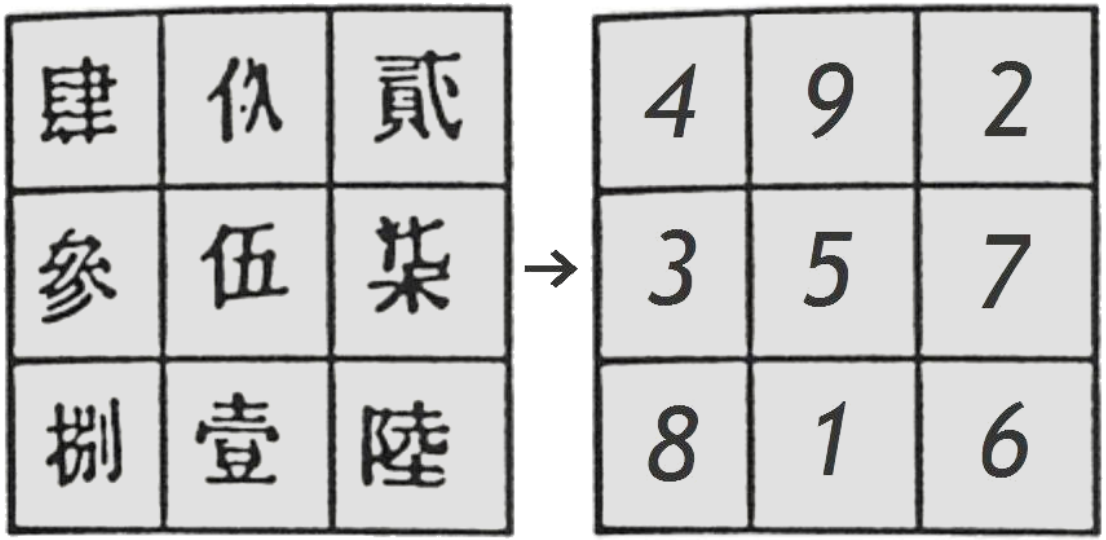
I
Carrés magiques et culture

Carrés magiques dans l'histoire

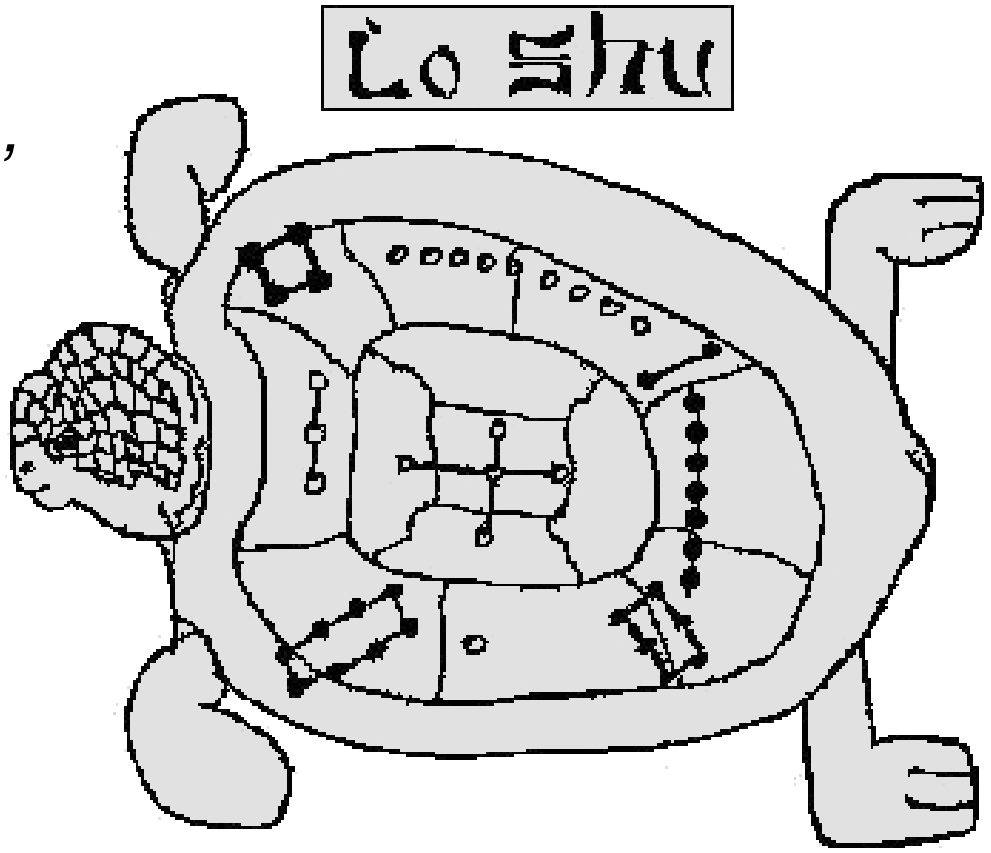
Apparition en Chine : ~ 650 av. J.-C.

→ *Légende de « Luo Shu »*

(Le Livre de la rivière Luo – 洛書 ,
~ 2200 av. J.-C.)



Carré « Lo Shu »



Apparition en Chine : ~ 650 av. J.-C.

→ *Légende de « Luo Shu »*

(Le Livre de la rivière Luo – 洛書 ,
~ 2200 av. J.-C.)

4 + 9 + 2	=	15
3 + 5 + 7	=	15
8 + 1 + 6	=	15

© Aimé Lachal – 2016

Apparition en Chine : ~ 650 av. J.-C.

→ *Légende de « Luo Shu »*

(Le Livre de la rivière Luo – 洛書 ,
~ 2200 av. J.-C.)

4 + 9 + 2	=	15
3 + 5 + 7	=	15
8 + 1 + 6	=	15

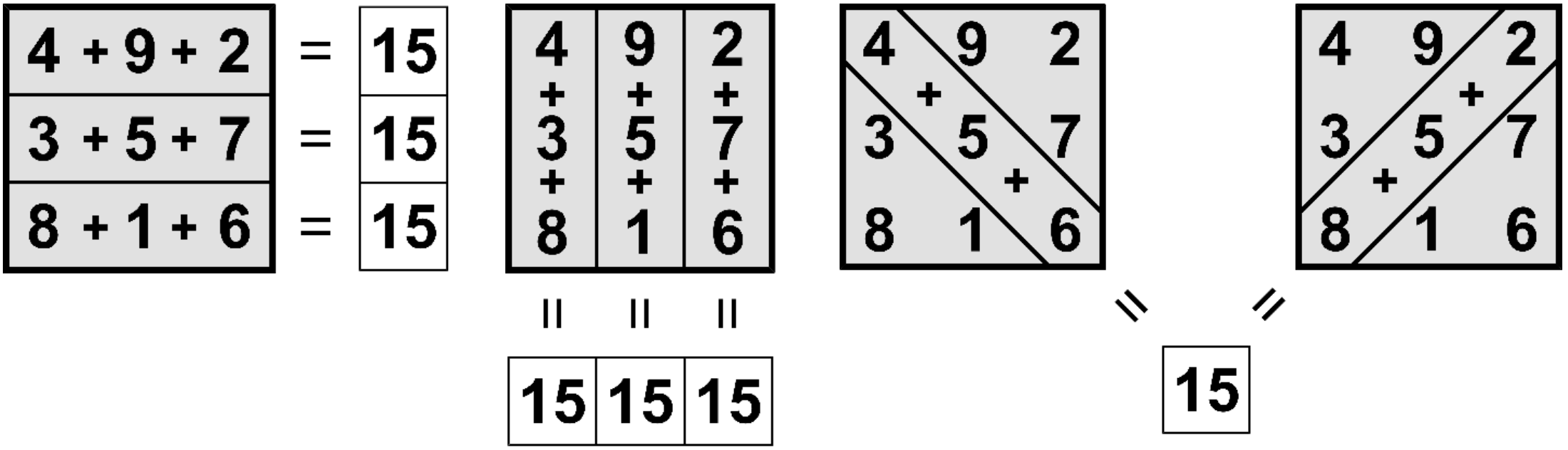
4 + 3 + 8	9 + 5 + 1	2 + 7 + 6
=	=	=
15	15	15

© Aimé Lachal – 2016

Apparition en Chine : ~ 650 av. J.-C.

→ *Légende de « Luo Shu »*

(Le Livre de la rivière Luo – 洛書 ,
~ 2200 av. J.-C.)



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans la religion

En Europe, au Moyen-Âge

Pape Léon III (750–816)

→ *Enchiridion* (Rome, 795)

37	78	29	70	21	62	13	54	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45





© Aimé Lachal – 2016

En Perse, au Moyen-Âge

Abūʾl-Wafāʾ al-Būzjānī (940–997 ?)

Mathématicien et astronome persan.

→ *Traité pionnier :*

« Livre de l'arrangement magique dans les carrés »

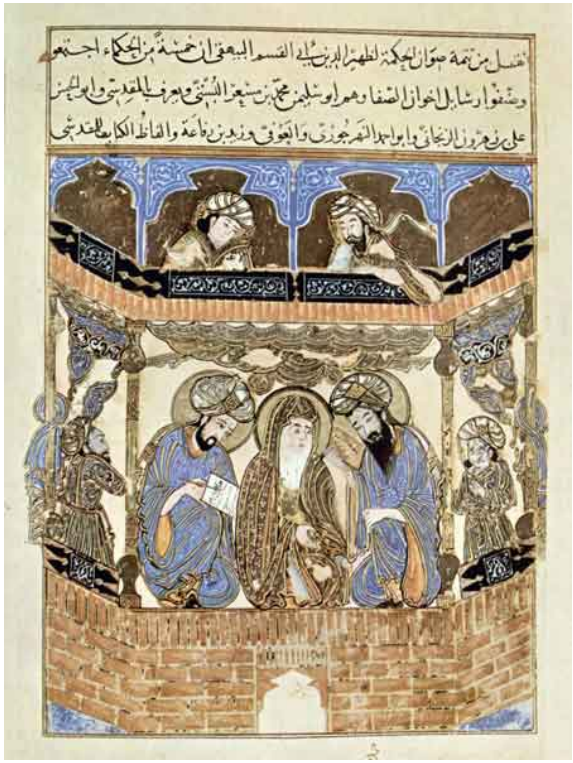


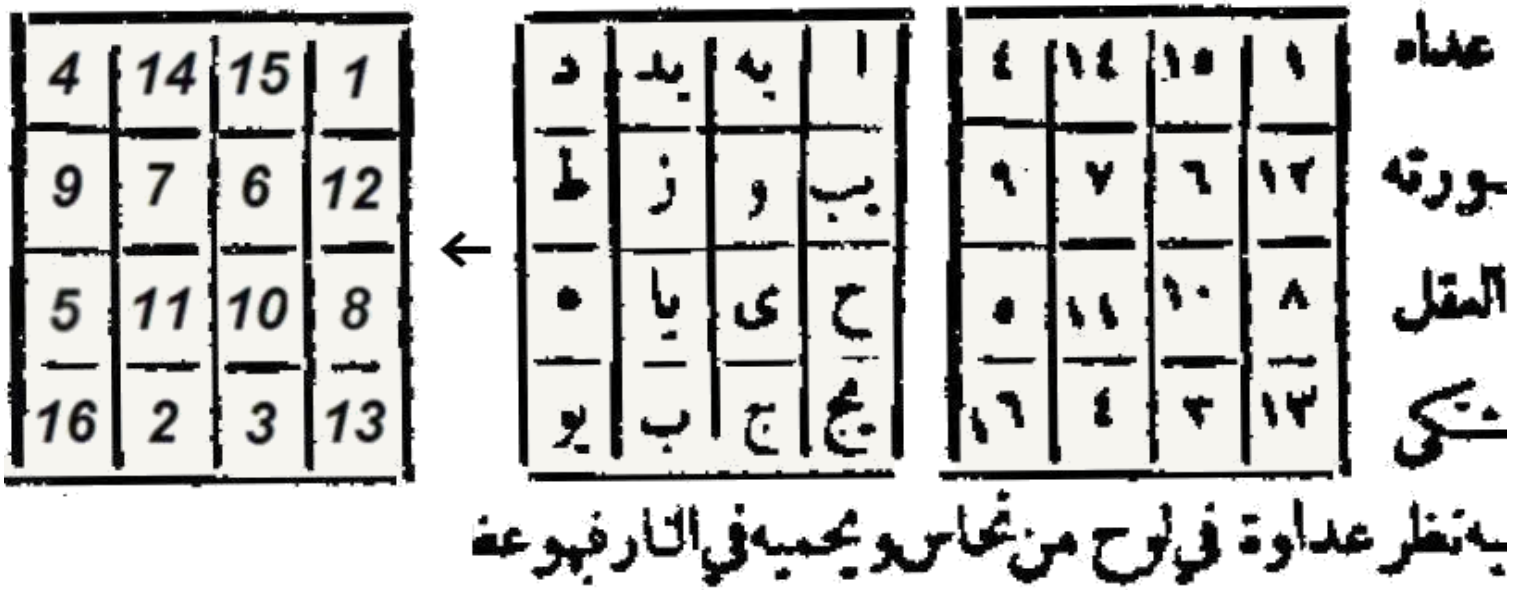
© Aimé Lachal – 2016

En Perse, au Moyen-Âge

→ *Encyclopédie des Frères de la Pureté*

(Rasā'il Iḫwān al-Ṣafā' – رسائل إخوان الصفا,
Bagdad, 983)

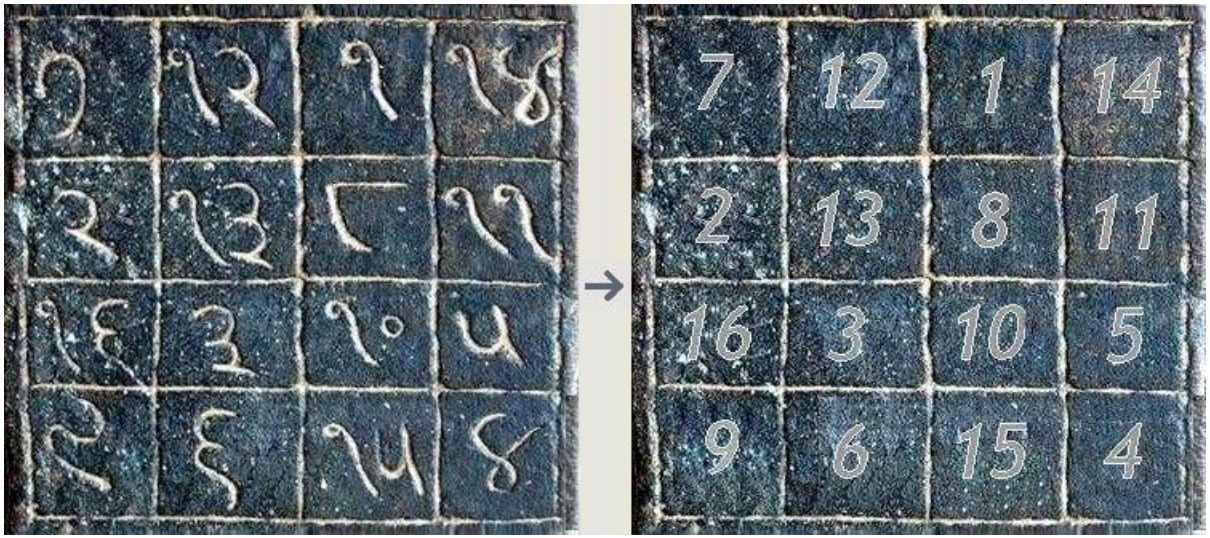




© Aimé Lachal – 2016

En Inde, au Moyen-Âge

→ *Un carré « Chautisa yantra »*
(dans le temple jaïn de Pārśvanātha, Khajurāho, 954)





© Aimé Lachal – 2016

En Inde, au Moyen-Âge

→ *Un carré « Chautisa yantra »*
(dans le temple jaïn de Jinanātha, Khajurāho, Xe s.)

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

ARCHÆOLOGICAL SURVEY
OF
INDIA.

FOUR REPORTS
MADE DURING THE YEARS
1862–63–64–65,
BY
ALEXANDER CUNNINGHAM, C. S. I.,
MAJOR-GENERAL, ROYAL ENGINEERS (BENGAL RETIRED):
DIRECTOR GENERAL OF THE ARCHÆOLOGICAL SURVEY OF INDIA:
MEMBER, ROYAL ASIATIC SOCIETY: HON. MEMBER, BENGAL ASIATIC SOCIETY:
MEMBER, ANTHROPOLOGICAL INSTITUTE:
MEMBER, NUMISMATIC SOCIETY.

ON RIGHT JAMB OF DOOR.

A magic square of 16 figures, which form 34 by addition every way, whether horizontally, perpendicularly, or diagonally. The figure 8 is remarkable for an additional stroke on the left side, which I take to be a mark of antiquity as it is a near approach to the figure in my Suhaniya numeral inscription. The figures are disposed thus—

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

© Aimé Lachal – 2016

En Inde, au Moyen-Âge

→ *Un carré « Chautisa yantra »*
(dans le tombeau Chota Surang, Dudhai, XIe s.)

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

ANNUAL PROGRESS REPORT
OF THE
SUPERINTENDENT,
HINDU AND BUDDHIST MONUMENTS,
NORTHERN CIRCLE,
FOR THE
YEAR ENDING 31st MARCH 1916.

On the occasion of my inspection of the monuments of Dudhai, Jhansi District, I found at one end of, and on the underside of a fallen lintel in the shrine known locally as the Chota Surang, a so-called magic square. When the lintel was in position the square was hidden by the supporting column. The temple may be assigned with some certainty to the first half of the 11th Century A. D. The square is in the following form :—

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

Mathematically it is interesting as possessing the following properties (*i*) the sum of each row, each column, and each diagonal is 34, (*ii*) the sum of all the numbers in each sub-square is also 34. The only other specimen known to me is the one as existing at Khujaraho where similar Chandel monuments are found.

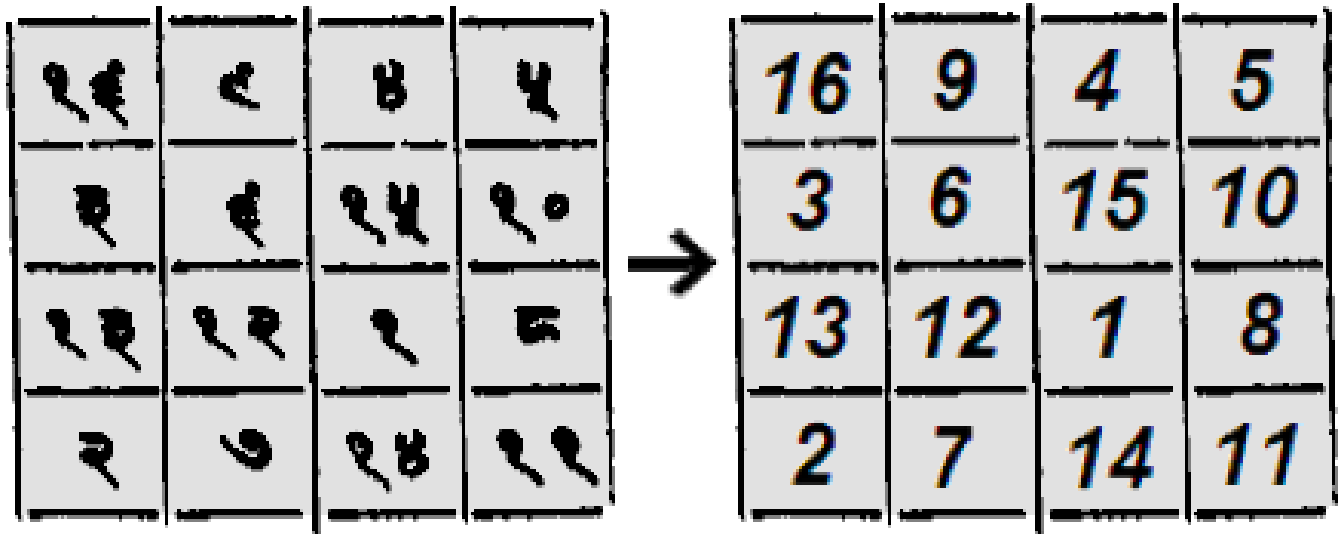
SIMLA :
18th September, 1916.

H. HARGREAVES,
Superintendent,
Hindu and Buddhist Monuments, Northern Circle.

© Aimé Lachal – 2016

En Inde, au Moyen-Âge

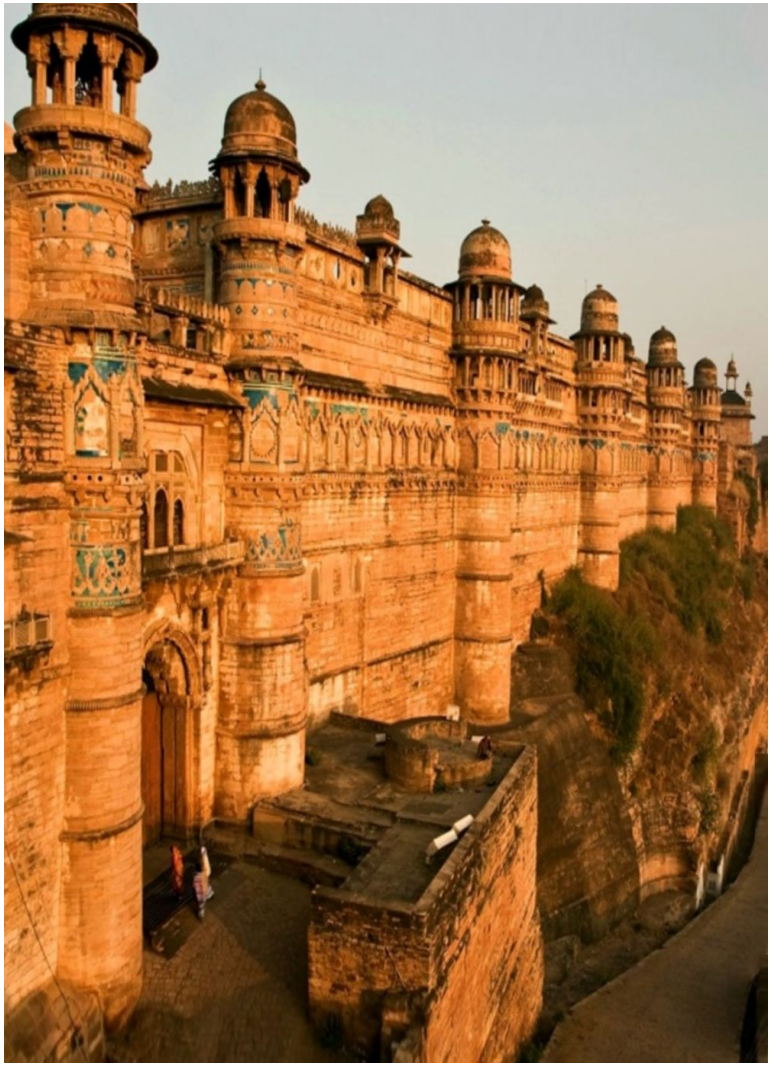
→ *Un carré « Chautisa yantra »*
(dans le fort de Gwâlior, 1483)



१६	९	४	५
३	६	१५	१०
१३	१२	१	८
२	७	१४	११

→

16	9	4	5
3	6	15	10
13	12	1	8
2	7	14	11



© Aimé Lachal – 2016

Civilisation Arabe, au Moyen-Âge

→ Traité médiéval anonyme de référence :

« Arrangement harmonieux des nombres »

إعداد في وفق الأعداد

© Aimé Lachal – 2016

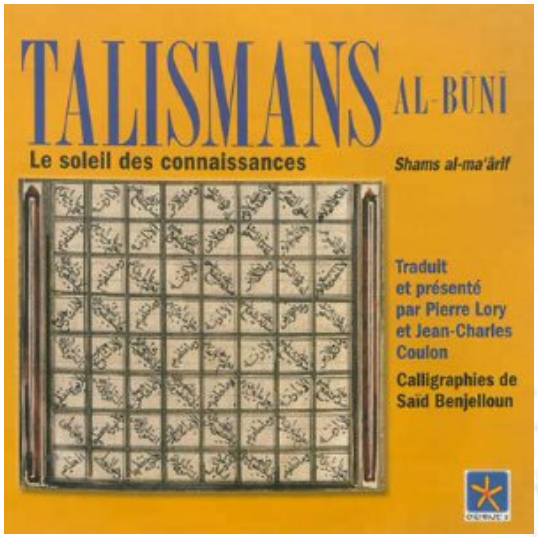
Civilisation Arabe, au Moyen-Âge

Ahmad Ibn ‘Ali al-Būnī (?–1225)

Écrivain, occultiste et mage arabe.



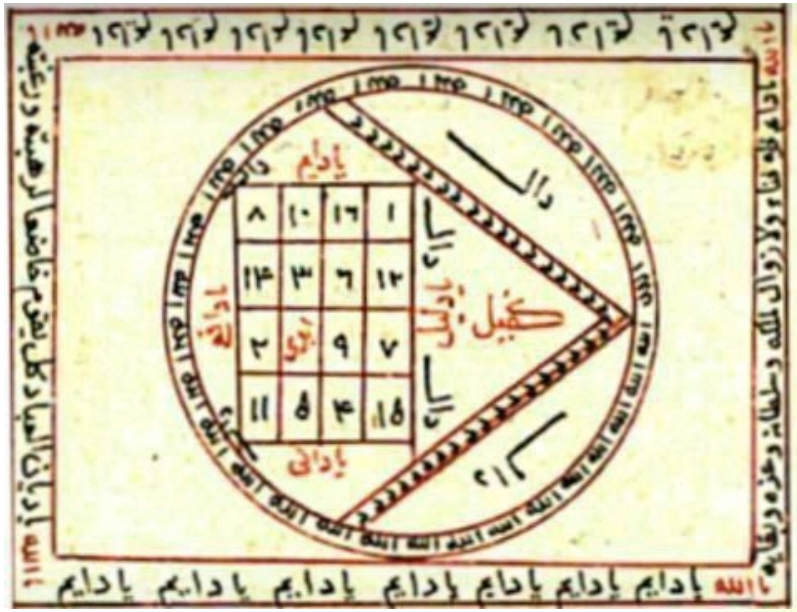
→ *Grimoire célèbre :*
« Le grand soleil des connaissances »
(Šams al-maʿārif al-kubrā – شمس المعارف ولطائف العوارف*)*



→ *Attribution de vertus magiques, talismanie et divination*

© Aimé Lachal – 2016

Civilisation Arabe, au Moyen-Âge



8	10	16	1
14	3	6	12
2	17	9	7
11	5	4	15



4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

© Aimé Lachal – 2016

En Europe, à la Renaissance

Henri Corneille Agrippa

(1486–1535)

Écrivain occultiste, théologien, astrologue et alchimiste allemand.



→ *Œuvre célèbre :*
« De Occulta Philosophia » *(1510)*

→ *Il associe aux sept planètes connues sept carrés magiques*

© Aimé Lachal – 2016

En Europe, à la Renaissance

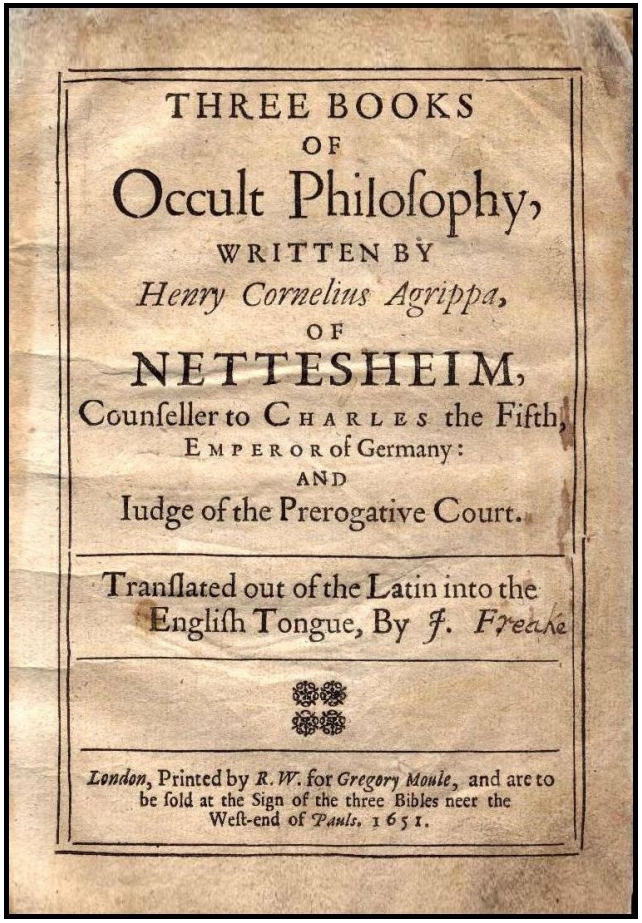
CHAPTER XXII

Of the tables of the planets, their virtues, forms, and what divine names, intelligences, and spirits are set over them.

It is affirmed by magicians, that there are certain tables of numbers distributed to the seven planets, which they call the sacred tables of the planets, endowed with many, and very great virtues of the heavens, in as much as they represent that divine order of celestial numbers, impressed upon celestials by the Ideas of the Divine Mind, by means of the Soul of the World, and the sweet harmony of those celestial rays, signifying according to the proportion of effigies, supercelestial intelligencies, which can no other way be expressed, than by the marks of numbers, and characters.

De planetarum menſulis, earumq; uirtutibus & formulis, & quæ illis præficiãtur diuina nomina, intelligentiæ & dæmonia. CAP. XXII.

TRadũtur inſuper à magis quædam numerorum mẽſulæ, planetis ſeptem diſtributæ, quas planetarum ſacras tabulas uocãt, multis admodũ magnisq; cœleſtium uirtutibus inſignitas, quatenus repræſentãt diuinam illã cœleſtiũ numerorũ rationẽ diuinæ mẽtis ideis per rationẽ animæ mũdi cœleſtibus impreſſam, illorumq; ſuauiſſimã cœleſtium radiorum harmoniam, ſecundum effigierum proportionẽ, intelligẽtias ſupra mundanas cõſignificãtiũ, quæ aliter exprimi non poſſunt, quàm per notas numerorũ & characterũ.

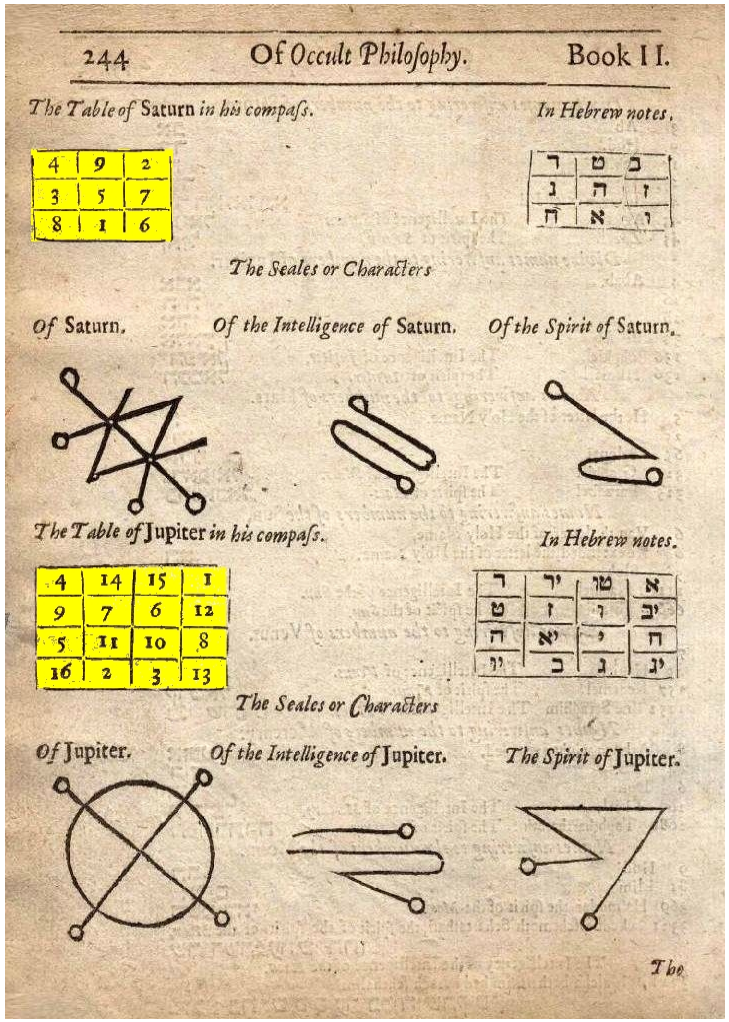

THREE BOOKS
OF
Occult Philoſophy,
WRITTEN BY
Henry Cornelius Agrippa,
OF
NETTESHEIM,
Counſeller to CHARLES the Fifth,
EMPEROR of Germany:
AND
Iudge of the Prerogative Court.

Tranſlated out of the Latin into the Engliſh Tongue, By *J. Freake*

London, Printed by *R. W.* for *Gregory Moule*, and are to be ſold at the Sign of the three Bibles neer the Weſt-end of *Pauls*. 1651.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans la religion


244 Of Occult Philosophy. Book II.

The Table of Saturn in his compass. In Hebrew notes.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

The Seales or Characters

Of Saturn. Of the Intelligence of Saturn. Of the Spirit of Saturn.

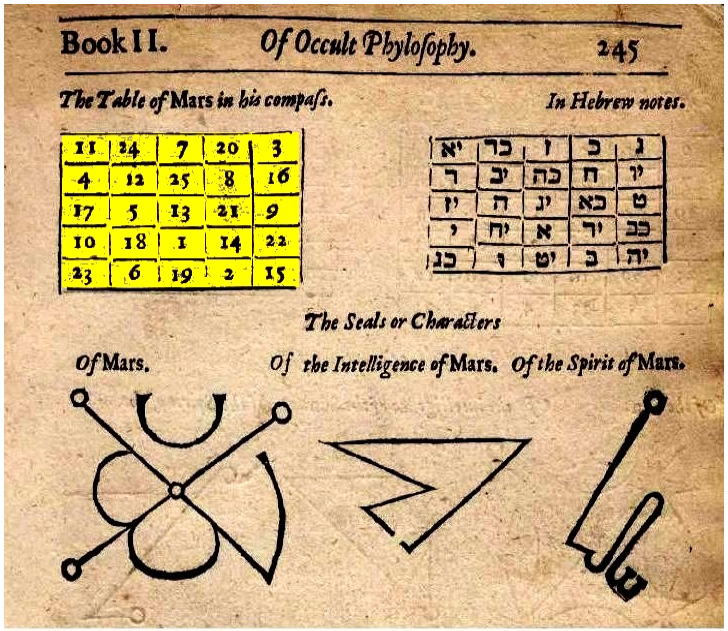
The Table of Jupiter in his compass. In Hebrew notes.

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

The Seales or Characters

Of Jupiter. Of the Intelligence of Jupiter. The Spirit of Jupiter.

The

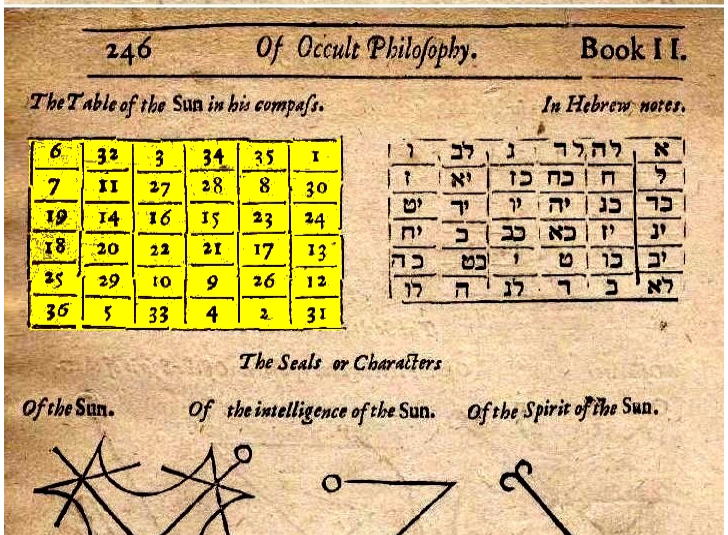

Book II. Of Occult Philosophy. 245

The Table of Mars in his compass. In Hebrew notes.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

The Seals or Characters

Of Mars. Of the Intelligence of Mars. Of the Spirit of Mars.

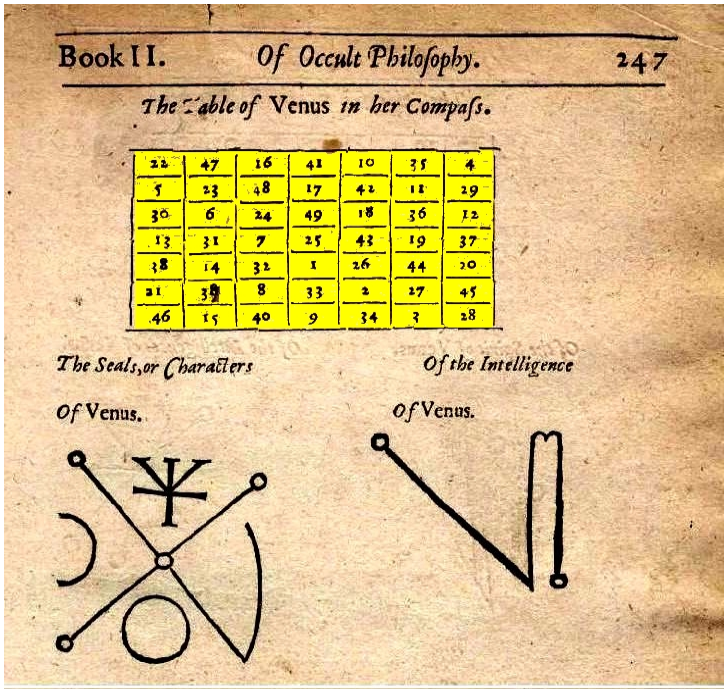

246 Of Occult Philosophy. Book II.

The Table of the Sun in his compass. In Hebrew notes.

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

The Seals or Characters

Of the Sun. Of the intelligence of the Sun. Of the Spirit of the Sun.

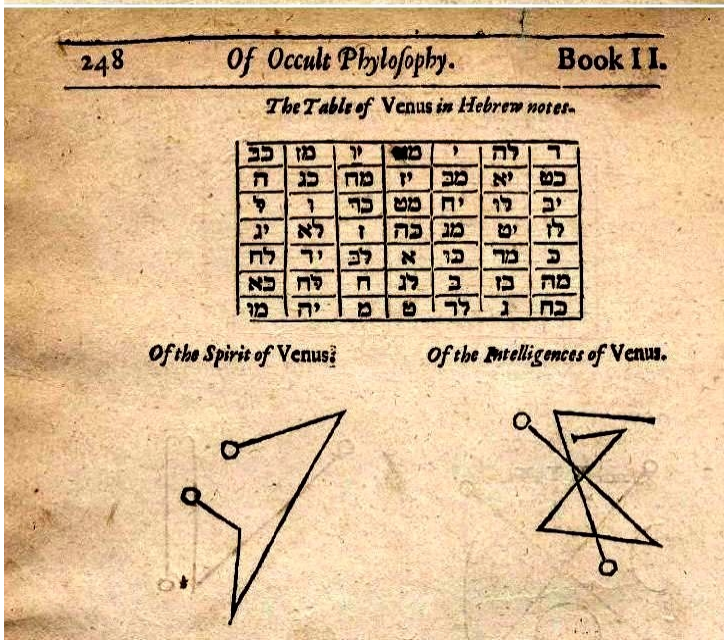

Book II. Of Occult Philosophy. 247

The Table of Venus in her Compass.

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

The Seals, or Characters Of the Intelligence

Of Venus. Of Venus.


248 Of Occult Philosophy. Book II.

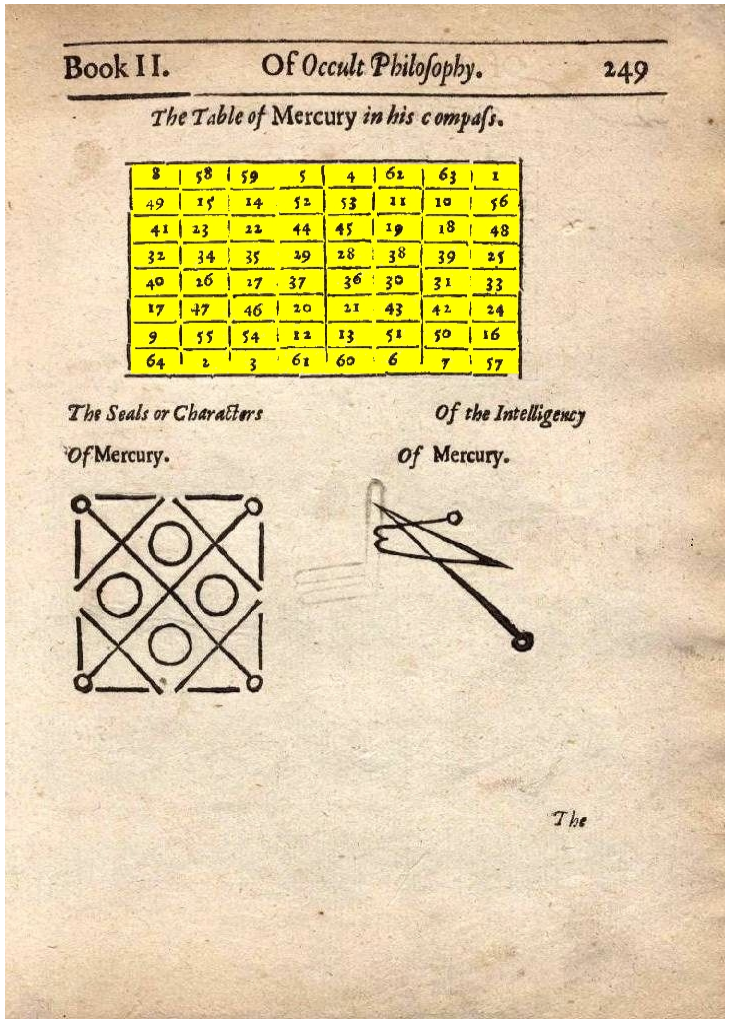
The Table of Venus in Hebrew notes.

Of the Spirit of Venus. Of the Intelligences of Venus.

Quelques pages…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans la religion



Book II. Of Occult Philosophy. 249

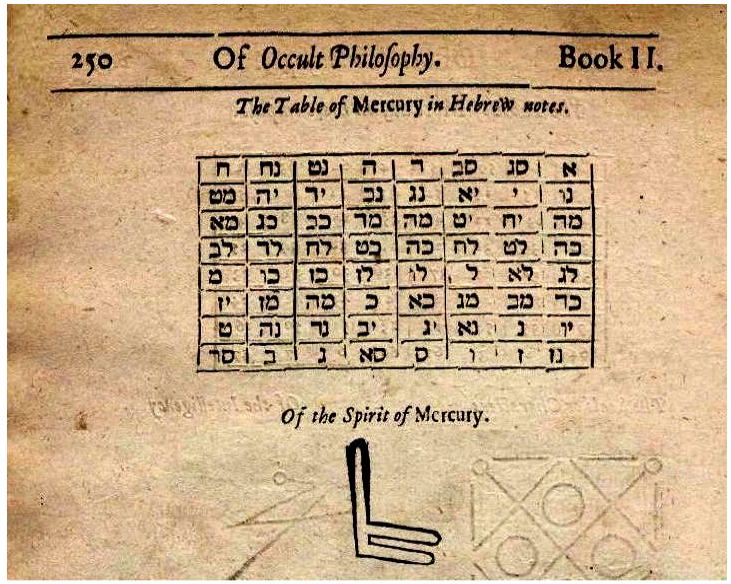
The Table of Mercury *in his compass.*

8	58	59	5	4	62	63	1
49	15	14	52	53	11	10	56
41	23	22	44	45	19	18	48
32	34	35	29	28	38	39	25
40	26	27	37	36	30	31	33
17	47	46	20	21	43	42	24
9	55	54	12	13	51	50	16
64	2	3	61	60	6	7	57

The Seals or Characters of Mercury.

Of the Intelligency of Mercury.

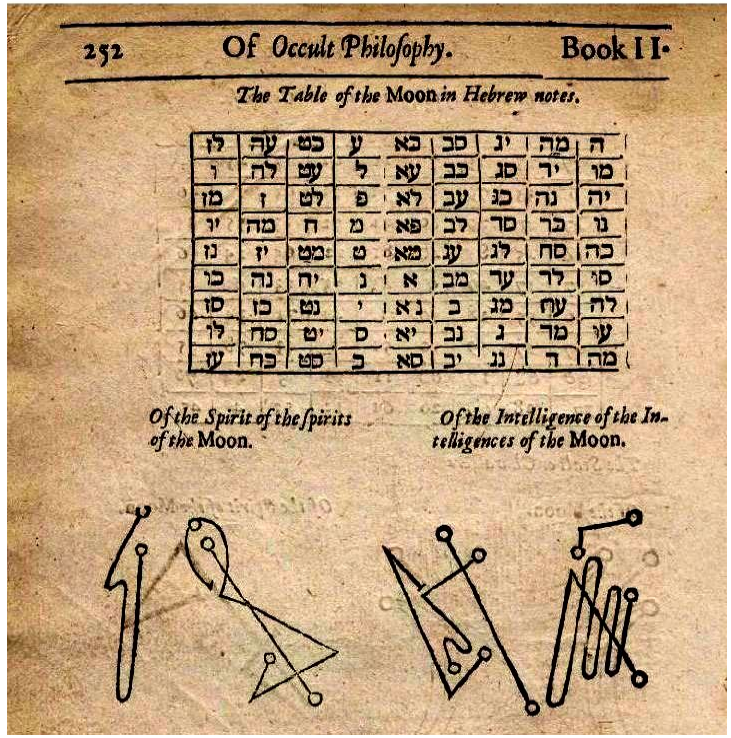
The



250 Of Occult Philosophy. Book II.

The Table of Mercury *in Hebrew notes.*

Of the Spirit of Mercury.

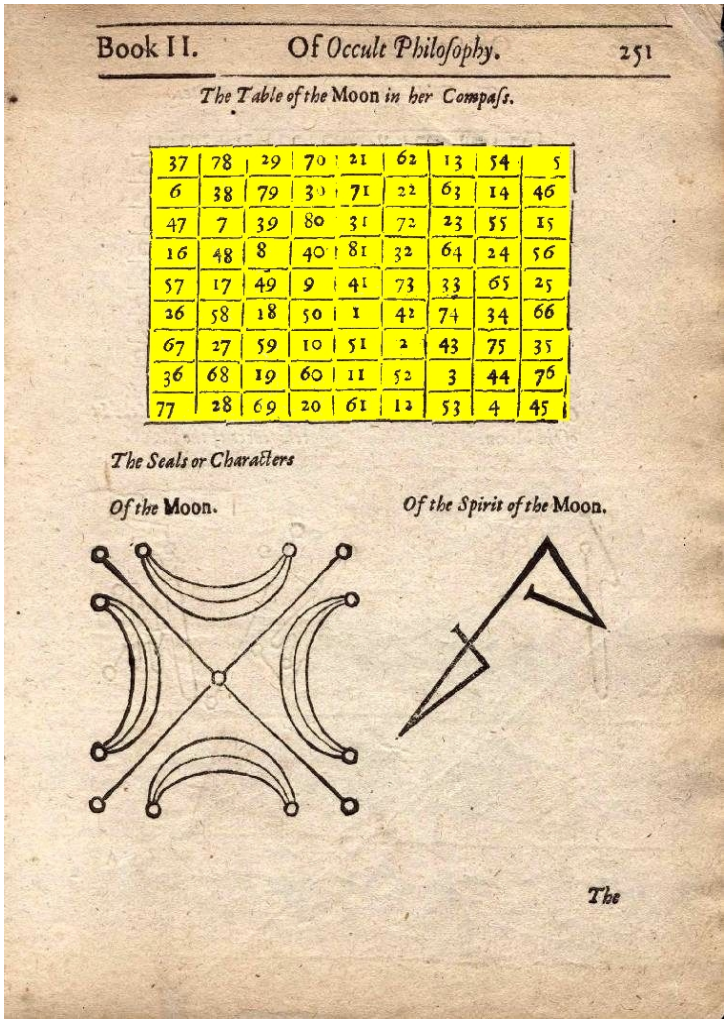


252 Of Occult Philosophy. Book II.

The Table of the Moon *in Hebrew notes.*

Of the Spirit of the spirits of the Moon.

Of the Intelligence of the Intelligences of the Moon.



Book II. Of Occult Philosophy. 251

The Table of the Moon *in her Compass.*

37	78	29	70	21	62	13	54	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45

The Seals or Characters of the Moon.

Of the Spirit of the Moon.

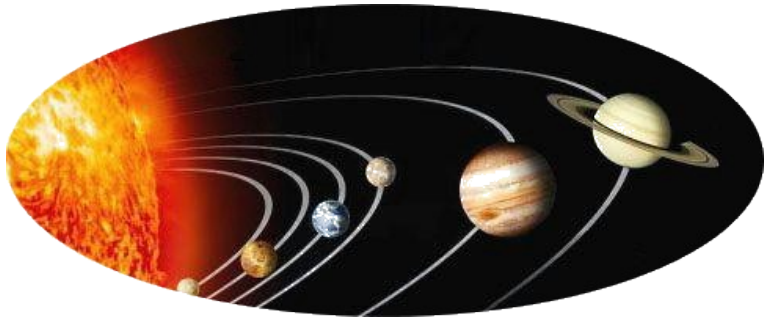
The

Et d'autres…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans la religion

Les carrés planétaires



4	9	2
3	5	7
8	1	6

Saturne **15**

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

Jupiter **34**

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Mars **65**

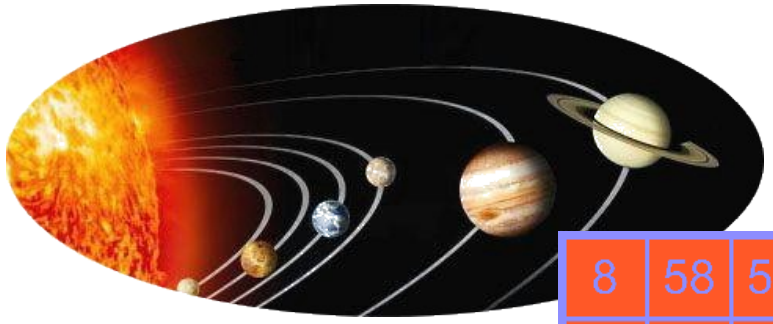
6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

Soleil **111**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans la religion

Les carrés planétaires



22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

Vénus **175**

8	58	59	5	4	62	63	1
49	15	14	52	53	11	10	56
41	23	22	44	45	19	18	48
32	34	35	29	28	38	39	25
40	26	27	37	36	30	31	33
17	47	46	20	21	43	42	24
9	55	54	12	13	51	50	16
64	2	3	61	60	6	7	57

Mercure **260**

37	78	29	70	21	62	13	54	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45

Lune **369**

© Aimé Lachal – 2016

En Europe, à la Renaissance

Auréol-Philippe-Théophraste Bombast dit Paracelse von Hohenheim (1493–1541)

Médecin, philosophe, théologien, astrologue et alchimiste suisse.

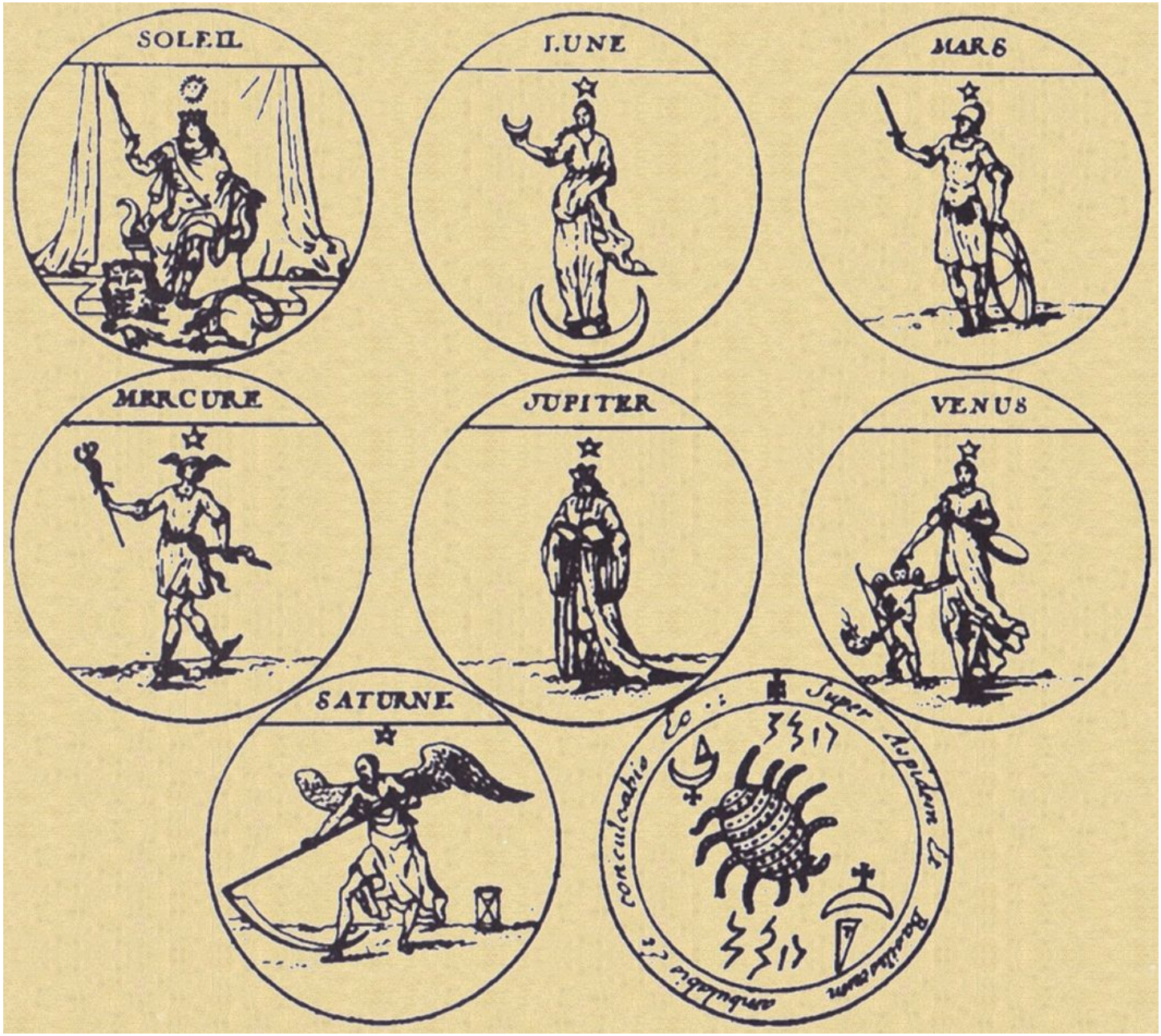


→ *Œuvre célèbre : « Les sept livres de l'archidoxe magique » (1524)*

→ *Il associe aux sept planètes connues sept carrés magiques*

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans la religion





LES CLASSIQUES DE L'OCCULTE

PUBLIÉS SOUS LES AUSPICES DE

L'ORDRE KABBALISTIQUE DE LA ROSE†CROIX

PARACELSE

LES SEPT LIVRES DE

L'ARCHIDOXE MAGIQUE

Traduits pour la première fois en français, texte latin en regard.

PRÉCÉDÉS D'UNE INTRODUCTION
ET D'UNE PRÉFACE PAR LE DOCTEUR MARC HAVEN

Avec cent gravures et tableaux dans le texte, huit planches hors texte, et un beau portrait de Paracelse en frontispice.

PARIS
LIBRAIRIE DU MERVEILLEUX
P. DUJOLS & A. THOMAS
76, Rue de Rennes
1909

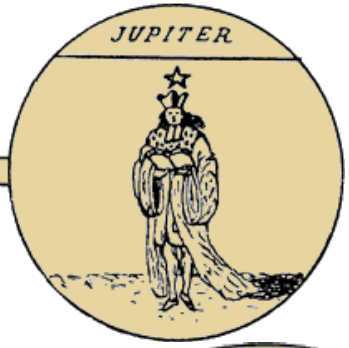
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans la religion

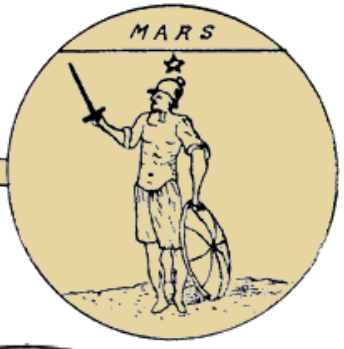
2	9	4
7	5	3
6	1	8



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



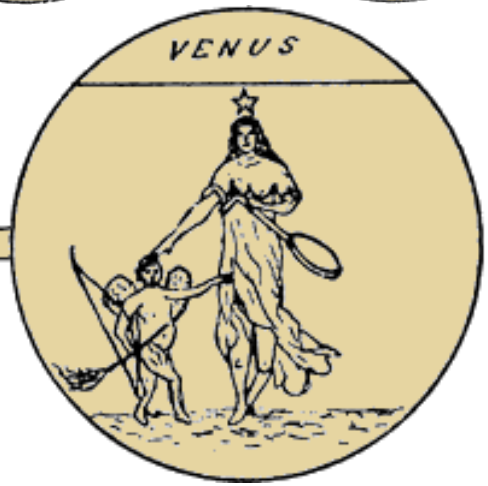
14	10	1	22	18
20	11	7	3	24
21	17	13	9	5
2	23	19	15	6
8	4	25	16	12



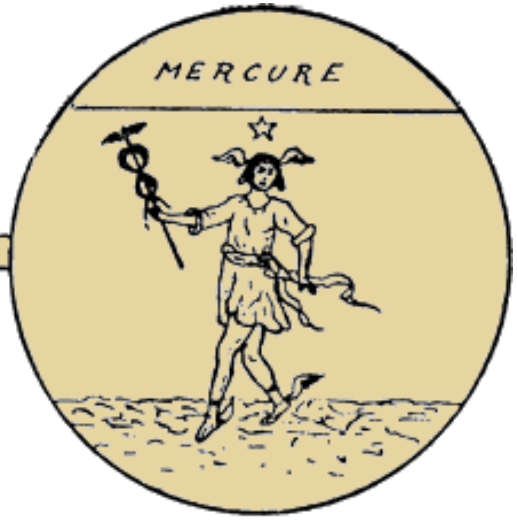
6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31



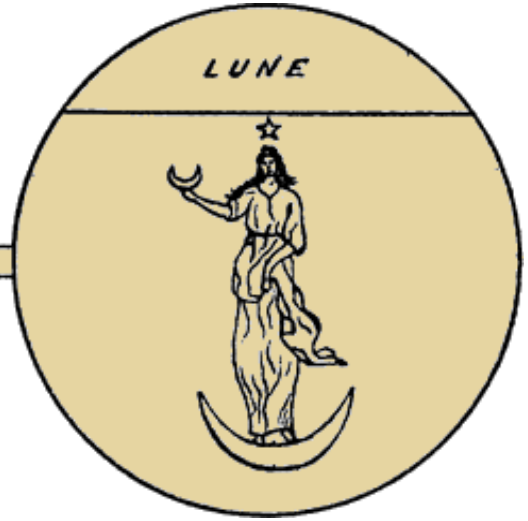
22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28



8	58	59	5	4	62	63	1
49	15	14	52	53	11	10	56
41	23	22	44	45	19	18	48
32	34	35	29	28	38	39	25
40	26	27	37	36	30	31	33
17	47	46	20	21	43	42	24
9	55	54	12	13	51	50	16
64	2	3	61	60	6	7	57



37	78	29	70	21	62	13	54	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45



© Aimé Lachal – 2016

En Europe, à la Renaissance

Athanasius Kircher (1602–1680)

Jésuite allemand, graphologue, égyptologue, orientaliste, encyclopédiste.



→ *Œuvre célèbre :*
« Œdipus Ægyptiacus » *(1652)*

→ *Il associe aux sept planètes connues sept autres carrés magiques*

© Aimé Lachal – 2016

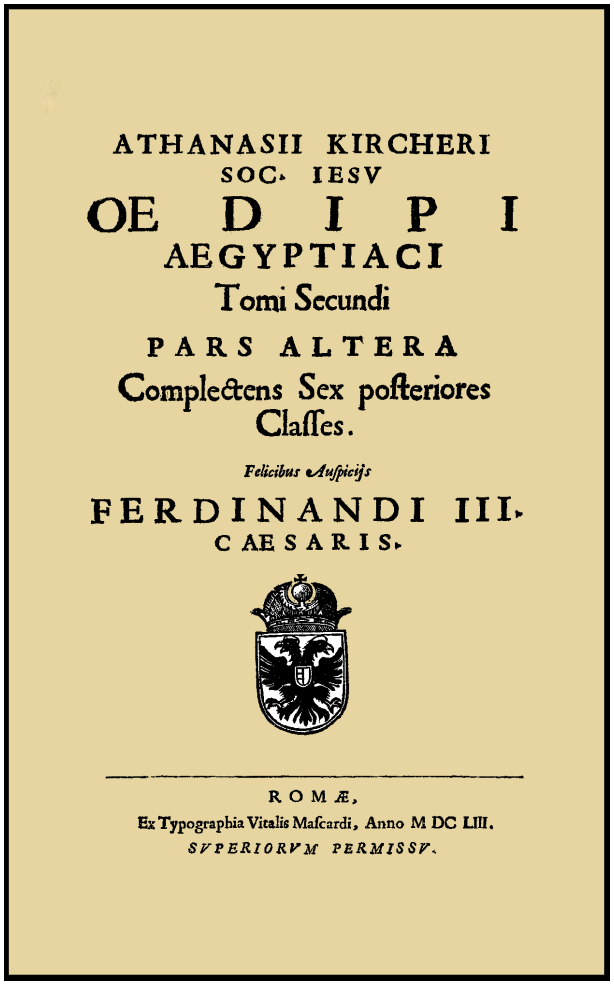
En Europe, à la Renaissance

Athanasius Kircher (1602–1680)

Jésuite allemand, graphologue, égyptologue, orientaliste, encyclopédiste.

→ *Œuvre célèbre :*
« Œdipus Ægyptiacus » *(1652)*

→ *Il associe aux sept planètes connues sept autres carrés magiques*


ATHANASII KIRCHERI
SOC. IESV
OE D I P I
AEGYPTIACI
Tomi Secundi
PARS ALTERA
Complectens Sex posteriores
Classes.
Felicibus Auspicijs
FERDINANDI III.
CAESARIS.
ROMÆ,
Ex Typographia Vitalis Mascardi, Anno M DC LIII.
SVPERIORVM PERMISSV.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans la religion

Sigillum Saturni.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Normalis additio

4	9	2	
3	5	7	
8	1	6	
15	15	15	

Transuersalis additio.

4	3	8	
9	5	1	
2	7	6	
15	15	15	

Diagonalis additio.

4	2	
5	5	
6	8	
15	15	

Sigillum Martis.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Recta additio.

11	24	7	20	3	
4	12	25	8	16	
17	5	13	21	9	
10	18	1	14	22	
23	6	19	2	15	
65	65	65	65	65	

Sigillum Iouis.

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

Additio perpendicularis.

4	14	15	1	
9	7	6	12	
5	11	10	8	
16	2	3	13	
34	34	34	34	

Transuersalis.

4	9	5	16	
14	7	11	2	
15	6	10	3	
1	12	8	13	
34	34	34	34	

Diagonalis.

1	4	
6	7	
11	10	
16	13	
34	34	

Transuersa additio.

11	4	17	10	23	
24	12	5	18	6	
7	25	13	1	19	
20	8	21	14	2	
3	16	9	22	15	
65	65	65	65	65	

Diagonalis & quadrata additio.

3	11	25	11	12	4	
8	12	5	3	8	16	
13	13	1	15	14	10	
18	14	21	23	18	22	
23	15	13	13	13	13	
65	65	65	65	65	65	

Sigillum Solis.

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

Recta.

6	32	3	34	35	1	
7	11	27	28	8	30	
19	14	16	15	23	24	
18	20	22	21	17	13	
25	29	10	9	26	12	
36	5	33	4	2	31	
111	111	111	111	111	111	

Transuersa.

6	7	19	18	25	36	
32	11	14	20	29	5	
3	27	16	22	10	33	
34	28	15	21	9	4	
35	8	23	17	26	2	
1	30	24	13	12	31	
111	111	111	111	111	111	

Diagonalis & quadrata, & innumeris aliis modis.

1	6
8	11
15	16
22	21
29	26
36	31
111	111

Sigillum Veneris.

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

Recta.

22	47	16	41	10	35	4	
5	23	48	17	42	11	29	
30	6	24	49	18	36	12	
13	31	7	25	43	19	37	
38	14	32	1	26	44	20	
21	39	8	33	2	27	45	
46	15	40	9	34	3	28	
175	175	175	175	175	175	175	

Transuersa.

22	5	30	13	38	21	46	
47	23	6	31	14	39	15	
16	48	24	7	32	8	40	
41	17	49	25	1	33	9	
10	52	18	43	26	2	34	
35	11	36	19	44	27	3	
4	29	12	37	20	45	28	
175	175	175	175	175	175	175	

Diagonalis, & innumeris aliis modis.

22	4
23	11
24	18
25	25
26	32
27	39
28	46
175	175

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans la religion

Sigillum Mercurij.

Summa transuersarum

8	58	59	5	4	62	63	1	260
49	15	14	52	53	11	10	56	260
41	23	22	44	45	19	18	48	260
32	34	35	29	28	38	39	25	260
40	26	27	37	36	30	31	33	260
17	47	46	20	21	43	42	24	260
9	55	54	12	13	51	50	16	260
64	2	3	61	60	6	7	57	260

260

Summa rectarum serierum. 260. 260. 260. 260. 260. 260. 260. 260. 260

Sigillum Lunæ.

Summa transuersarum

37	78	29	70	21	62	13	54	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45

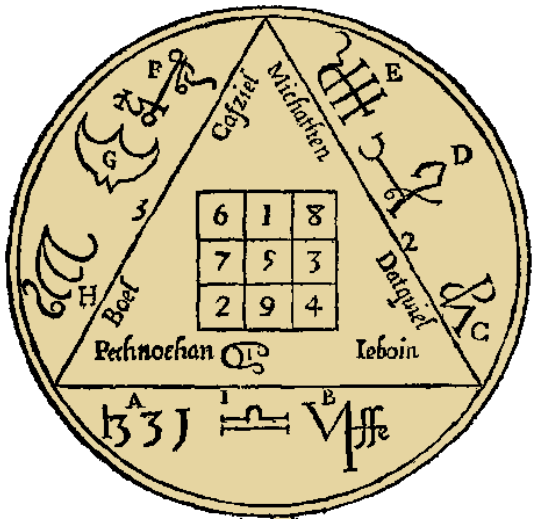
369 Diagonalis.
369 serierum
369
369
369
369
369
369
369

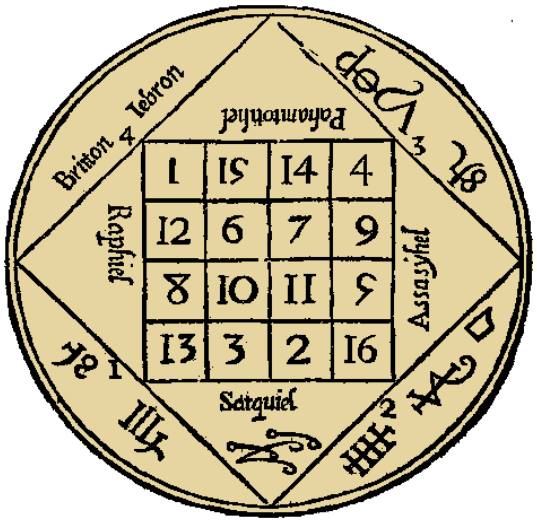
Summa rectarum serierum Diagonalis.

369. 369. 369. 369. 369. 369. 369. 369. 369. 369

© Aimé Lachal – 2016

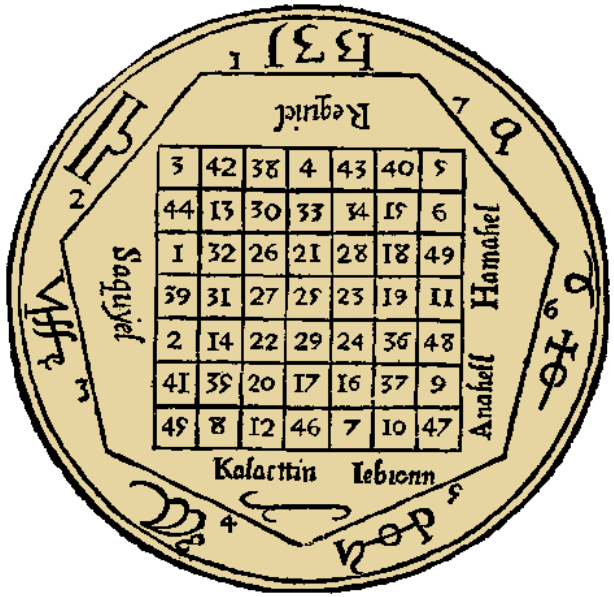
Carrés magiques dans la religion

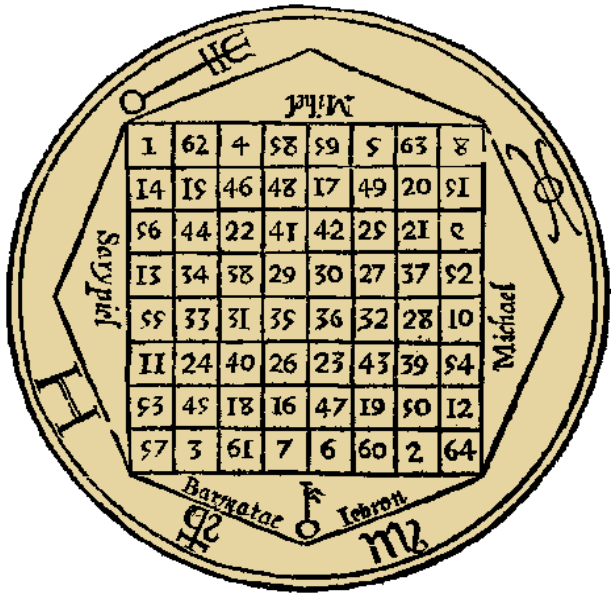


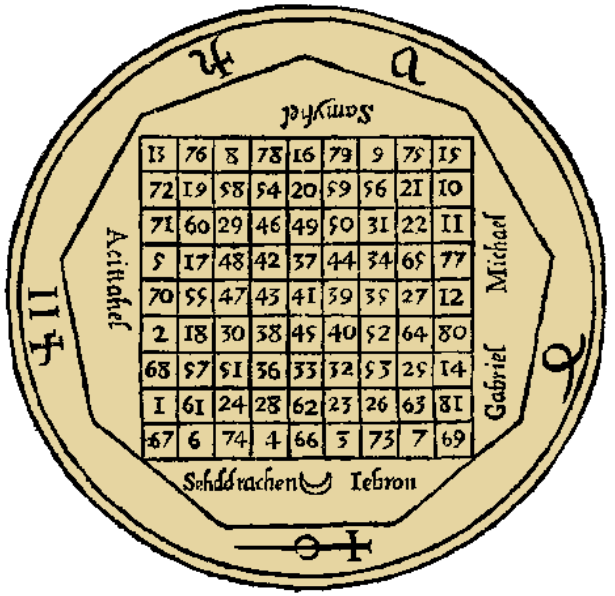


11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

1	32	34	3	35	6
30	8	27	28	11	7
20	24	15	16	13	23
19	17	21	22	18	14
10	26	12	9	29	25
31	4	2	33	5	36







© Aimé Lachal – 2016

En Europe, à la Renaissance

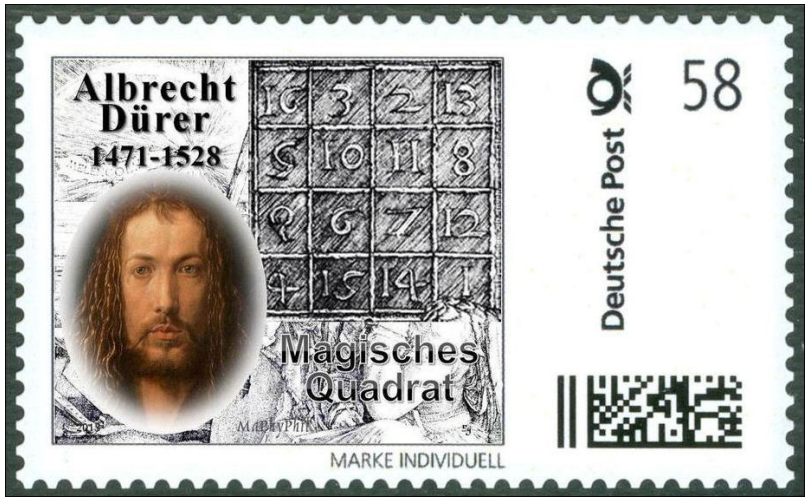
Albrecht Dürer (1471–1528)

Peintre, graveur allemand.



→ *Œuvre célèbre :*

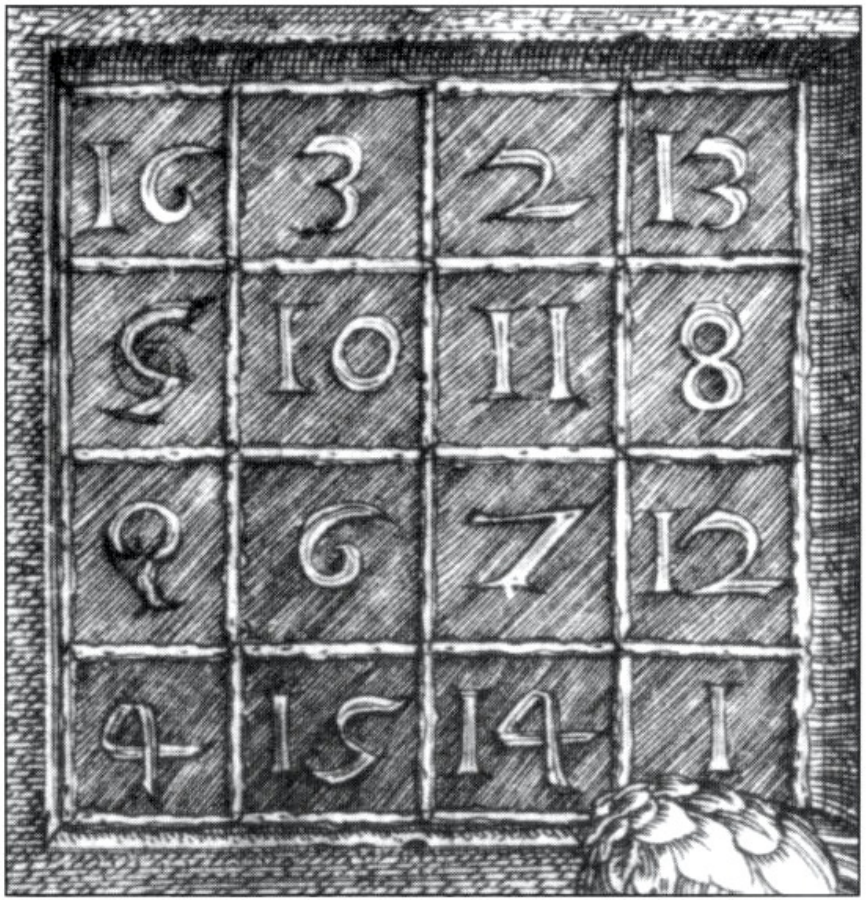
« Melencolia I » (1514)



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans l'art





Somme magique **34**
Date **1514**

© Aimé Lachal – 2016

En Europe, à l'ère baroque

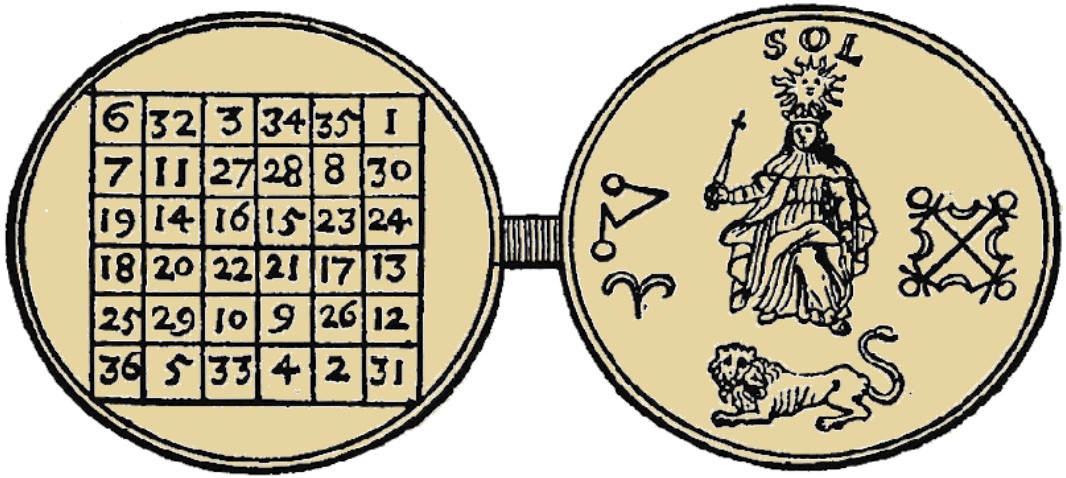
Louis XIV, dit le Roi-Soleil

(1638–1715)

Roi de France et de Navarre de 1643 à 1715.



→ *Un talisman solaire magique…*

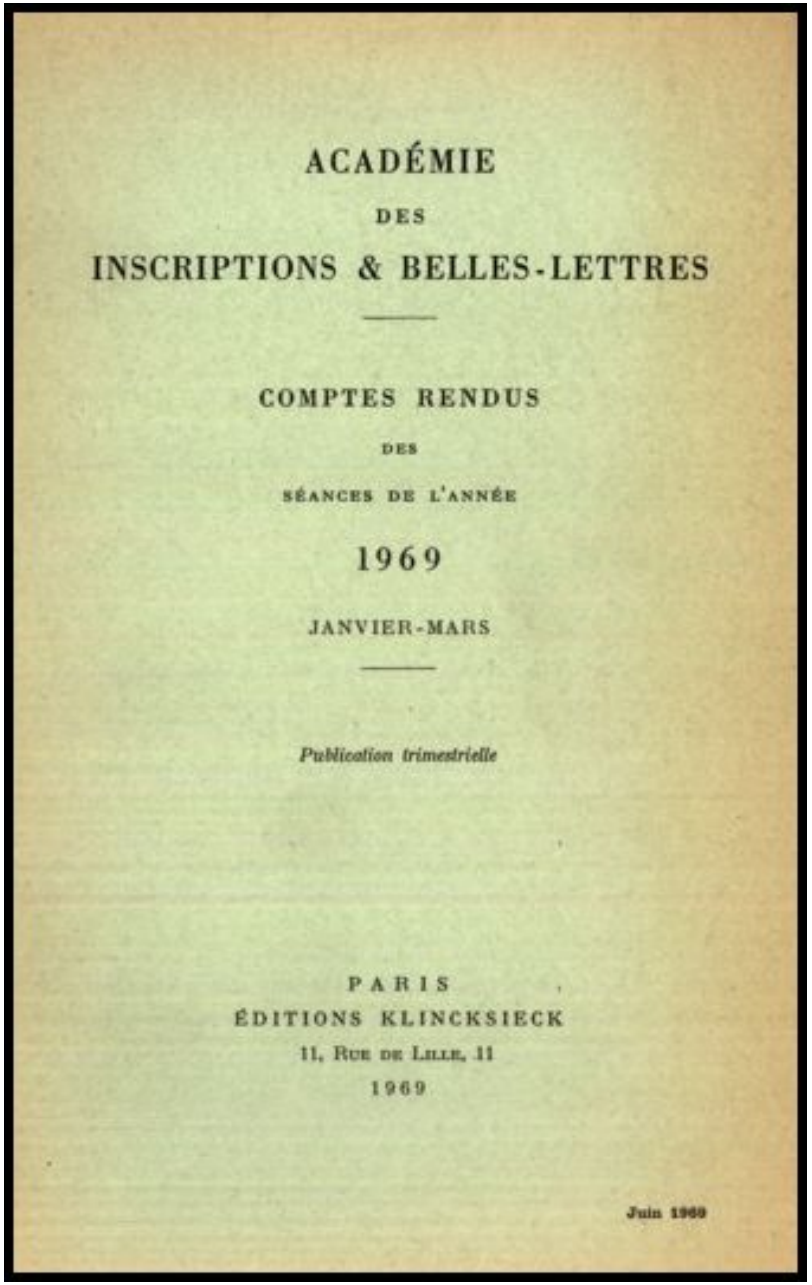




Talisman offert au roi

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans l'art



ACADÉMIE
DES
INSCRIPTIONS & BELLES-LETTRES

COMPTES RENDUS
DES
SÉANCES DE L'ANNÉE
1969
JANVIER-MARS

Publication trimestrielle

PARIS
ÉDITIONS KLINCKSIECK
11, Rue de Lille, 11
1969

Juin 1969

COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES INSCRIPTIONS

Paris 1969

COMMUNICATION

LE TALISMAN OFFERT A LOUIS XIV ET LE CARRÉ MAGIQUE AU XVIIe SIÈCLE,

PAR Mlle JOSÈPHE JACQUIOT.

A la séance du mardi 13 décembre 1701, l'Académie royale des Inscriptions et Médailles décrivait en ces termes le talisman offert à Louis XIV par Louis-Victor-Marie, duc d'Aumont : « La medaille donnée au Roy, est un talisman, ou une Image consacrée sous un certain horoscope, afin qu'elle ait l'effet que s'est proposé celui qui en est l'auteur.

» Pour le revers de la medaille, c'est un carré, ou tablette numerale, qui contient six cellules, dont le nombre radical est six ; la racine carrée six fois six, qui font trente six ; le nombre de chacun des six rangs est 111. Par consequent le produit net est 666 ; ces quatre nombres : 6, 36, 111 et 666 sont ceux en faveur du Soleil[1].

1. Si sur le sceau solaire, les nombres du carré magique « sont ceux en faveur du soleil », ces mêmes nombres pris isolément, ont une signification redoutable. Le nombre six dans la loi hébraïque est le nombre de l'épreuve, du travail et la de servitude ; quant au nombre 666, c'est celui de la bête de l'Apocalypse (cf. *Apocalypse*, 13, 18).

» Ce qu'on peut conclure de la medaille c'est que l'autheur inconnu du Talisman estoit un homme qui aimoit fort son Roy, à qui il souhaitoit tout le bonheur imaginable durant son Regne, et la santé fort longue, qui peut aller jusqu'à cent onze ans qui est le nombre de chacun des six rangs que contient ce Talisman, qu'il a fait frapper estant fort prevenu de l'Astrologie judiciaire de ce Prince ».

© Aimé Lachal – 2016

Ce sont tous
des carrés *« normaux »* !
(contenant des entiers successifs)

Pour un carré d'ordre n contenant $1,2,\ldots,n^2$
la *« somme magique »* vaut

$$\frac{1}{2}n(n^2+1)$$

© Aimé Lachal – 2016

En Europe, de nos jours

Antoni Gaudí i Cornet (1852–1926)

Architecte catalan.

→ *Œuvre célèbre :*
basilique de la Sagrada Familia
(Barcelone, démarrée en 1987)



© Aimé Lachal – 2016

En Europe, de nos jours

Josep Maria Subirachs (1927–2014)

Sculpteur et peintre catalan.



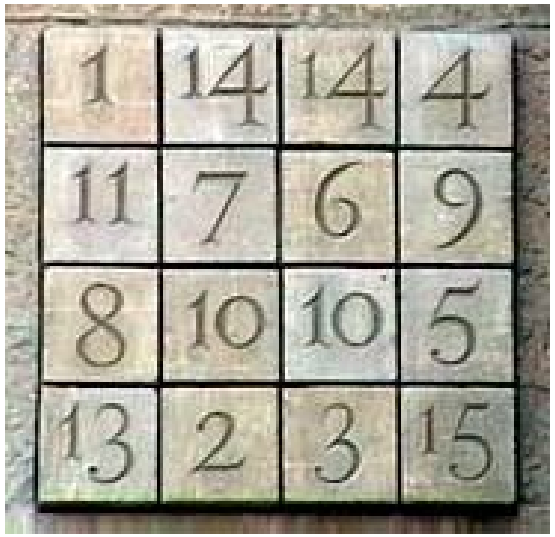
→ *Œuvre célèbre :*
façade de la Passion
sur la basilique de la Sagrada Familia

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques dans l'art







Somme magique **33**

Carré polymagique

© Aimé Lachal – 2016

II
Constructions diverses et variées

Constructions diverses et variées

Jacques Sesiano (1944–)

Historien des mathématiques suisse.

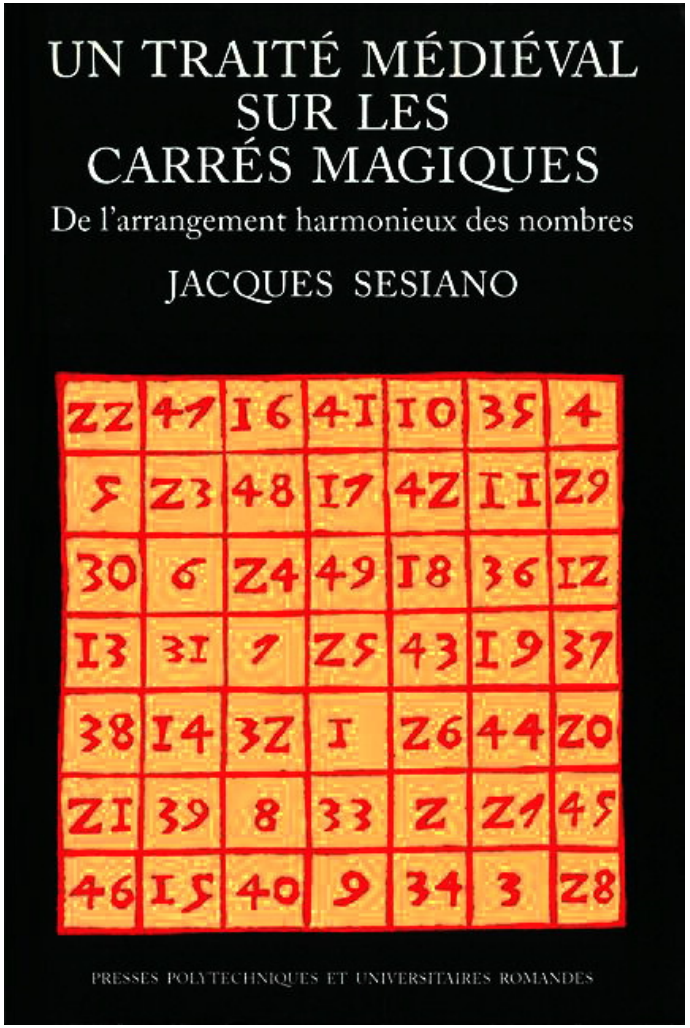


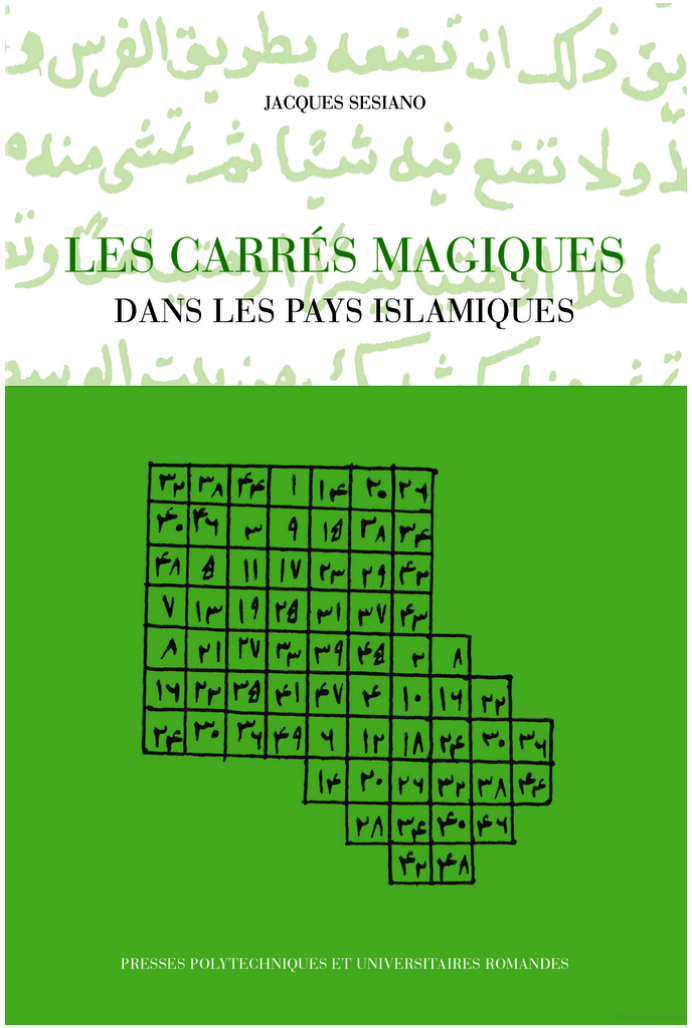
→ *Nombreux ouvrages :*

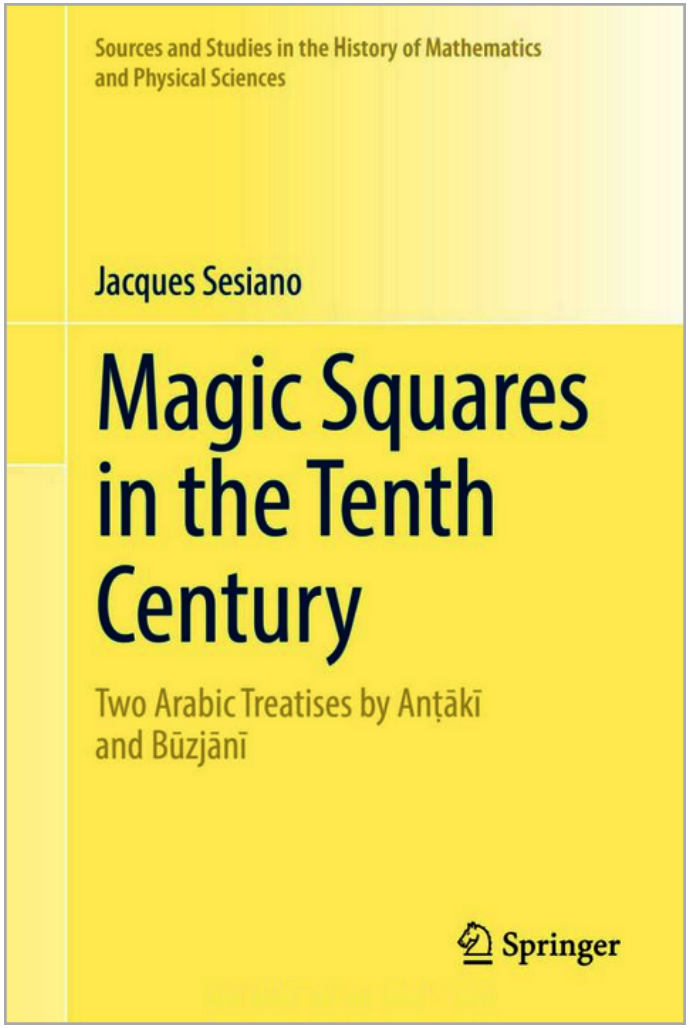
- *« Un traité médiéval sur les carrés magiques (1996)*
- *« Les carrés magiques dans les pays islamiques » (2004)*
- *« Magic squares in the tenth century » (2017)*

© Aimé Lachal – 2016

Constructions diverses et variées







© Aimé Lachal – 2016

Constructions diverses et variées

René Descombes (1924–)

Ingénieur des Travaux Publics français.

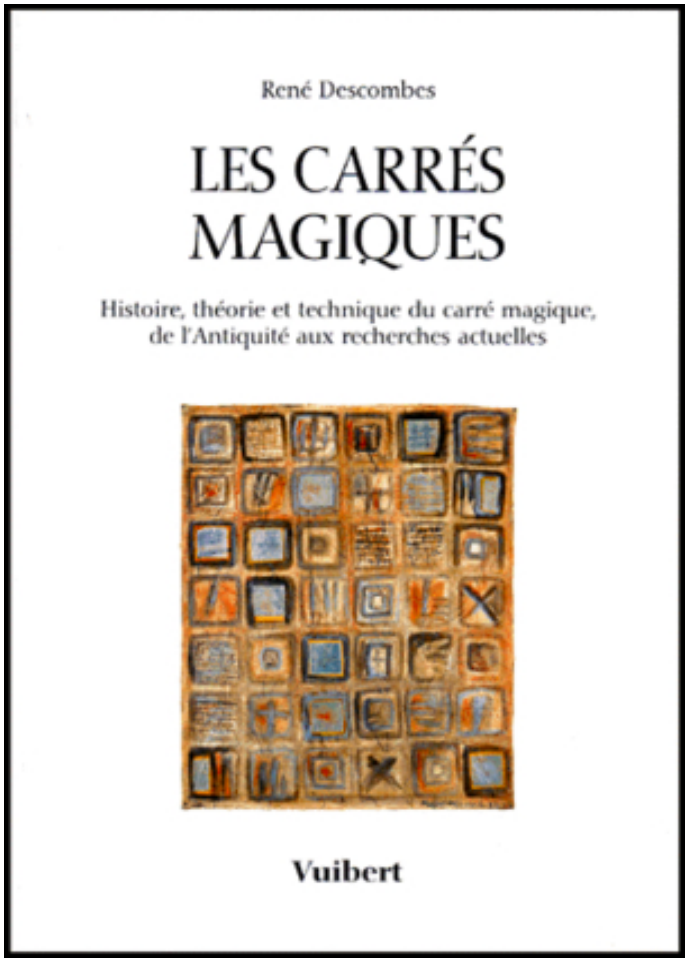


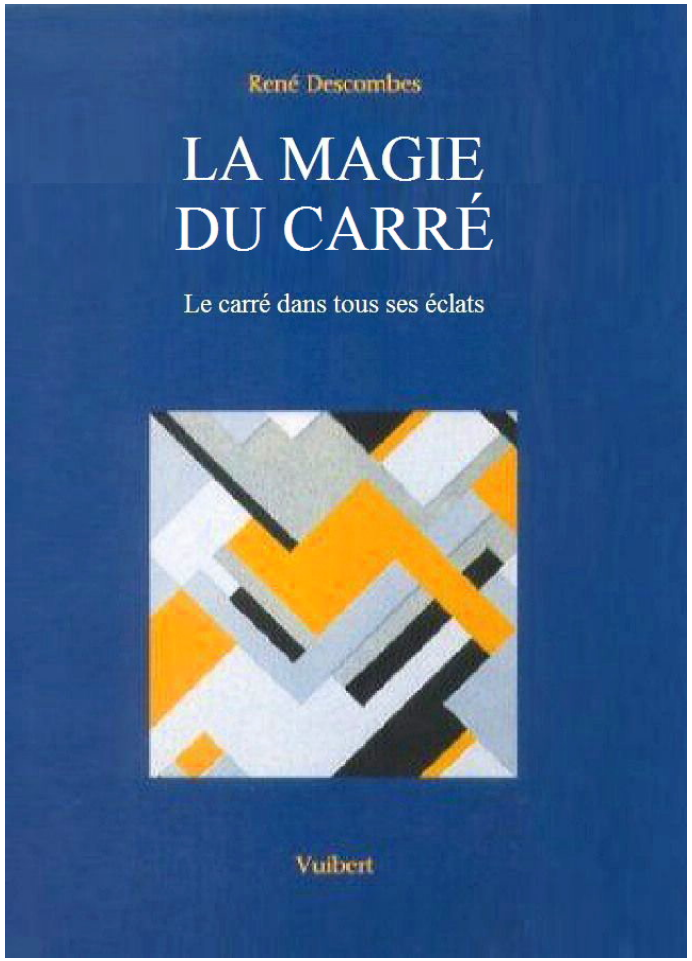
→ *Nombreux ouvrages :*

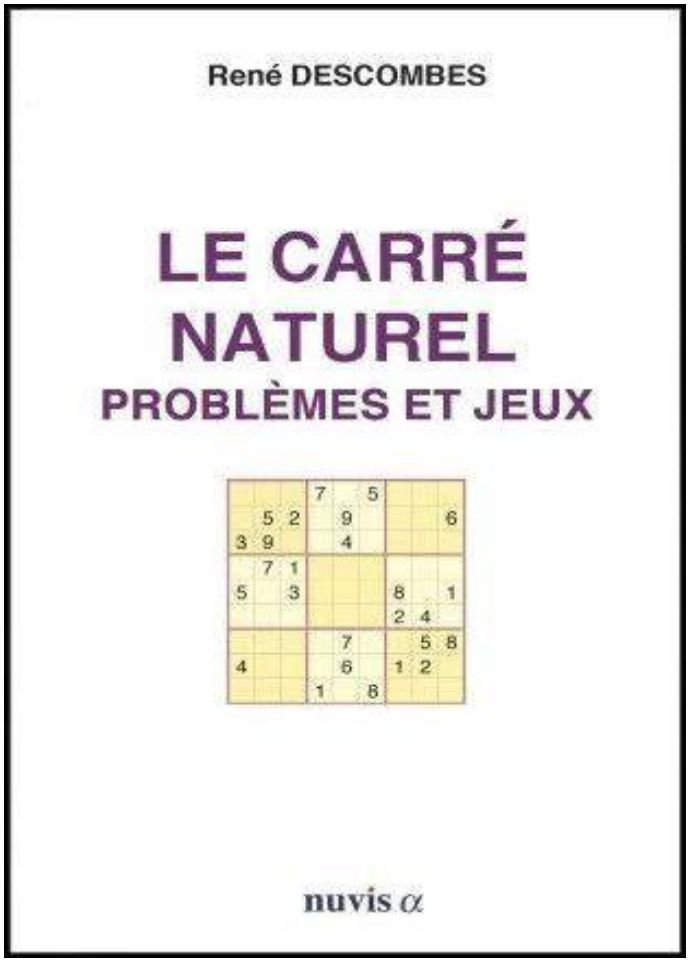
- *« Les carrés magiques »* (2000)
- *« La magie du carré »* (2004)
- *« Le carré naturel »* (2011)

© Aimé Lachal – 2016

Constructions diverses et variées







© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

Carrés magiques d'ordre 3

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

Conditions pour avoir un carré magique de somme S

Lignes

$$x_1+x_2+x_3=S$$
$$y_1+y_2+y_3=S$$
$$z_1+z_2+z_3=S$$

Colonnes

$$x_1+y_1+z_1=S$$
$$x_2+y_2+z_2=S$$
$$x_3+y_3+z_3=S$$

Diagonales

$$x_1+y_2+z_3=S$$
$$x_3+y_2+z_1=S$$

© Aimé Lachal – 2016

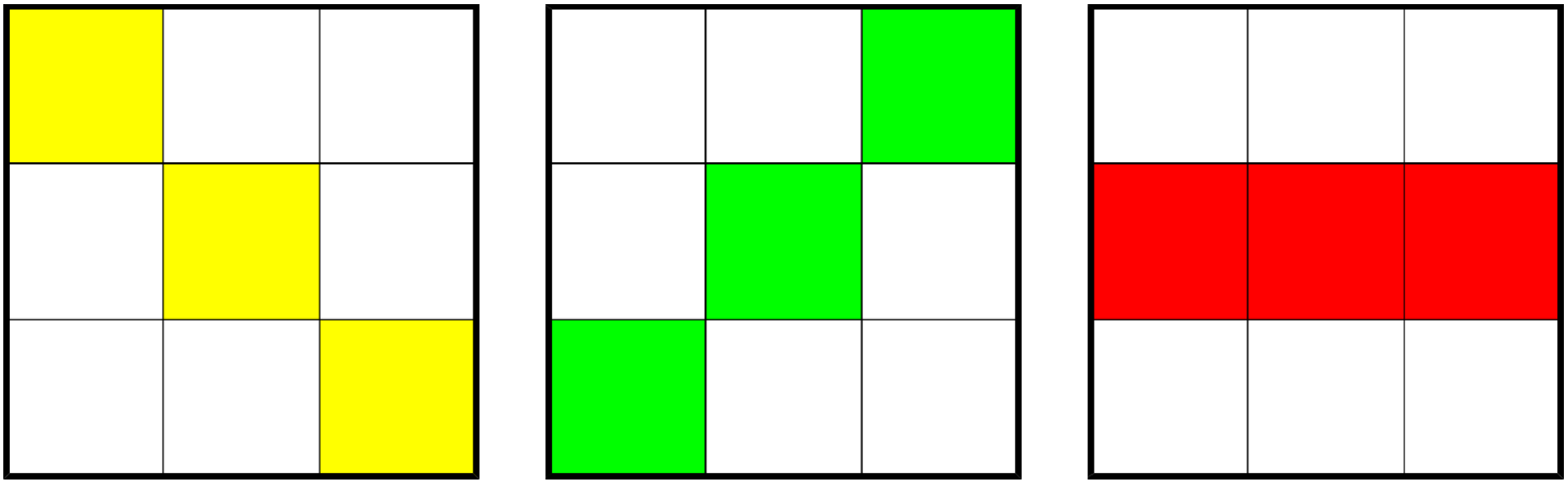
→ ***Remarque préliminaire***

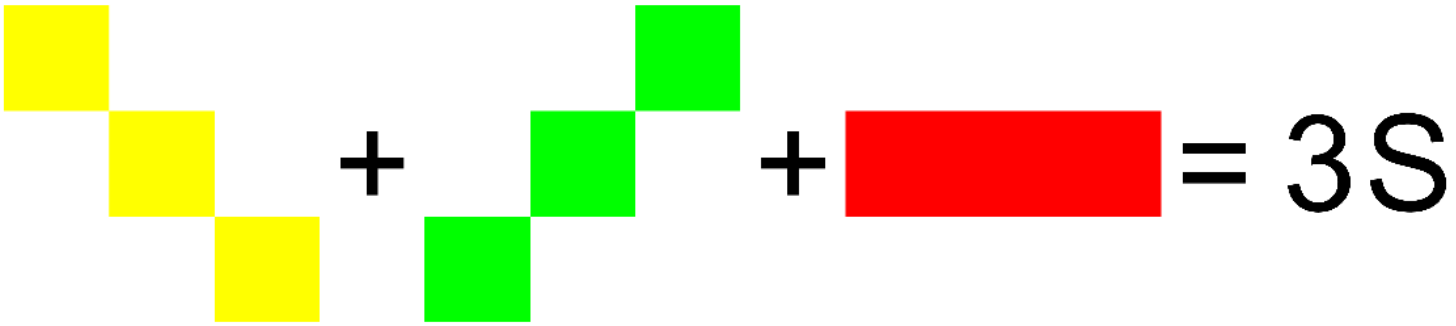
la somme magique S
vaut nécessairement $3y_2$

et le terme central est $\boxed{S/3}$

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

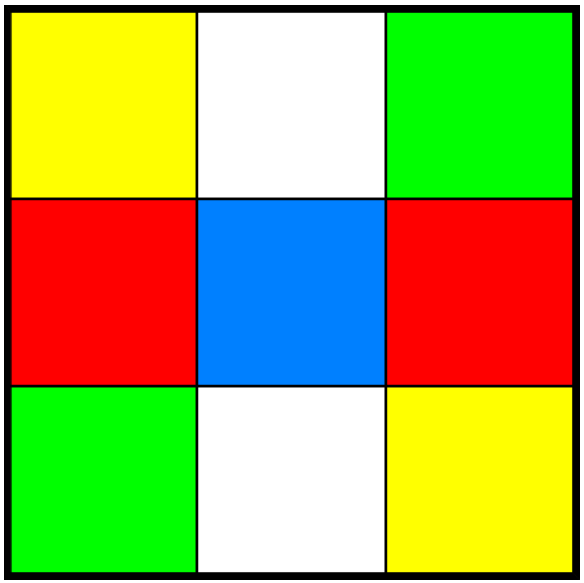


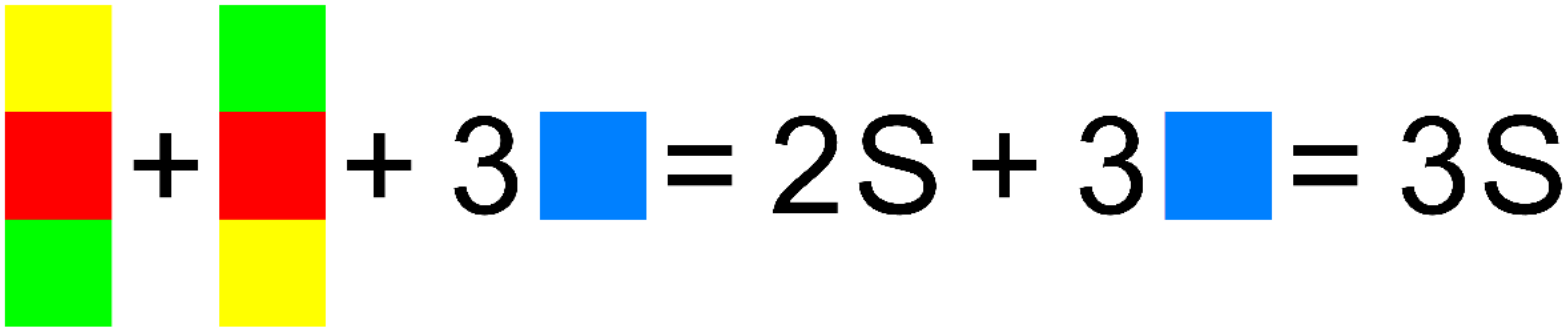


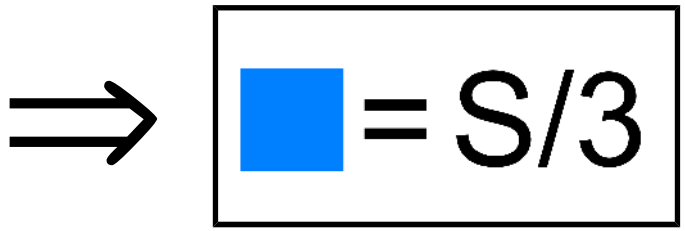
Une explication en couleurs

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

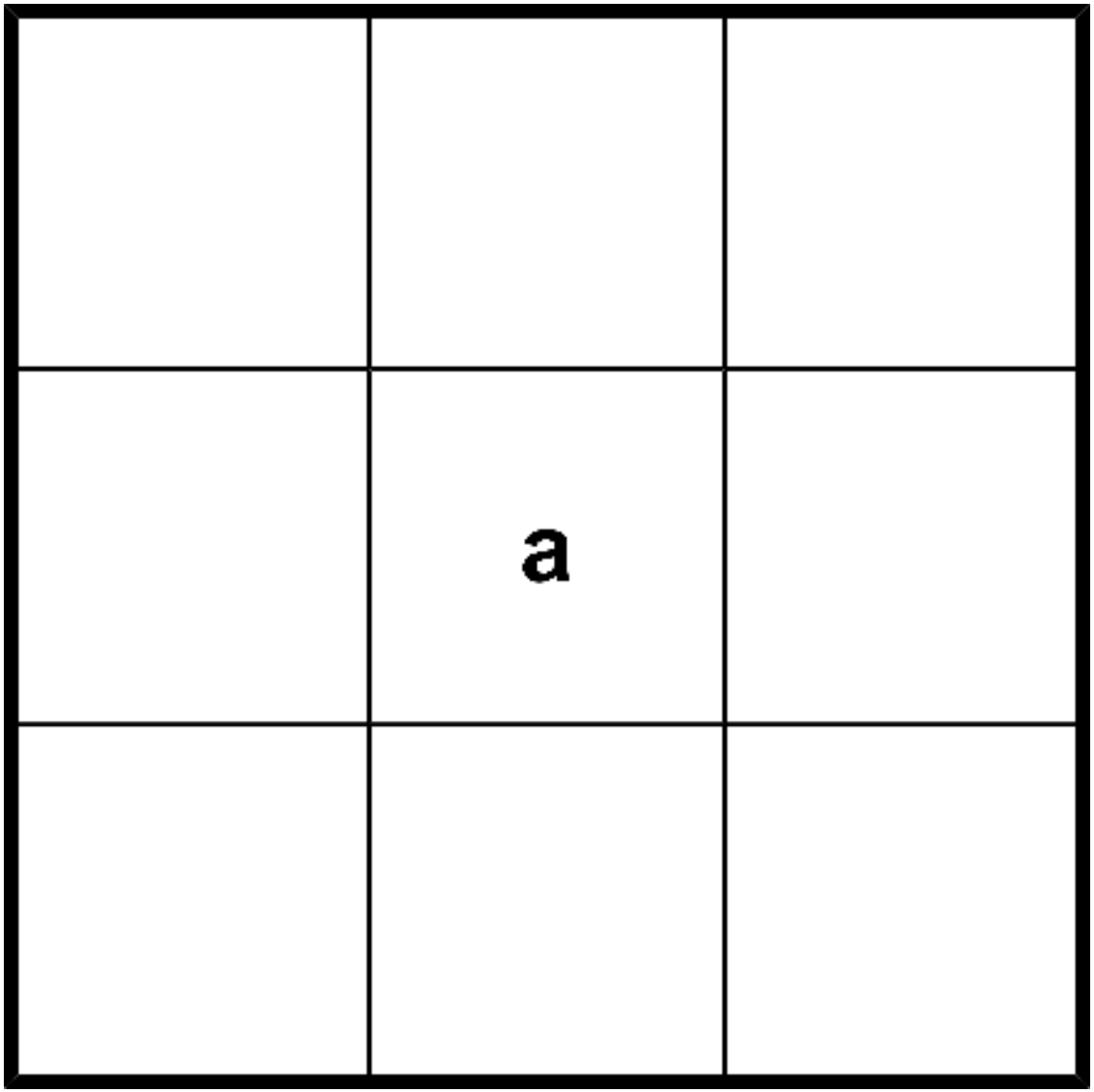






© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

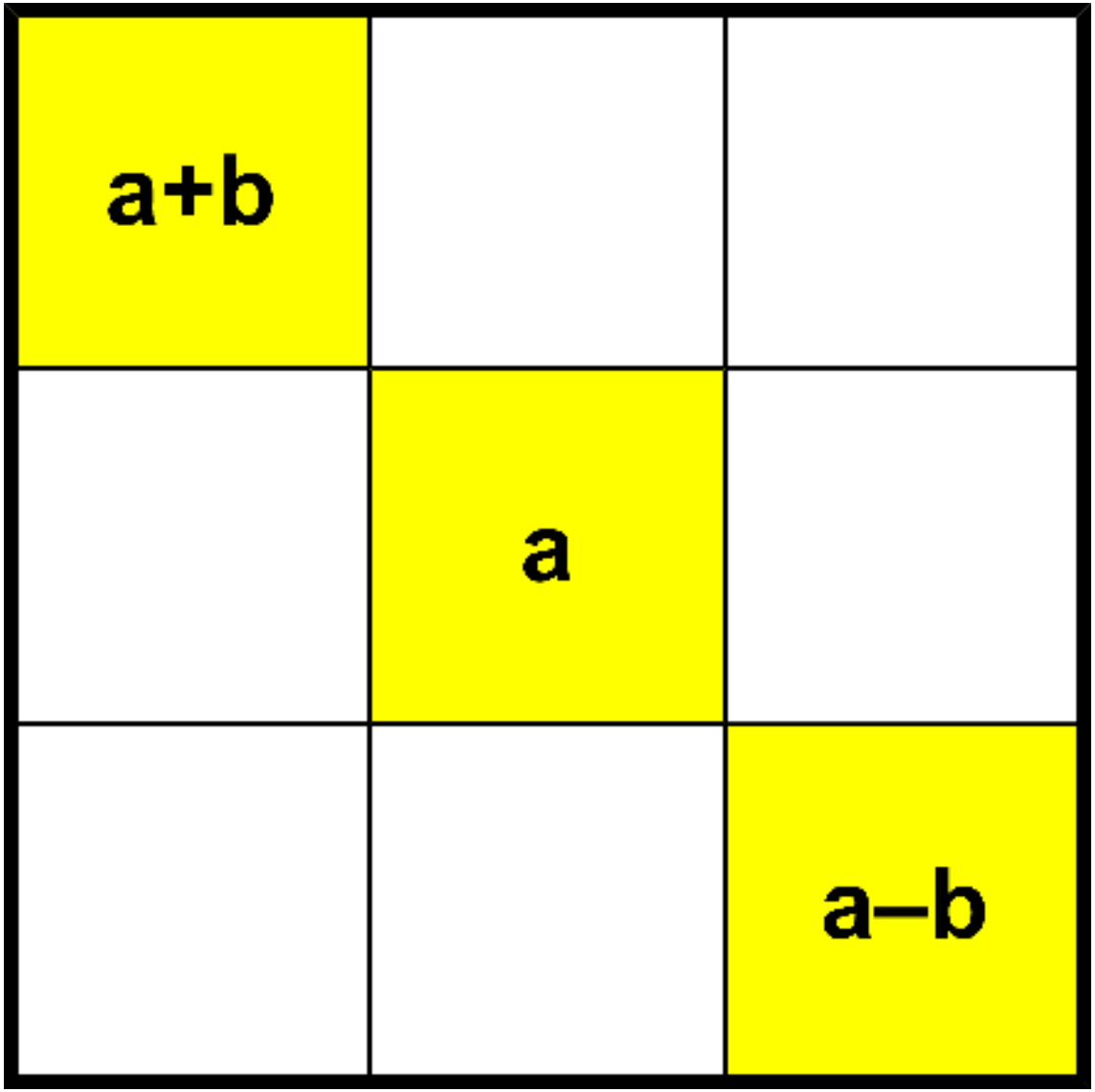


À partir du paramètre central → **a**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3



2 paramètres
→ **a,b**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

a+b		a+c
	a	
a–c		a–b

3 paramètres
→ **a,b,c**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

a+b	a–b–c	a+c
	a	
a–c		a–b

3 paramètres
→ **a,b,c**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

a+b	a–b–c	a+c
	a	
a–c	a+b+c	a–b

3 paramètres
→ **a,b,c**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

a+b	a–b–c	a+c
a–b+c	a	
a–c	a+b+c	a–b

3 paramètres
→ **a,b,c**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

a+b	a–b–c	a+c
a–b+c	a	a+b–c
a–c	a+b+c	a–b

3 paramètres
→ **a,b,c**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

a+b	a–b–c	a+c
a–b+c	a	a+b–c
a–c	a+b+c	a–b

Carré de somme magique 3a

→ *Espace vectoriel de dimension **3***

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

Édouard Lucas (1842–1891)

Mathématicien français.

→ *« Récréations mathématiques »*
(1882–1894)

→ *Forme générale*
des carrés d'ordre 3



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

RÉCRÉATIONS

MATHÉMATIQUES

PAR

M. ÉDOUARD LUCAS.

Les mathématiciens sont comme les amants...; accordez à un mathématicien le moindre principe, il va vous en tirer une conséquence qu'il faudra que vous lui accordiez aussi, et de cette conséquence une autre; et, malgré vous-même, il vous porte à perte de vue, à peine le pouvez-vous croire. Ces deux sortes de gens, les mathématiciens et les amants, prennent toujours plus qu'on ne leur donne.

FONTENELLE.

IV

Le Calendrier perpétuel. — L'Arithmétique en boules. L'Arithmétique en bâtons. — Les Mérelles au XIIIe siècle. — Les Carrés magiques de Fermat. Les Réseaux et les Dominos. — Les Régions et les quatre Couleurs. — La Machine à marcher.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES,

QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

1894

(Tous droits réservés.)

2e Année. — N° 5 — 1er Mars 1891

RÉDACTEUR EN CHEF : B. DECOLOMBE

ÉDITEUR-GÉRANT : P. DUBREUIL

LES TABLETTES DU CHERCHEUR

JOURNAL DES JEUX D'ESPRIT ET DE COMBINAISONS

Paraissant le 1er et le 15.

PRIX DE L'ABONNEMENT
Un an . . . . . 6 fr. »
Six mois . . . . . 3 fr. 50
Le numéro . . . . . 0 fr. 30
Pour l'Étranger le port en sus.

RÉDACTION ET ADMINISTRATION : 18bis, rue des Martyrs, 18bis PARIS

PUBLICITE
Annonces, la ligne. . . 0 fr. 50
Réclames, — . . . 1 fr. »
Corps du journal . . . 3 fr. »
S'adresser aux bureaux du journal.

LES CARRÉS MAGIQUES

SUR LE CARRÉ DE 3 ET SUR LES CARRÉS A DEUX DEGRÉS.

Pour trouver tous les carrés magiques de 3, on commence par diminuer tous les éléments du tiers de la somme constante; alors la somme des nombres de chaque ligne, de chaque colonne, de chaque diagonale est nécessairement égale à zéro.

En exprimant d'abord que la somme est nulle pour chaque ligne et pour chaque colonne, le carré a forcément la forme suivante

$$\begin{array}{ccc} a & b & -a-b \\ c & d & -c-d \\ -a-c & -b-d & a+c+b+d \end{array}$$

Si l'on exprime que la somme des nombres placés dans chacune des diagonales est nulle, on a les conditions

$$2a+2d+b+c=0,$$
$$d-2a-b-c=0;$$

en ajoutant, on trouve $d=0$, et si l'on pose

$$b+c=2p, \qquad b-c=2q,$$

le carré devient

$$\begin{array}{ccc} -p & p+q & -q \\ p-q & 0 & q-p \\ q & -p-q & p \end{array}$$

Il ne peut y en avoir d'autres à somme nulle. Ce carré est formé des trois progressions arithmétiques

$$\begin{array}{llll} \text{I} & q-p, & q, & p+q, \\ \text{II} & -p, & 0, & p, \\ \text{III} & -p-q & -q, & p-q, \end{array}$$

de même raison p. De plus, dans la progression intermédiaire II, chacun des termes est égal à la demi-somme des termes correspondants des deux autres; ces conditions subsistent dans le carré magique dont la constante n'est pas nulle. On a donc ce théorème :

Pour former un carré magique avec neuf nombres, il faut et il suffit que ces nombres appartiennent à trois progressions arithmétiques de même raison et que le premier terme de l'une d'elles soit égal à la demi-somme des premiers termes des deux autres.

Lorsque ces conditions sont remplies, le problème ne comporte qu'une seule solution.

Edouard Lucas.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Un carré normal de somme 15

(Lo Shu & Saturne)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 3

4	9	2
3	5	7
8	1	6

8	3	4
1	5	9
6	7	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

2	7	6
9	5	1
4	3	8

2	9	4
7	5	3
6	1	8

8	1	6
3	5	7
4	9	2

4	3	8
9	5	1
2	7	6

6	7	2
1	5	9
8	3	4

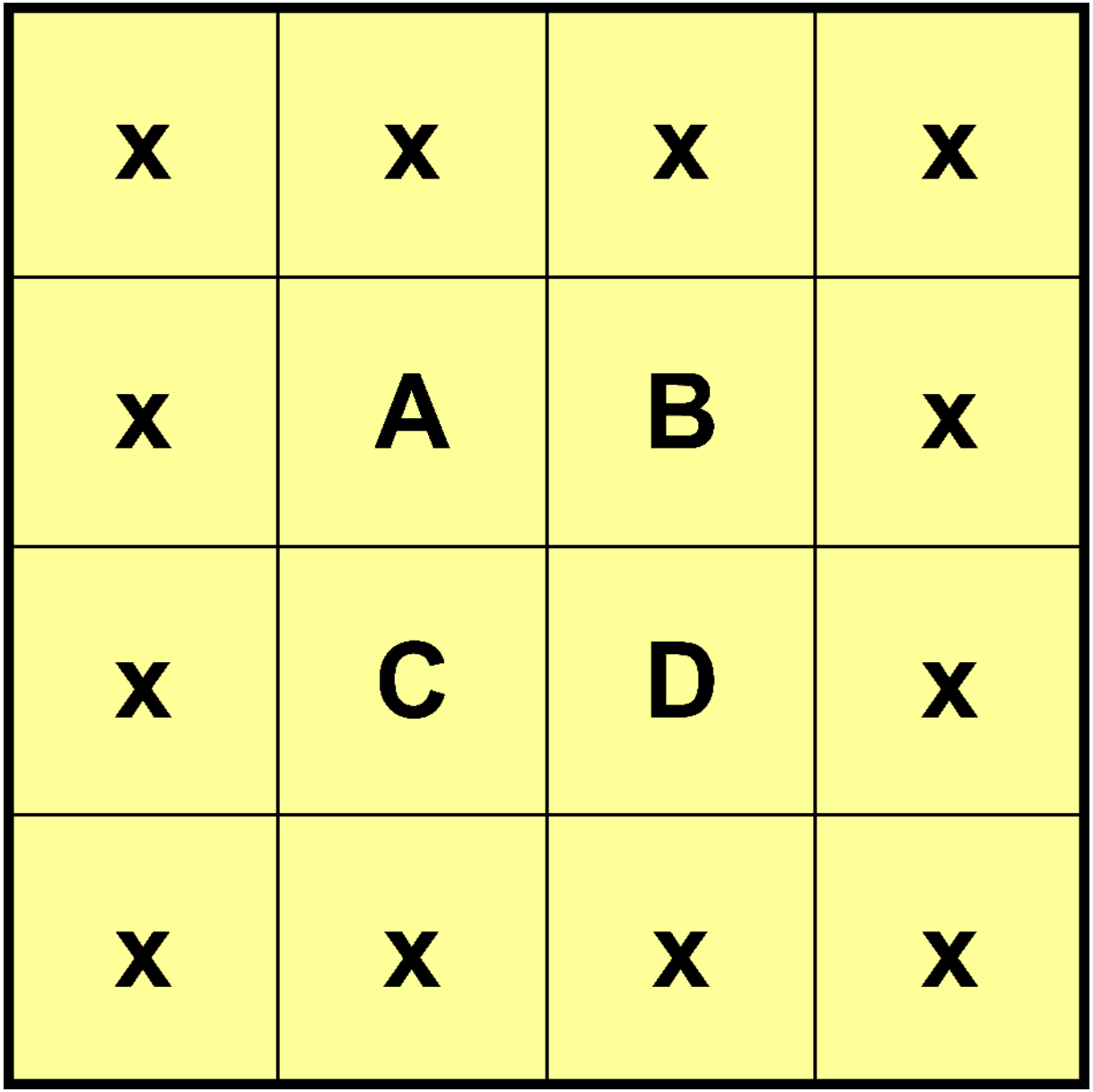
Il y a 8 carrés magiques normaux d'ordre 3

(obtenus par rotations et symétries)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Carrés magiques d'ordre 4



© Aimé Lachal – 2016

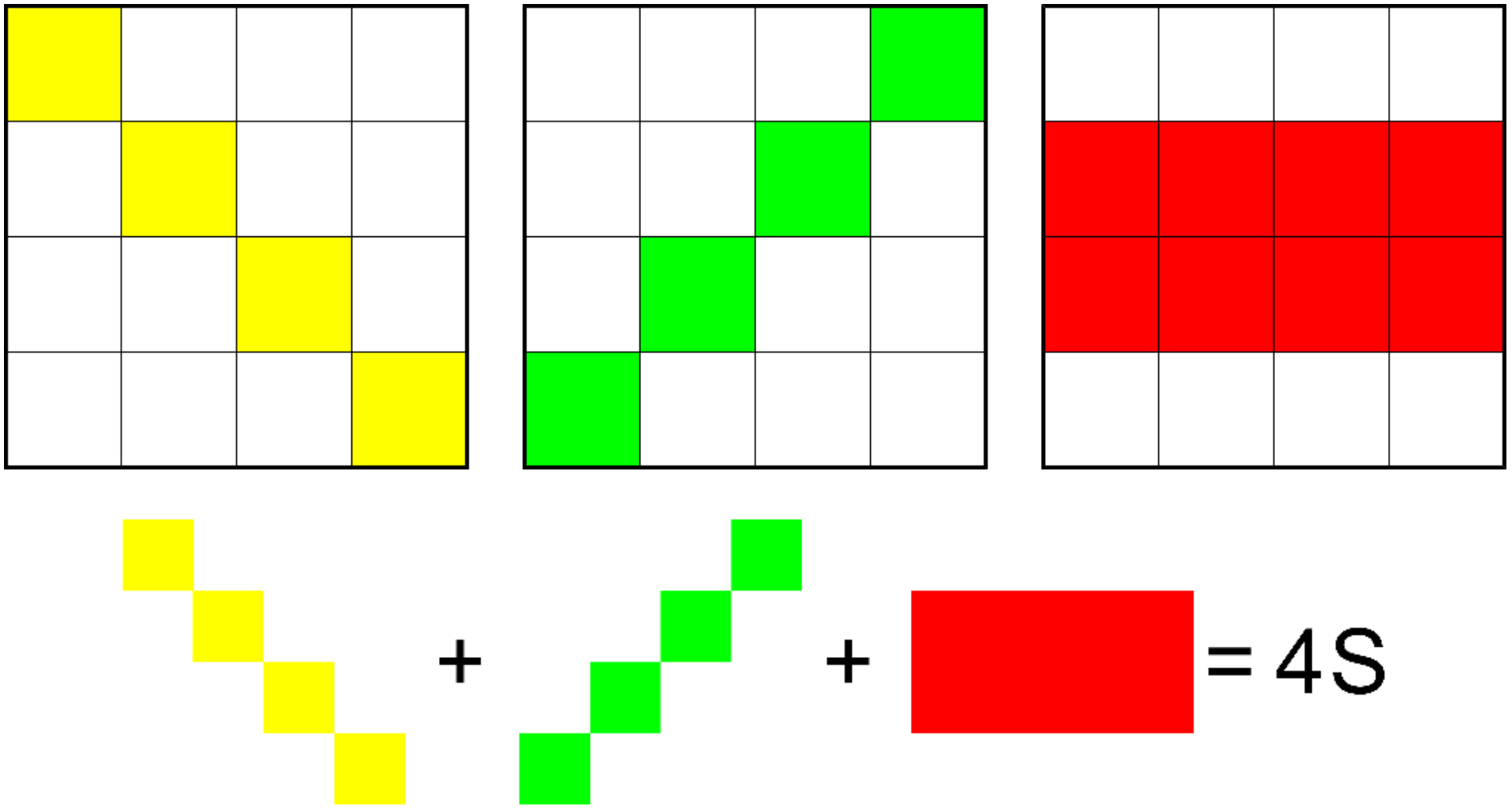
→ *Remarque préliminaire*

la somme magique est nécessairement

$$S = A + B + C + D$$

© Aimé Lachal – 2016

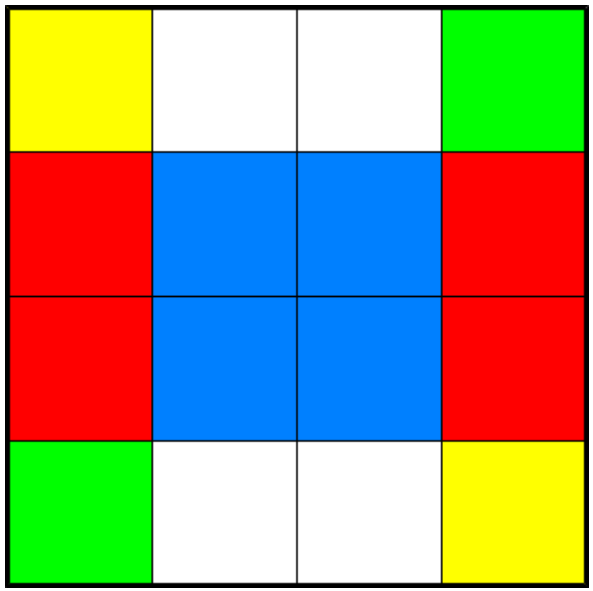
Carrés magiques d'ordre 4

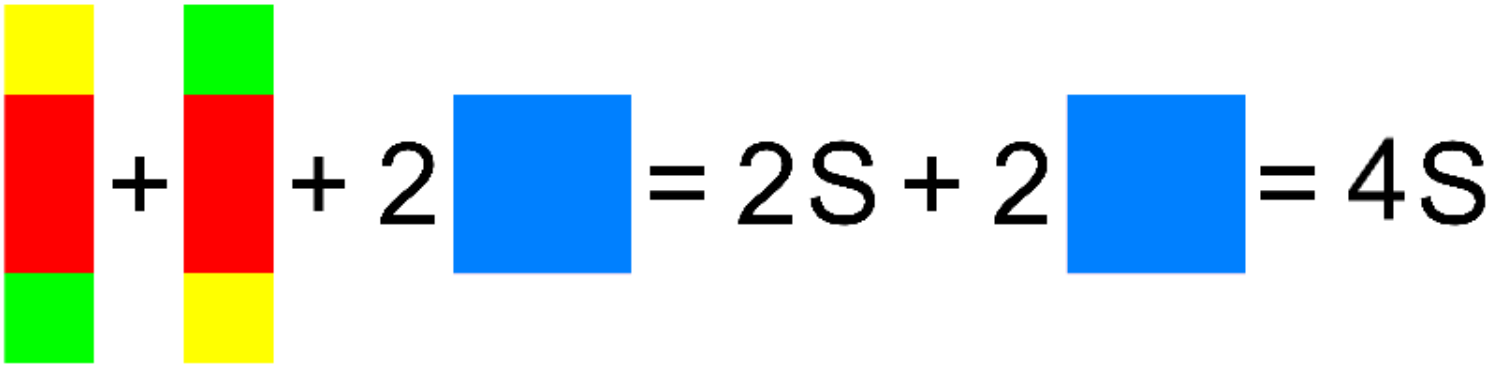


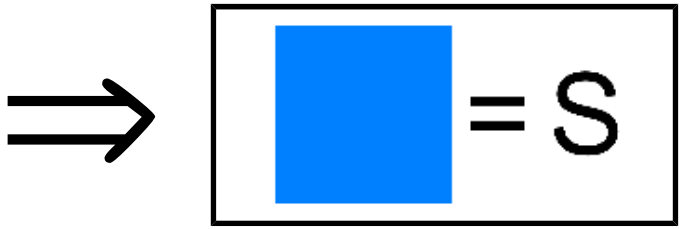
Une explication en couleurs

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4







© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

	A	**B**	
	C	**D**	

À partir du carré central → **A,B,C,D**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C+a			
	A	B	
	C	D	
			B–a

1 paramètre
→ **a**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C+a			D+b
	A	B	
	C	D	
A–b			B–a

2 paramètres
→ **a,b**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C+a	B–a–c	A–b+c	D+b
	A	B	
	C	D	
A–b			B–a

3 paramètres
→ **a,b,c**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C+a	B–a–c	A–b+c	D+b
	A	B	
	C	D	
A–b	D+a+c	C+b–c	B–a

3 paramètres
→ **a,b,c**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C+a	B–a–c	A–b+c	D+b
D–a+d	A	B	
B+b–d	C	D	
A–b	D+a+c	C+b–c	B–a

4 paramètres
→ **a,b,c,d**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C+a	B–a–c	A–b+c	D+b
D–a+d	A	B	C+a–d
B+b–d	C	D	A–b+d
A–b	D+a+c	C+b–c	B–a

4 paramètres
→ **a,b,c,d**

Remplissage progressif

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C+a	B–a–c	A–b+c	D+b
D–a+d	A	B	C+a–d
B+b–d	C	D	A–b+d
A–b	D+a+c	C+b–c	B–a

Carré
de somme magique
A+B+C+D

→ *Espace vectoriel*
de dimension ***8***

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Ernest Bergholt (1856–1925)

Ingénieur anglais.

→ *Auteur d'ouvrages sur les jeux de cartes*

→ *Forme générale des carrés d'ordre 4*

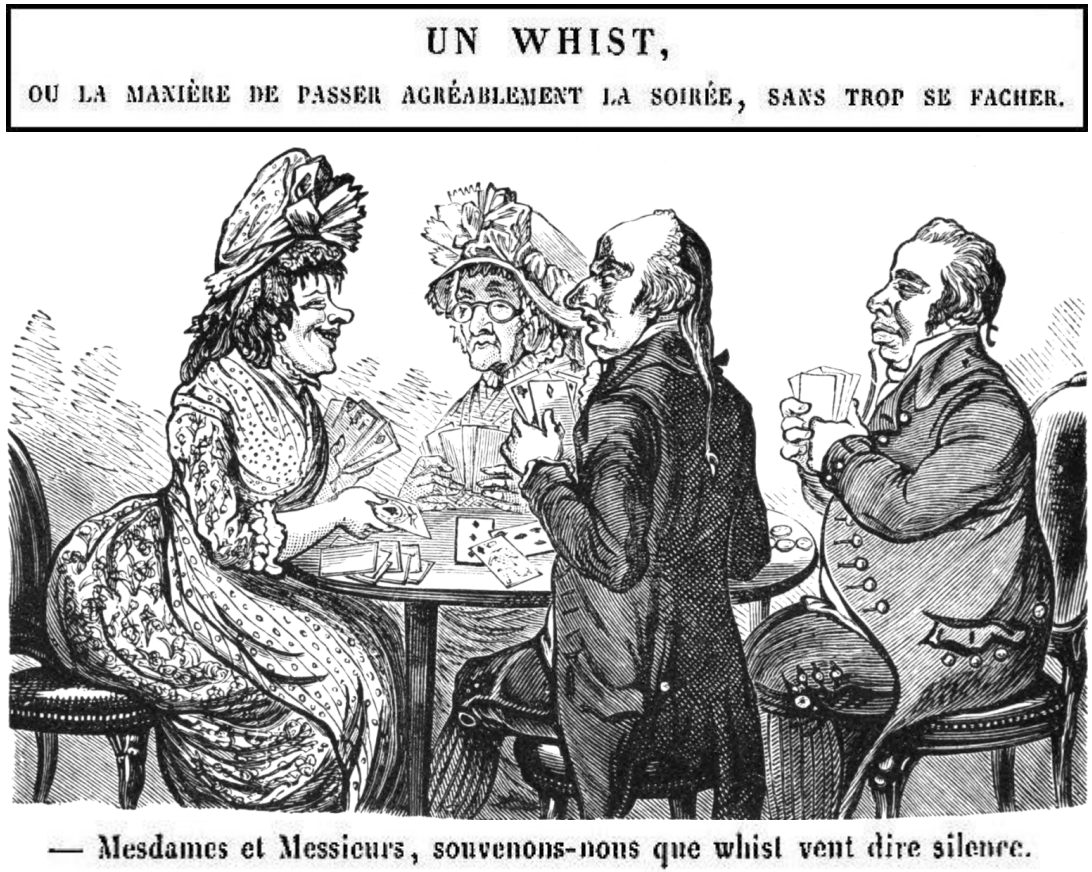


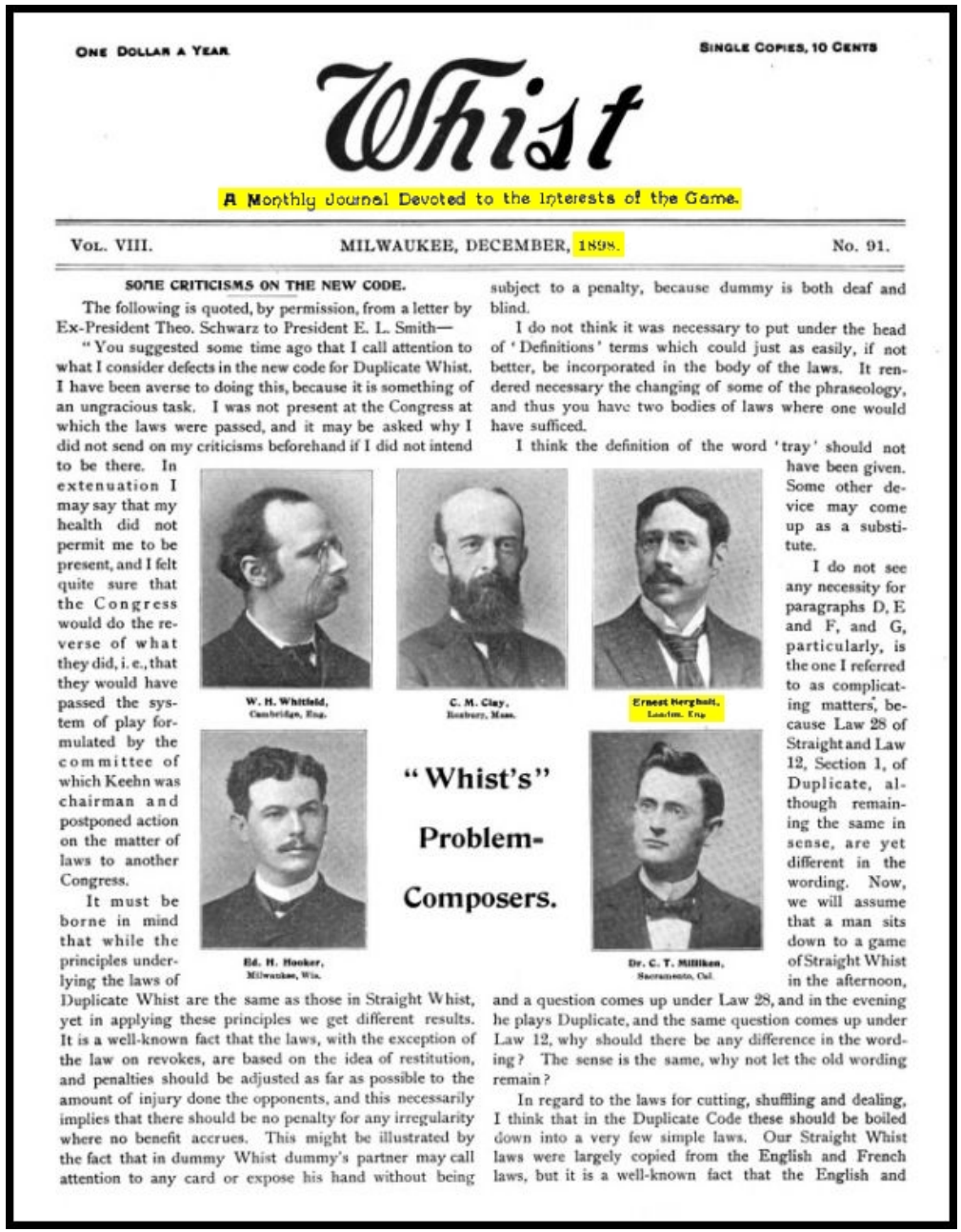
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Le Whist

Jeu de cartes à levées,
sans contrat, d'origine anglaise
apparu au XVIIIe siècle.


UN WHIST,
OU LA MANIÈRE DE PASSER AGRÉABLEMENT LA SOIRÉE, SANS TROP SE FACHER.
— Mesdames et Messieurs, souvenons-nous que whist veut dire silence.


ONE DOLLAR A YEAR. SINGLE COPIES, 10 CENTS

Whist

A Monthly Journal Devoted to the Interests of the Game.

VOL. VIII. MILWAUKEE, DECEMBER, 1898. No. 91.

SOME CRITICISMS ON THE NEW CODE.

The following is quoted, by permission, from a letter by Ex-President Theo. Schwarz to President E. L. Smith—

"You suggested some time ago that I call attention to what I consider defects in the new code for Duplicate Whist. I have been averse to doing this, because it is something of an ungracious task. I was not present at the Congress at which the laws were passed, and it may be asked why I did not send on my criticisms beforehand if I did not intend to be there. In extenuation I may say that my health did not permit me to be present, and I felt quite sure that the Congress would do the reverse of what they did, i. e., that they would have passed the system of play formulated by the committee of which Keehn was chairman and postponed action on the matter of laws to another Congress.

It must be borne in mind that while the principles underlying the laws of Duplicate Whist are the same as those in Straight Whist, yet in applying these principles we get different results. It is a well-known fact that the laws, with the exception of the law on revokes, are based on the idea of restitution, and penalties should be adjusted as far as possible to the amount of injury done the opponents, and this necessarily implies that there should be no penalty for any irregularity where no benefit accrues. This might be illustrated by the fact that in dummy Whist dummy's partner may call attention to any card or expose his hand without being subject to a penalty, because dummy is both deaf and blind.

I do not think it was necessary to put under the head of 'Definitions' terms which could just as easily, if not better, be incorporated in the body of the laws. It rendered necessary the changing of some of the phraseology, and thus you have two bodies of laws where one would have sufficed.

I think the definition of the word 'tray' should not have been given. Some other device may come up as a substitute.

I do not see any necessity for paragraphs D, E and F, and G, particularly, is the one I referred to as complicating matters, because Law 28 of Straight and Law 12, Section 1, of Duplicate, although remaining the same in sense, are yet different in the wording. Now, we will assume that a man sits down to a game of Straight Whist in the afternoon, and a question comes up under Law 28, and in the evening he plays Duplicate, and the same question comes up under Law 12, why should there be any difference in the wording? The sense is the same, why not let the old wording remain?

In regard to the laws for cutting, shuffling and dealing, I think that in the Duplicate Code these should be boiled down into a very few simple laws. Our Straight Whist laws were largely copied from the English and French laws, but it is a well-known fact that the English and

W. H. Whitfield, Cambridge, Eng.
C. M. Clay, Roxbury, Mass.
Ernest Herghelt, London, Eng.
Ed. H. Hooker, Milwaukee, Wis.
Dr. C. T. Milliken, Sacramento, Cal.

"Whist's" Problem-Composers.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C+a	B–a–c	A–b+c	D+b
D+c	A	B	C–c
B–a +b–c	C	D	A+a –b+c
A–b	D+a+c	C+b–c	B–a

En choisissant d = a+c :

carré polymagique

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C+a	B–a–c		
D+c	A		

		A–b+c	D+b
		B	C–c

B–a +b–c	C		
A–b	D+a+c		

		D	A+a –b+c
		C+b–c	B–a

C+a		A–b+c	
B–a +b–c		D	

	B–a–c		D+b
	C		A+a –b+c

D+c		B	
A–b		C+b–c	

	A		C–c
	D+a+c		B–a

C+a			D+b
A–b			B–a

	A	B	
	C	D	

	B–a–c		
D+c			
			A+a –b+c
		C+b–c	

		A–b+c	
			C–c
B–a +b–c			
	D+a+c		

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C	B–c	A+c	D
D+c	A	B	C–c
B–c	C	D	A+c
A	D+c	C–c	B

En choisissant
a = b = 0, d = c
A+B = C+D :

carré diabolique

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C			
	A		
		D	
			B

	B–c		
		B	
			A+c
A			

		A+c	
			C–c
B–c			
	D+c		

			D
D+c			
	C		
		C–c	

			D
		B	
	C		
A			

		A+c	
	A		
B–c			
			B

	B–c		
D+c			
			A+c
		C–c	

C			
			C–c
		D	
	D+c		

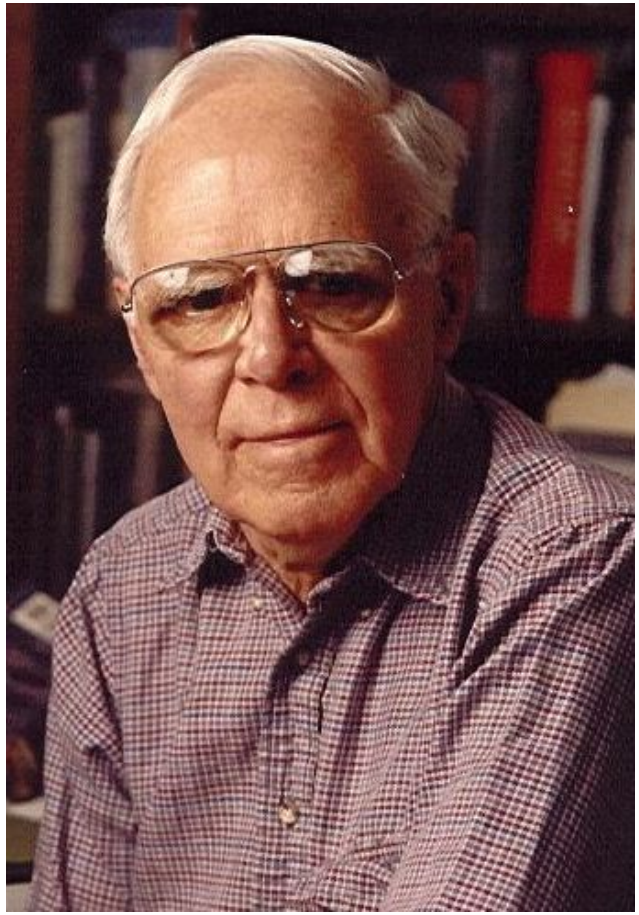
Toutes les pandiagonales sont magiques !

© Aimé Lachal – 2016

Application à la magie contemporaine

Martin Gardner (1914–2010)

Écrivain américain de vulgarisation scientifique.

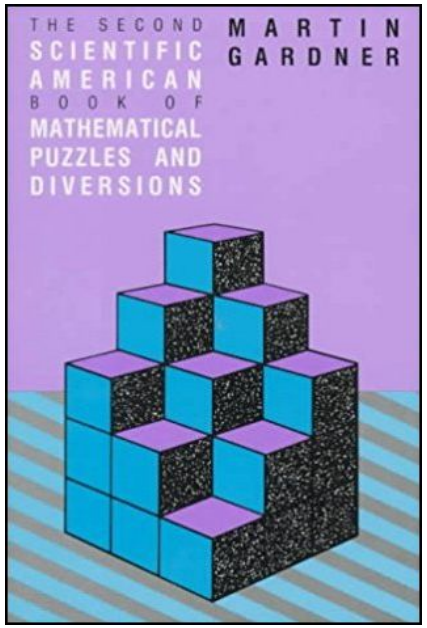


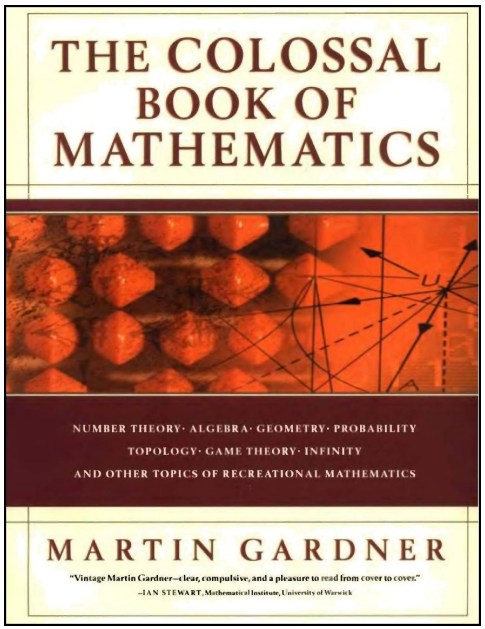
→ *Innombrables ouvrages de vulgarisation mathématique*

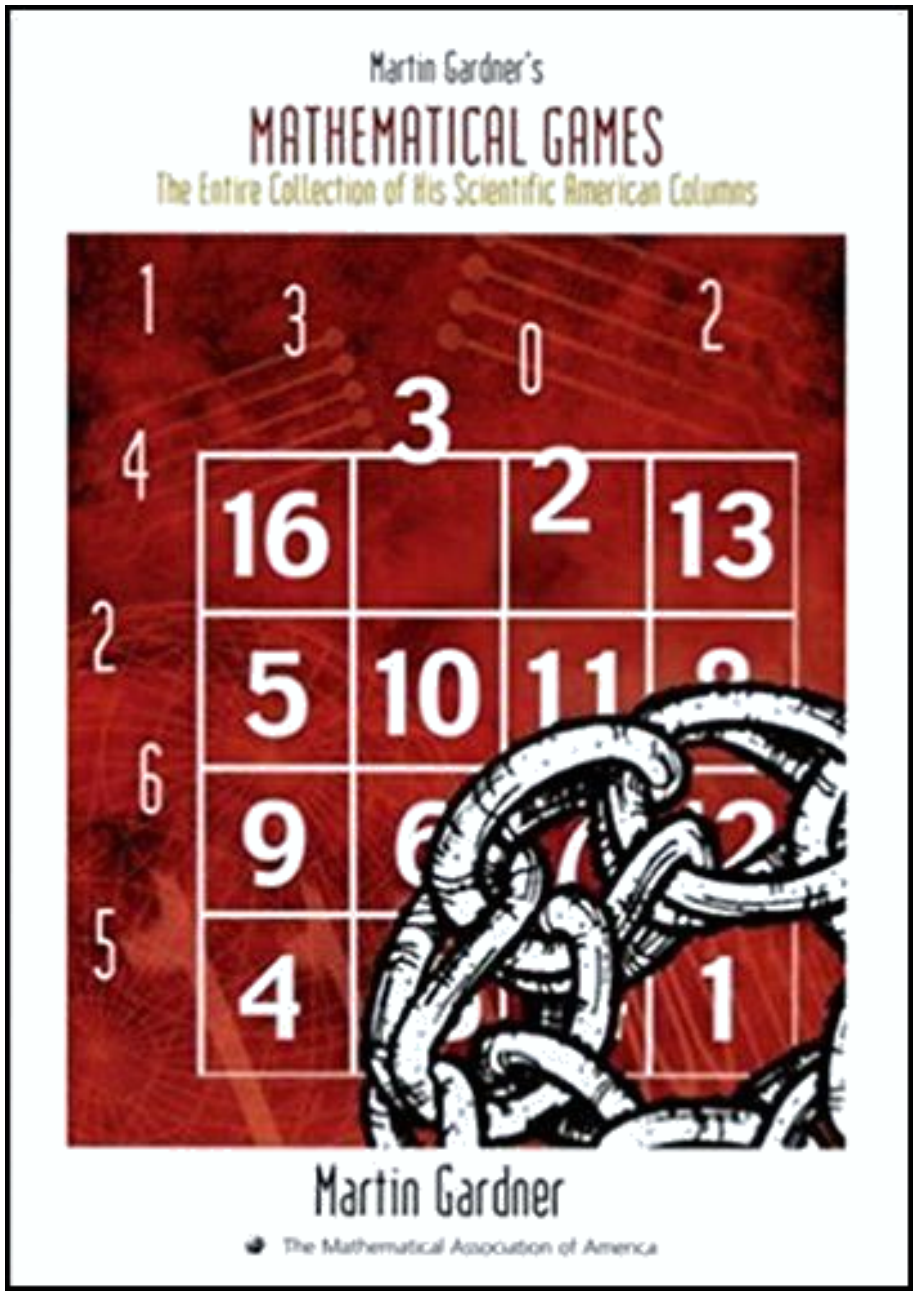
→ *Nombreux tours de magie autour des carrés magiques d'ordre 4*

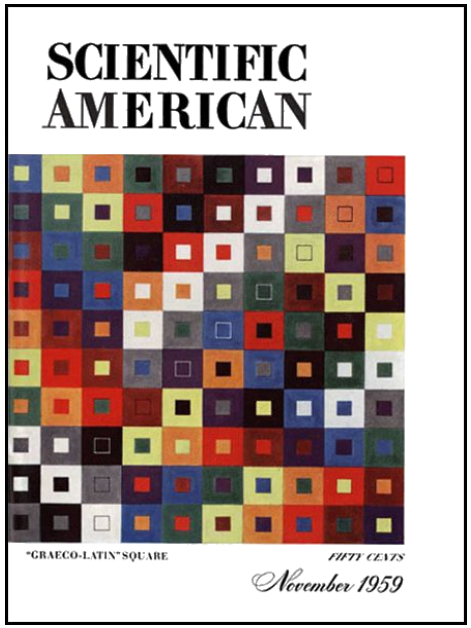
© Aimé Lachal – 2016

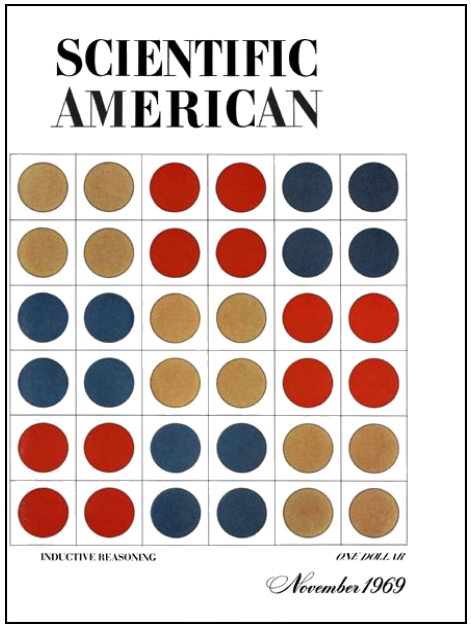
Application à la magie contemporaine











© Aimé Lachal – 2016

Application à la magie contemporaine

	21	10	
	19	14	

En choisissant

A = 21
B = 10
C = 19
D = 14

À partir du carré central natal de Gardner…

(Date de naissance 21/10/1914)

© Aimé Lachal – 2016

Application à la magie contemporaine

9_{+x}	16_{-x-z}	17_{-y+z}	22_{+y}
18_{+z}	21	10	15_{-z}
24_{-x+y-z}	19	14	7_{+x-y+z}
13_{-y}	8_{+x+z}	23_{+y-z}	20_{-x}

En choisissant

A = 21 a = x–10
B = 10 b = y+8
C = 19 c = z+4
D = 14

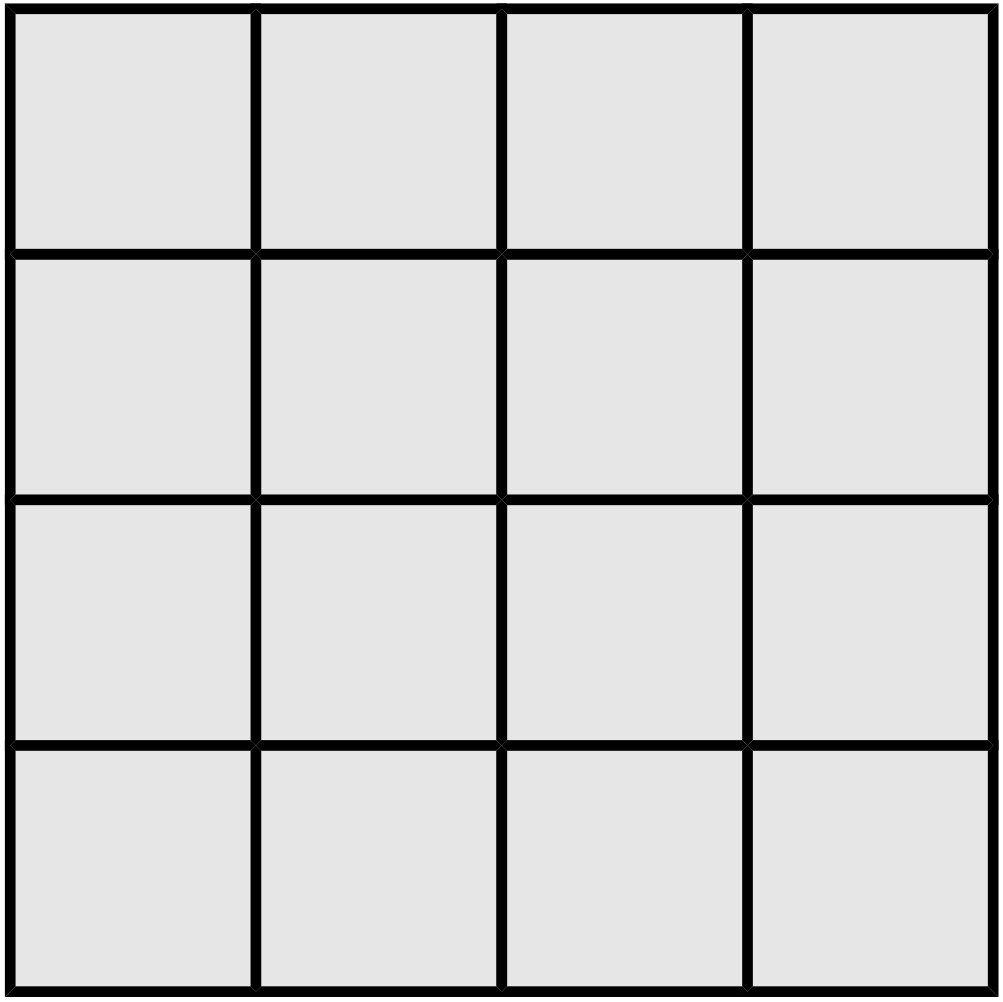
plein de carrés polymagiques !

© Aimé Lachal – 2016

Application à la magie contemporaine

Le public donne un nombre S
compris entre 35 et 99

Le magicien remplit
un carré magique d'ordre 4
de somme magique S
en moins de 30 secondes !



La représentation magique

© Aimé Lachal – 2016

Application à la magie contemporaine

–1	12	6	3
2	7	9	2
11	0	4	5
8	1	1	10

8	11	0	1
–1	2	7	12
3	2	9	6
10	5	4	1

À partir de carrés magiques de somme 20…

© Aimé Lachal – 2016

Application à la magie contemporaine

A–1	12+x	6+x	3+x
2+x	7+x	9+x	A+2
11+x	A	4+x	5+x
8+x	1+x	A+1	10+x

8+x	11+x	A	1+x
A–1	2+x	7+x	12+x
3+x	A+2	9+x	6+x
10+x	5+x	4+x	A+1

$$A = S - 20 - 3x$$

Une multitude de carrés magiques de somme S !

© Aimé Lachal – 2016

Un carré normal

(avec les nombres de 1 à 16)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

16	15	14	13
12	11	10	9
8	7	6	5
4	3	2	1

À partir de 2 carrés naturels inversés…

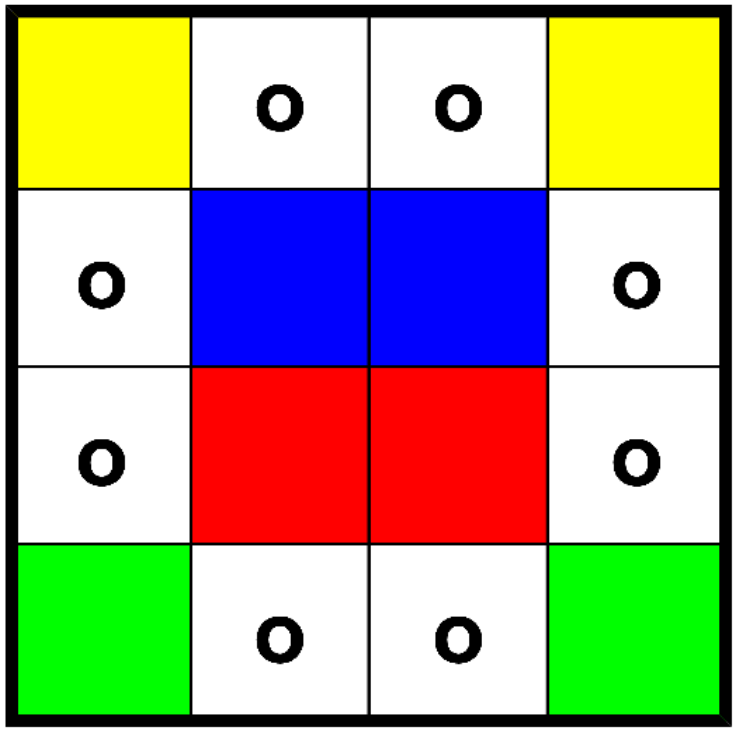
i ↔ **17 – *i***

i ↔ **17 – *i***

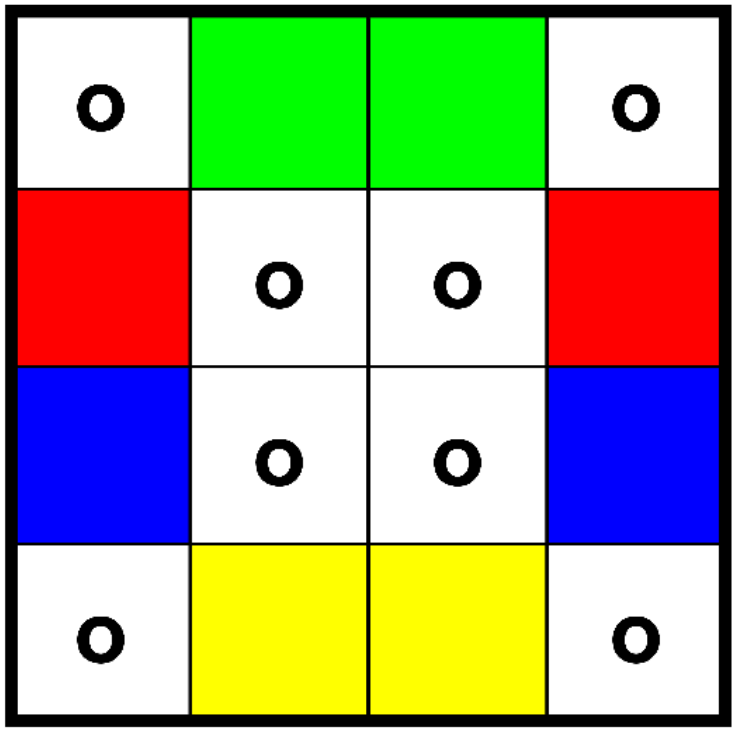
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Procédé par pointage



Diagonales conservées

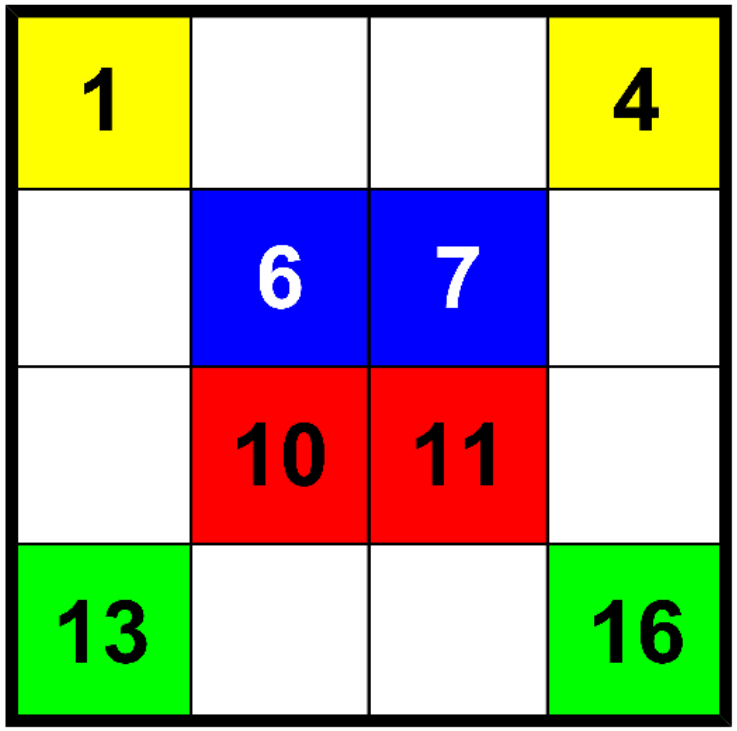


Diagonales retirées

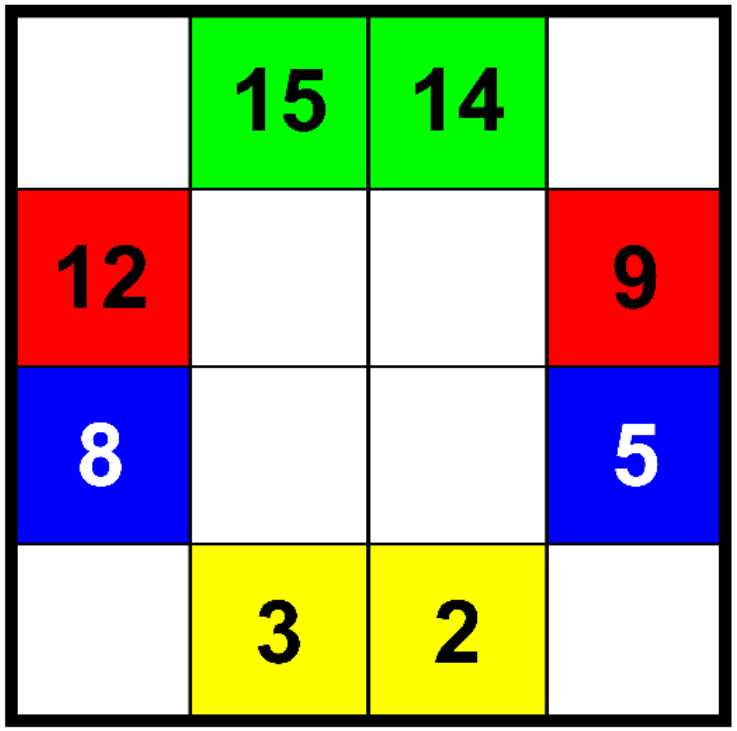
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Procédé par pointage



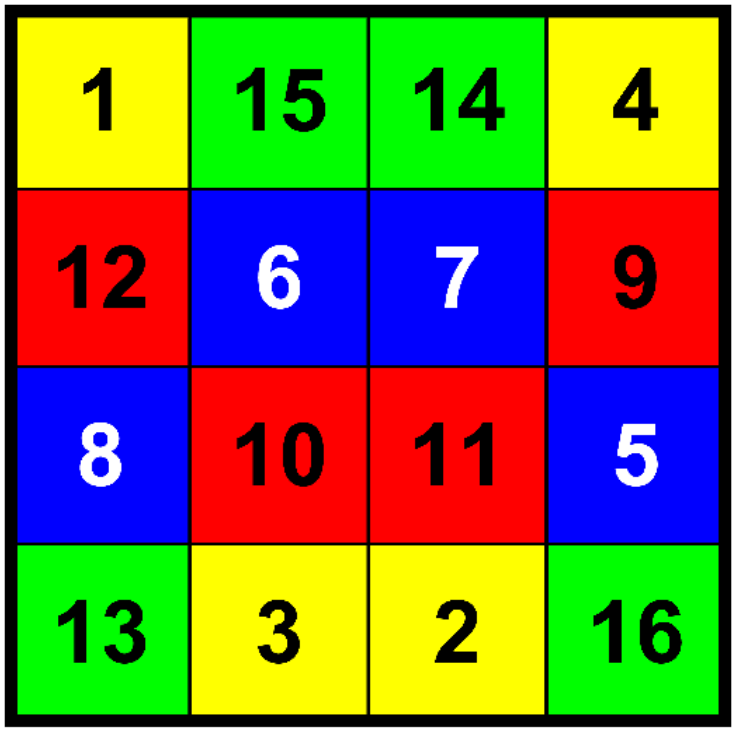
Diagonales conservées



Diagonales retirées

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



Après superposition…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Un carré normal de somme 34

(Dürer & Jupiter après permutation de lignes/colonnes)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Explication par lignes

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

16	15	14	13
12	11	10	9
8	7	6	5
4	3	2	1

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Explication par lignes

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

1+ 4 = 34 – (15+14)

12+ 9 = 34 – (6+ 7)

8+ 5 = 34 – (10+11)

13+16 = 34 – (3+ 2)

→ Complémentarité

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Explication par colonnes

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

16	15	14	13
12	11	10	9
8	7	6	5
4	3	2	1

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Explication par colonnes

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

1+13	15+ 3	14+ 2	4+16
=	=	=	=
34 – (12+ 8)	34 – (6+10)	34 – (7+11)	34 – (9+ 5)

→ Complémentarité

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Explication par diagonales

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

1+16 = 6+11 = 17

4+13 = 7+10 = 17

→ Complémentarité

© Aimé Lachal – 2016

Formule explicite des éléments du carré

Élément situé
sur les i^e ligne et j^e colonne

- **sur les diagonales : $4i + j - 4$**
- **hors des diagonales : $21 - 4i - j$**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

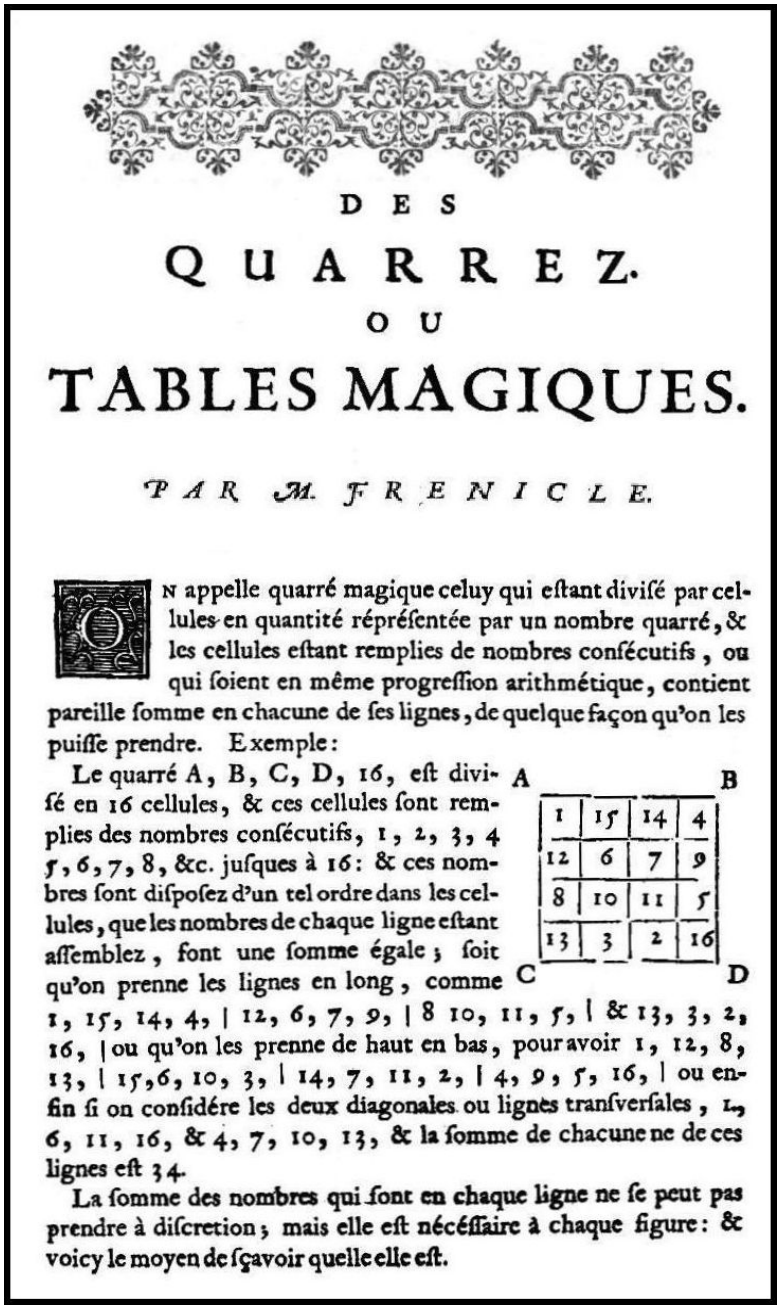
Bernard Frénicle de Bessy

(1605–1675)

Mathématicien français.

→ *« Des quarrez ou tables magiques »* (1693)

→ *Dénombrement de tous les carrés d'ordre 4*



DES

QUARREZ.

OU

TABLES MAGIQUES.

PAR M. FRENICLE.

ON appelle quarré magique celuy qui eſtant diviſé par cellules en quantité répréſentée par un nombre quarré, & les cellules eſtant remplies de nombres conſécutifs, ou qui ſoient en même progreſſion arithmétique, contient pareille ſomme en chacune de ſes lignes, de quelque façon qu'on les puiſſe prendre. Exemple:

Le quarré A, B, C, D, 16, eſt diviſé en 16 cellules, & ces cellules ſont remplies des nombres conſécutifs, 1, 2, 3, 4 5, 6, 7, 8, &c. juſques à 16: & ces nombres ſont diſpoſez d'un tel ordre dans les cellules, que les nombres de chaque ligne eſtant aſſemblez, font une ſomme égale; ſoit qu'on prenne les lignes en long, comme 1, 15, 14, 4, | 12, 6, 7, 9, | 8 10, 11, 5, | & 13, 3, 2, 16, | ou qu'on les prenne de haut en bas, pour avoir 1, 12, 8, 13, | 15, 6, 10, 3, | 14, 7, 11, 2, | 4, 9, 5, 16, | ou enfin ſi on conſidére les deux diagonales ou lignes tranſverſales, 1, 6, 11, 16, & 4, 7, 10, 13, & la ſomme de chacune ne de ces lignes eſt 34.

A B

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

C D

La ſomme des nombres qui ſont en chaque ligne ne ſe peut pas prendre à diſcretion; mais elle eſt néceſſaire à chaque figure: & voicy le moyen de ſçavoir quelle elle eſt.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Bernard Frénicle de Bessy

(1605–1675)

Mathématicien français.

→ *« Table générale Des quarrez de quatre »*

La première page…

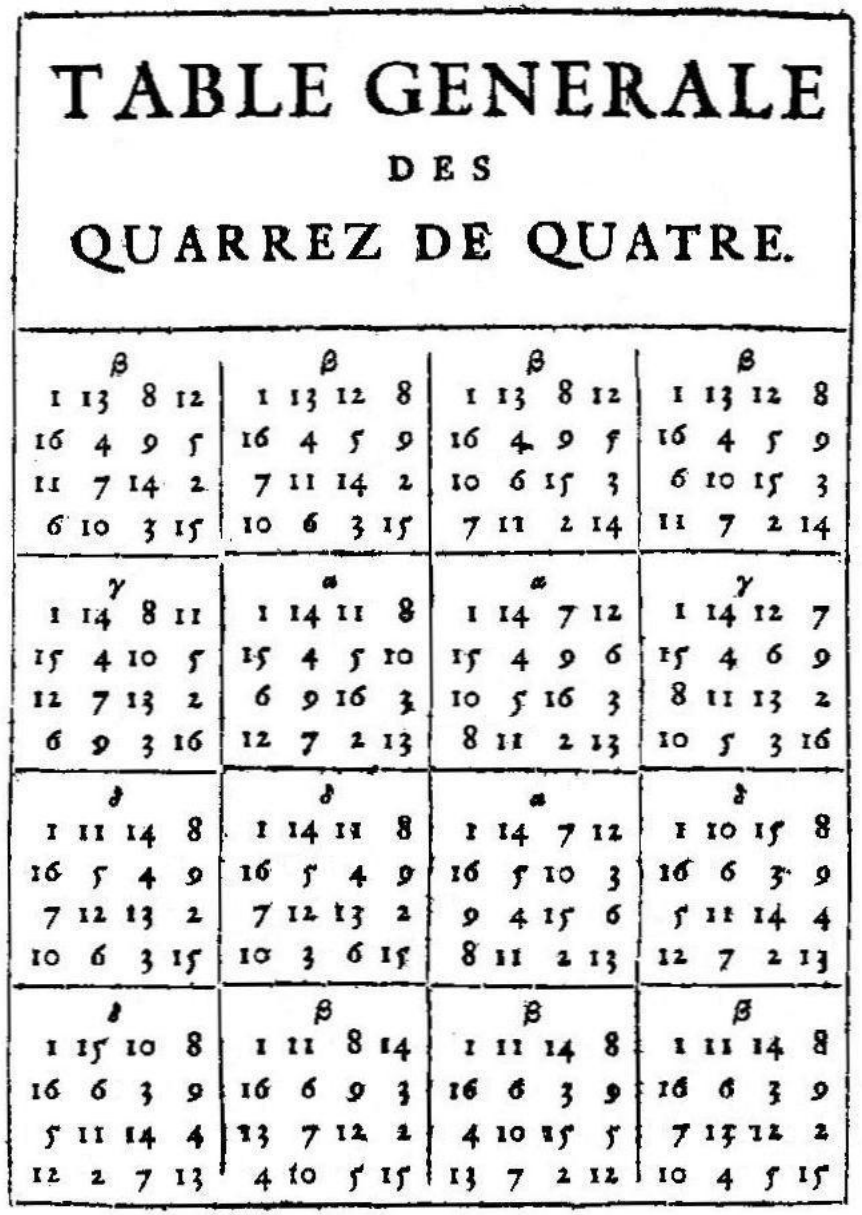
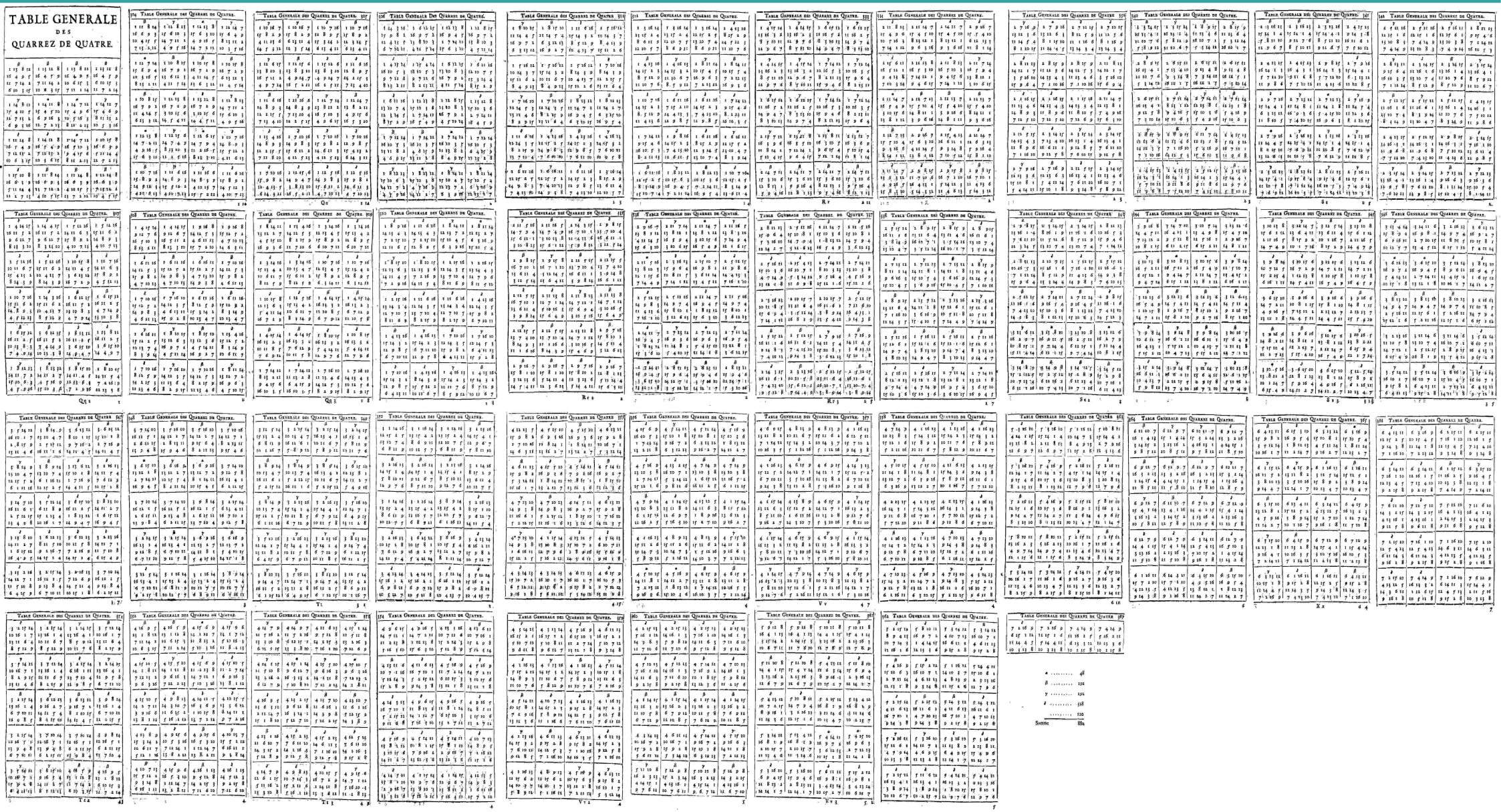


TABLE GENERALE
DES
QUARREZ DE QUATRE.

β 1 13 8 12 16 4 9 5 11 7 14 2 6 10 3 15	β 1 13 12 8 16 4 5 9 7 11 14 2 10 6 3 15	β 1 13 8 12 16 4 9 5 10 6 15 3 7 11 2 14	β 1 13 12 8 16 4 5 9 6 10 15 3 11 7 2 14
γ 1 14 8 11 15 4 10 5 12 7 13 2 6 9 3 16	α 1 14 11 8 15 4 5 10 6 9 16 3 12 7 2 13	α 1 14 7 12 15 4 9 6 10 5 16 3 8 11 2 13	γ 1 14 12 7 15 4 6 9 8 11 13 2 10 5 3 16
δ 1 11 14 8 16 5 4 9 7 12 13 2 10 6 3 15	δ 1 14 11 8 16 5 4 9 7 12 13 2 10 3 6 15	α 1 14 7 12 16 5 10 3 9 4 15 6 8 11 2 13	δ 1 10 15 8 16 6 3 9 5 11 14 4 12 7 2 13
ε 1 15 10 8 16 6 3 9 5 11 14 4 12 2 7 13	β 1 11 8 14 16 6 9 3 13 7 12 2 4 10 5 15	β 1 11 14 8 16 6 3 9 4 10 15 5 13 7 2 12	β 1 11 14 8 16 6 3 9 7 15 12 2 10 4 5 15

© Aimé Lachal – 2016

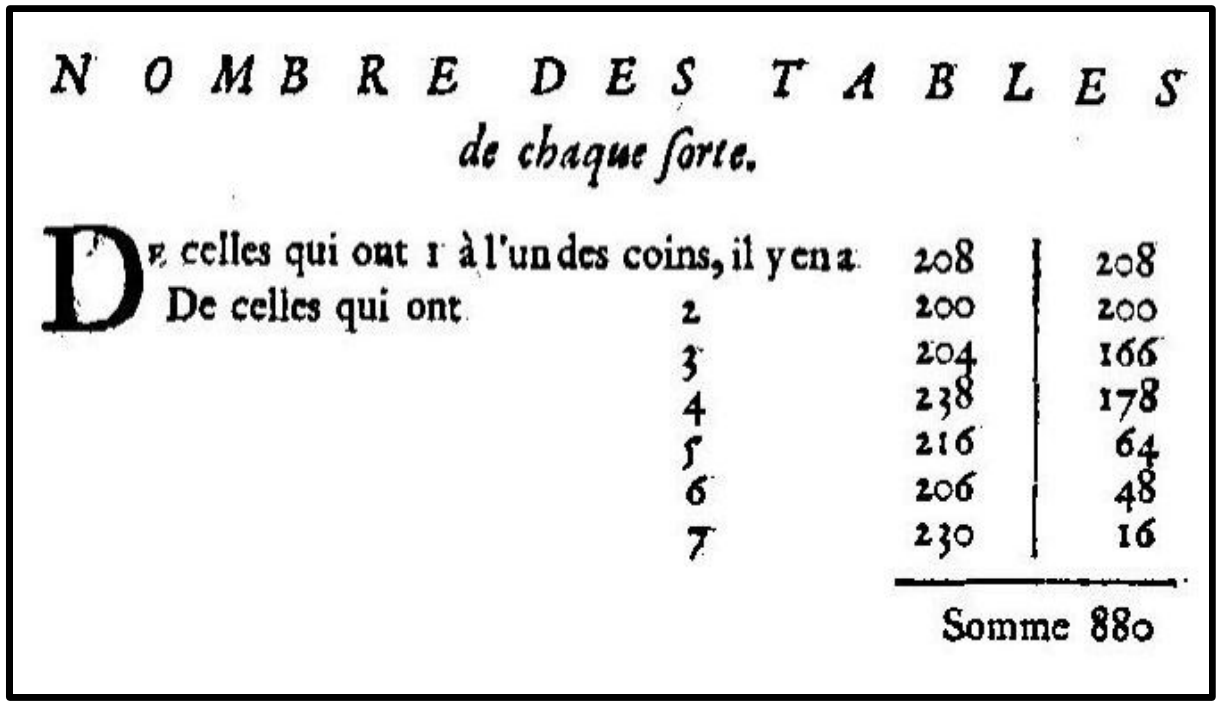
Carrés magiques d'ordre 4



…et toutes les autres !

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



NOMBRE DES TABLES
de chaque ſorte.

De celles qui ont 1 à l'un des coins, il y en a		208	208
De celles qui ont	2	200	200
	3	204	166
	4	238	178
	5	216	64
	6	206	48
	7	230	16
		Somme 880	



DES
QUARREZ.
OU
TABLES MAGIQUES.
PAR M. FRENICLE.

La page finale…

Il y a 880 carrés magiques d'ordre 4
(à 8 rotations/symétries près)

© Aimé Lachal – 2016

Un ouvrage majeur en mathématiques sanskrites…

© Aimé Lachal – 2016

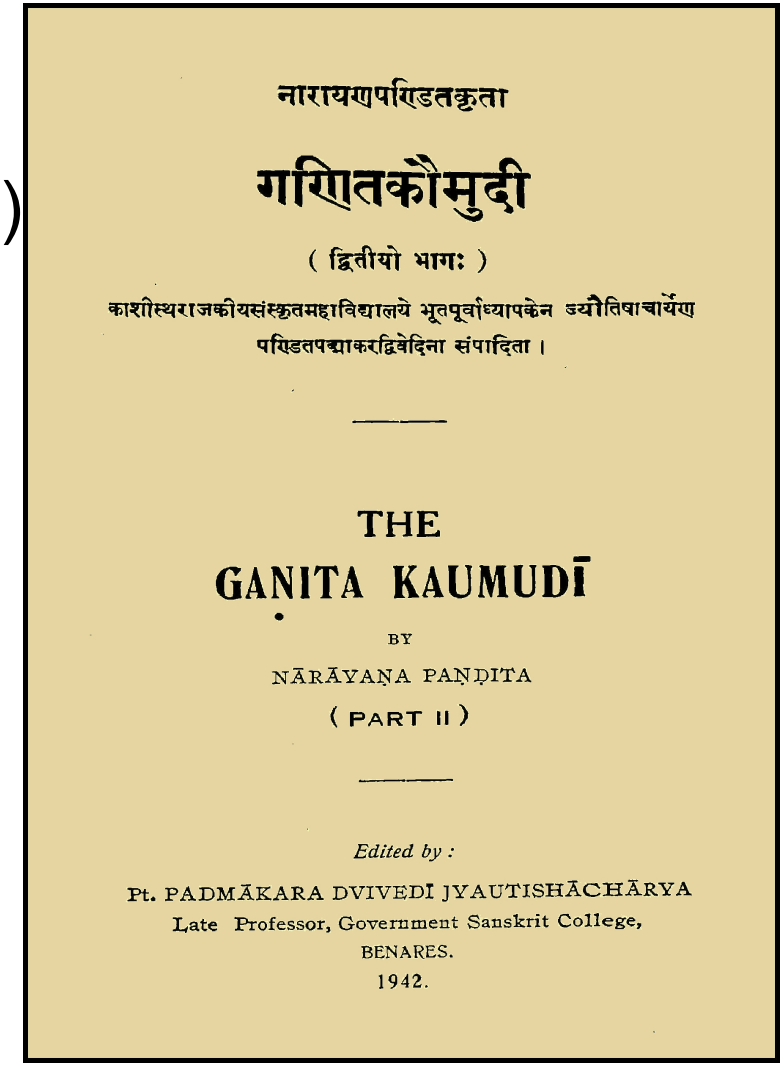
Carrés magiques d'ordre 4

Nārāyaṇa Paṇḍita (1340 ?–1400 ?)

Mathématicien indien.

→ *Traité de mathématiques :*
« The Gaṇita Kaumudī » *(1356)*

→ *Nombreux carrés magiques*


नारायणपण्डितकृता

गणितकौमुदी

(द्वितीयो भागः)

काशीस्थराजकीयसंस्कृतमहाविद्यालये भूतपूर्वाध्यापकेन ज्यौतिषाचार्येण
पण्डितपद्माकरद्विवेदिना संपादिता ।

THE
GANITA KAUMUDĪ

BY

NĀRĀYAṆA PAṆḌITA

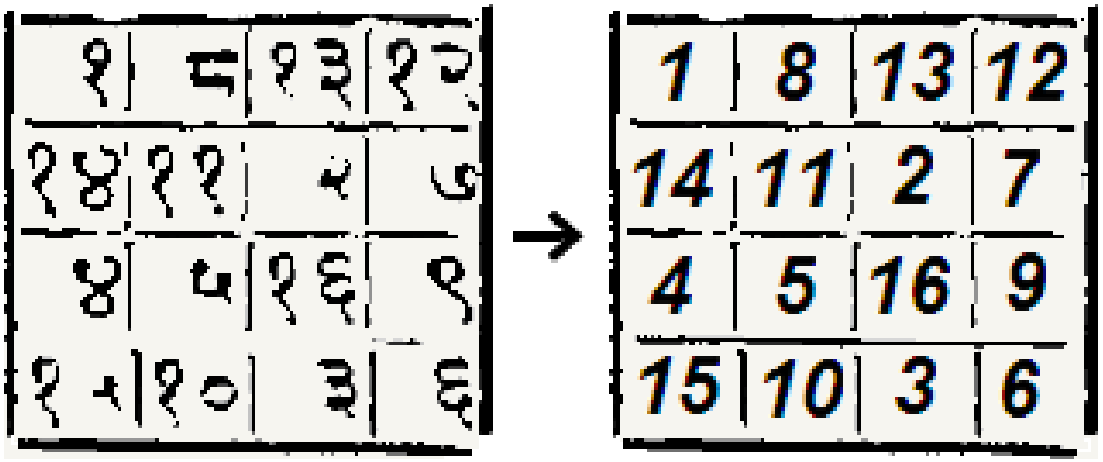
(PART II)

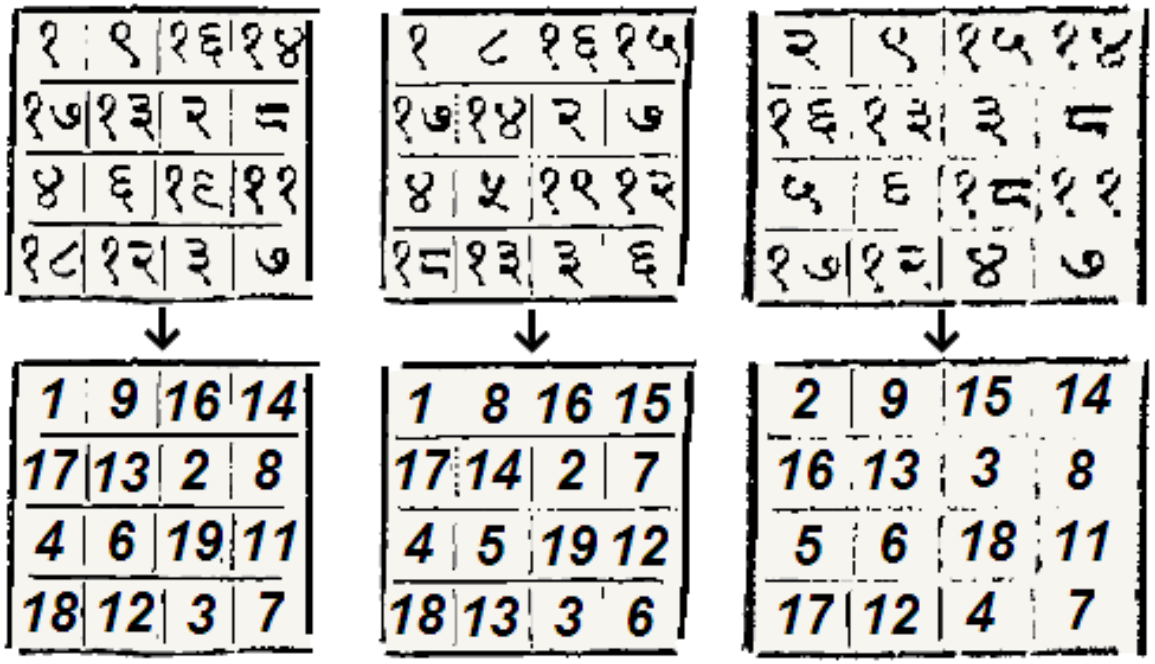
Edited by :

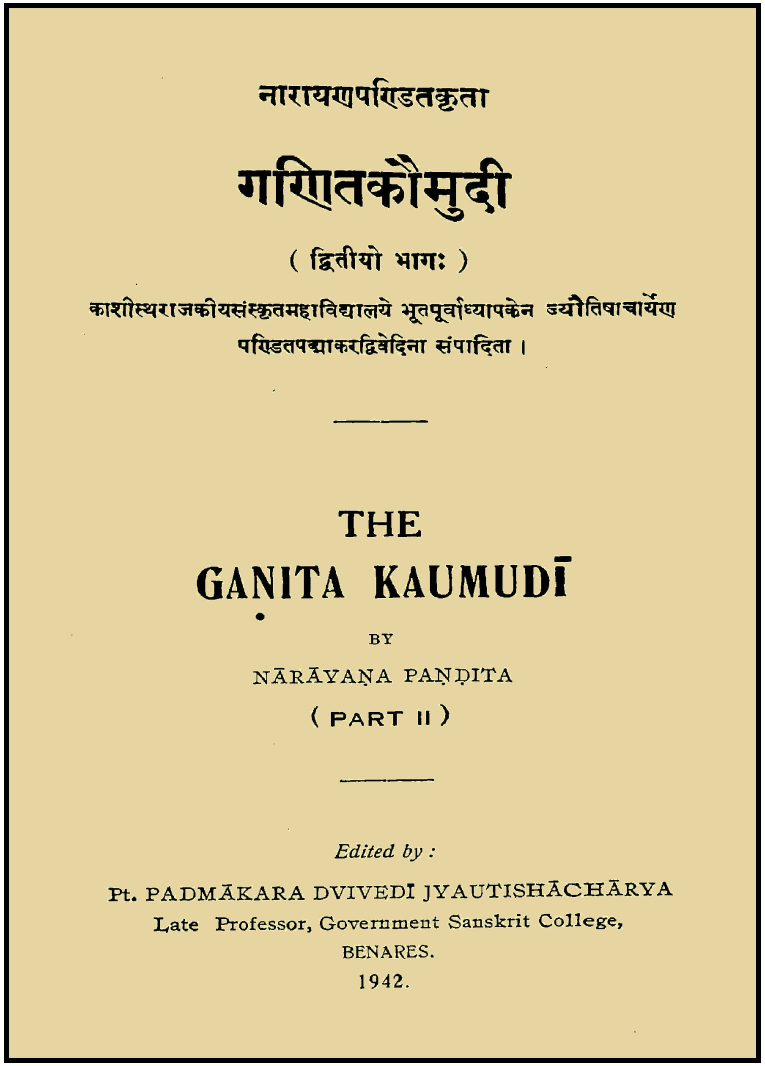
Pt. PADMĀKARA DVIVEDĪ JYAUTISHĀCHĀRYA
Late Professor, Government Sanskrit College,
BENARES.
1942.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4






नारायणपण्डितकृता

गणितकौमुदी

(द्वितीयो भागः)

काशीस्थराजकीयसंस्कृतमहाविद्यालये भूतपूर्वाध्यापकेन ज्यौतिषाचार्येण
पण्डितपद्माकरद्विवेदिना संपादिता ।

THE
GANITA KAUMUDĪ

BY

NĀRĀYAṆA PAṆḌITA

(PART II)

Edited by :

Pt. PADMĀKARA DVIVEDĪ JYAUTISHĀCHĀRYA
Late Professor, Government Sanskrit College,
BENARES.
1942.

© Aimé Lachal – 2016

Un des plus grands mathématiciens de tous les temps...

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Pierre de Fermat (1607 ?–1665)

Magistrat, polymathe, poète
et mathématicien français.



→ *Œuvre mathématique monumental*
« Varia opera mathematica »

→ *Carrés magiques « esquissés »*
disséminés par Lucas

© Aimé Lachal – 2016

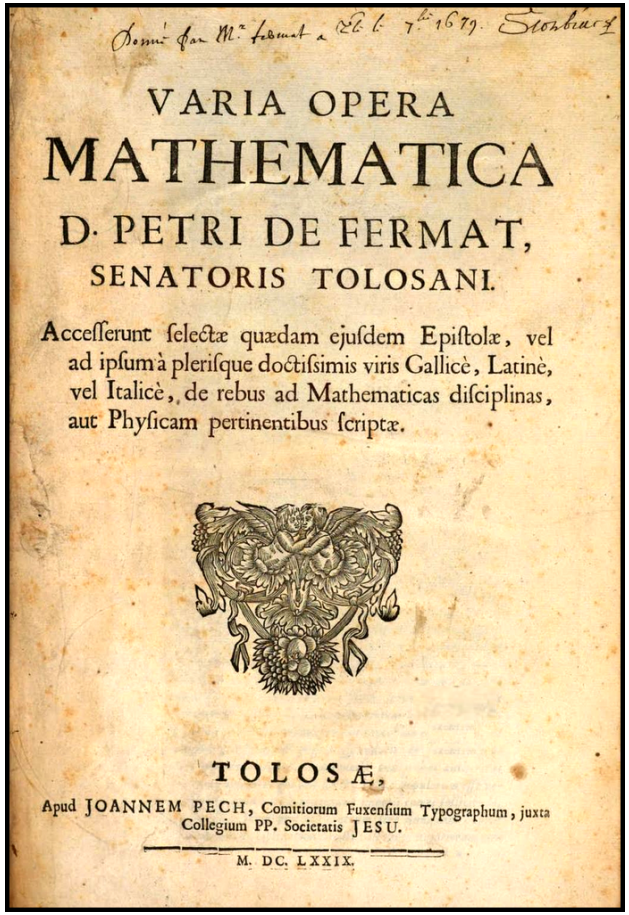
Carrés magiques d'ordre 4

Pierre de Fermat (1607 ?–1665)

Magistrat, polymathe, poète
et mathématicien français.

→ *Œuvre mathématique monumental*
« Varia opera mathematica »

→ *Carrés magiques « esquissés »*
disséminés par Lucas


VARIA OPERA
MATHEMATICA
D. PETRI DE FERMAT,
SENATORIS TOLOSANI.

Acceſſerunt ſelectæ quædam ejuſdem Epiſtolæ, vel ad ipſum à pleriſque doctiſsimis viris Gallicè, Latinè, vel Italicè, de rebus ad Mathematicas diſciplinas, aut Phyſicam pertinentibus ſcriptæ.

TOLOSÆ,
Apud JOANNEM PECH, Comitiorum Fuxenſium Typographum, juxta Collegium PP. Societatis JESU.
M. DC. LXXIX.

© Aimé Lachal – 2016

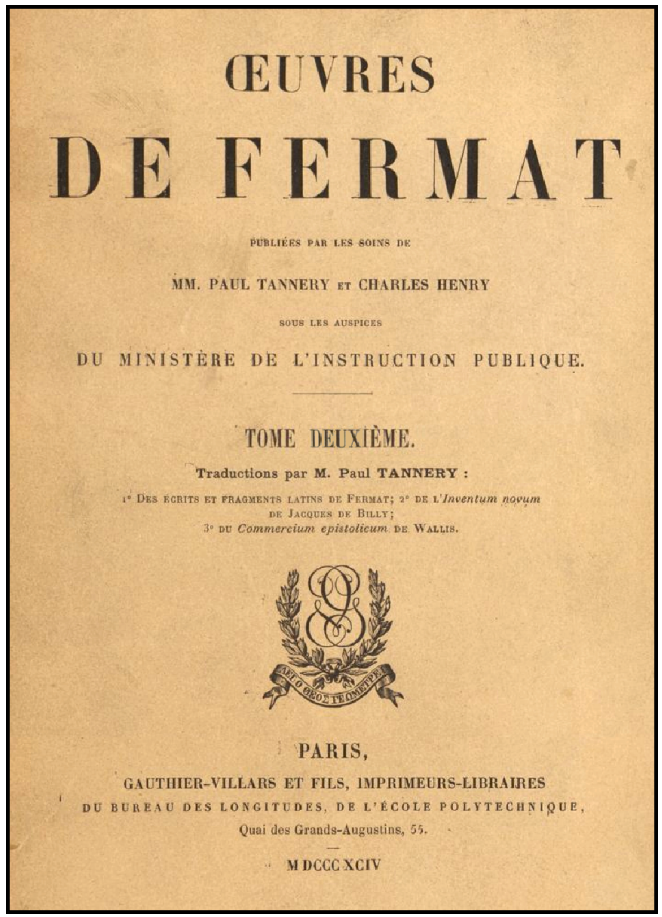
Carrés magiques d'ordre 4

Pierre de Fermat (1607 ?–1665)

Magistrat, polymathe, poète
et mathématicien français.

→ *Œuvre mathématique monumental*
« Varia opera mathematica »

→ *Carrés magiques « esquissés »*
disséminés par Lucas


ŒUVRES
DE FERMAT
PUBLIÉES PAR LES SOINS DE
MM. PAUL TANNERY ET CHARLES HENRY
SOUS LES AUSPICES
DU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE.
TOME DEUXIÈME.
Traductions par M. Paul TANNERY :
1° Des écrits et fragments latins de Fermat; 2° de l'*Inventum novum* de Jacques de Billy;
3° du *Commercium epistolicum* de Wallis.
PARIS,
GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.
M DCCC XCIV

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

RÉCRÉATIONS

MATHÉMATIQUES

PAR

M. ÉDOUARD LUCAS.

IV

Le Calendrier perpétuel. — L'Arithmétique en boules. L'Arithmétique en bâtons. — Les Mérelles au XIIIe siècle. — Les Carrés magiques de Fermat. Les Réseaux et les Dominos. — Les Régions et les quatre Couleurs. — La Machine à marcher.

ŒUVRES DE FERMAT. — COMPLÉMENTS.

XI.

LES CARRÉS MAGIQUES.

(TOME II, p. 188.)

É. LUCAS. — Les carrés magiques de Fermat restaurés et publiés sur des documents originaux et inédits (?) (*Journal de Mathématiques élémentaires*, 1885, p. 104-111, 130-136, 148-153, 176-180; 1887, p. 32-34).

CINQUIÈME RÉCRÉATION.

—

LES CARRÉS MAGIQUES DE FERMAT.

On appelle *carré magique* l'ensemble de nombres égaux ou inégaux placés dans les cases d'un carré de telle sorte que la somme des nombres renfermés dans chacune des lignes, des colonnes et des diagonales soit toujours la même et égale à un nombre fixe appelé la *constante* du carré.

Cinquième récréation.

Si l'on traite la question des carrés magiques par la théorie des déterminants ou par la résolution algébrique des équations suivant la méthode ordinaire, on est conduit à d'énormes calculs. C'est peut-être la première marche suivie par Fermat lorsqu'il écrit dans une autre lettre à Mersenne que les inventions de Frénicle le ravissent, et qu'il désirerait connaître quelques-unes de ses méthodes, en avouant que les siennes, pour le sujet des carrés magiques, conduisent à de grands calculs.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

Les carrés magiques de Fermat.

Quoi qu'il en soit, la théorie complète des carrés magiques paraissait une énigme dont on devait attendre longtemps encore la solution, lorsque nous avons eu le bonheur de mettre la main sur des manuscrits originaux et inédits de Fermat; ces manuscrits se composent de quatorze cahiers et de feuillets détachés. La présente Récréation a pour but de montrer la marche suivie par Fermat dans la formation des carrés pairs, d'après l'étude des dessins et des carrés du manuscrit. La méthode est loin d'être développée; chaque page contient quelques dessins faits d'un trait de plume et des carrés magiques avec des lettres, presque toujours, et quelquefois des chiffres.

Nous avons cherché à reproduire aussi fidèlement que possible la pensée de notre auteur favori. Le lecteur admirera l'art merveilleux et incomparable avec lequel l'illustre génie qui surpassa tous les géomètres de l'antiquité et que nul n'a surpassé depuis, a su se débarrasser de tous les calculs.

Cinquième récréation.

LES CARRÉS MAGIQUES DE QUATRE.

Écrivons les seize premiers nombres suivant l'ordre naturel, dans les seize cases d'un carré de quatre (*fig.* 48); lorsque nous désignerons plus tard une case par un numéro, ce sera toujours par le nombre correspondant de cette figure.

Échangeons entre eux les huit nombres qui se trouvent placés deux par deux sur les cases représentées par les boules noires opposées (*fig.* 49), nous obtenons ainsi le carré magique de la *fig.* 50. On trouve ce carré dans Fermat et dans le Mémoire de Frénicle dont il est parlé plus loin, avec l'indication du procédé qui sert à le construire. Mais, si l'on place toutes les lignes dans l'ordre inverse, on obtient, par symétrie, le carré magique qui se trouve représenté sur la célèbre gravure *Melencholia* d'Albert Dürer, burinée en 1514; la date de cette gravure est d'ailleurs indiquée par les deux nombres 15 et 14 de la ligne inférieure.

Fig. 48.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Fig. 49.

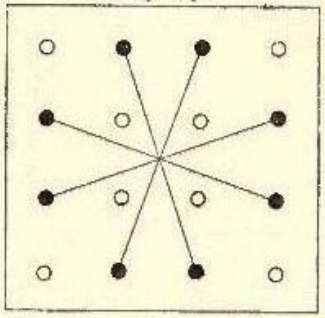


Fig. 50.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

© Aimé Lachal – 2016

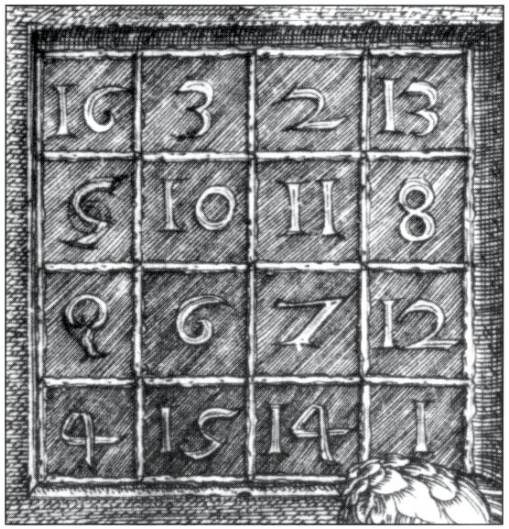
« Polymagie » du carré de Dürer

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



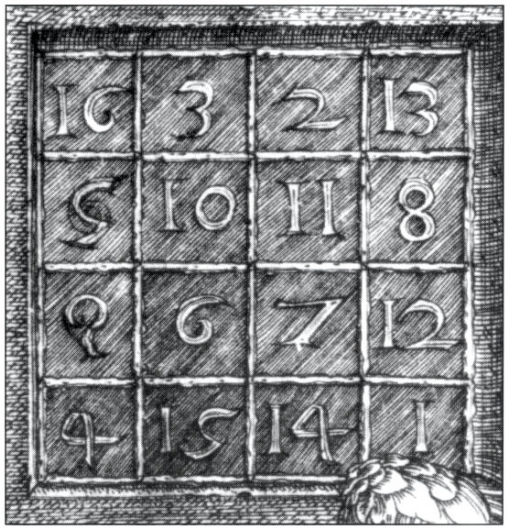
Dans le carré de Dürer…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



16	3	2	13



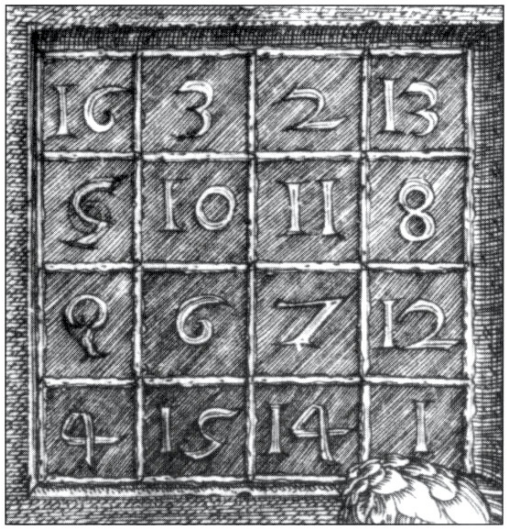
Somme par ligne → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



5	10	11	8



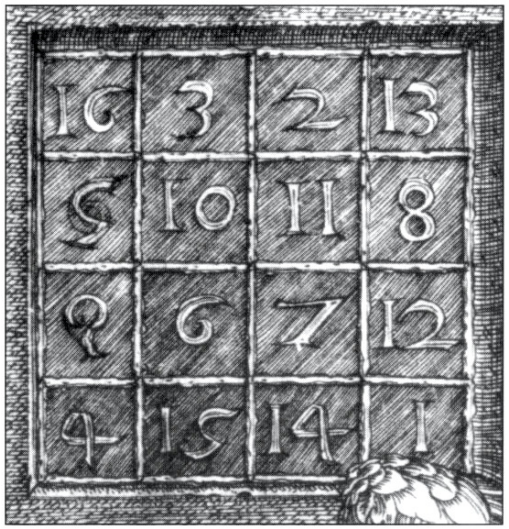
Somme par ligne → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



9	6	7	12



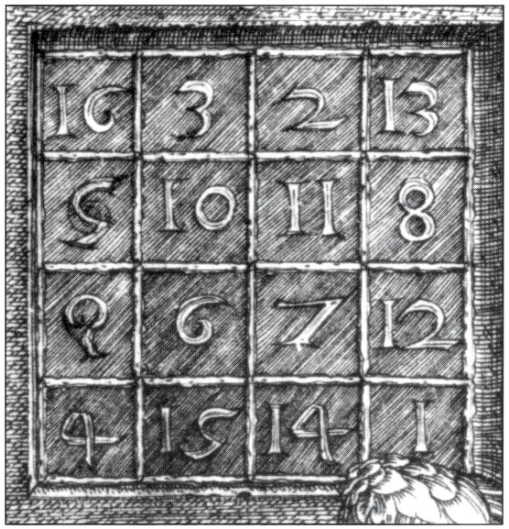
Somme par ligne → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



4	15	14	1



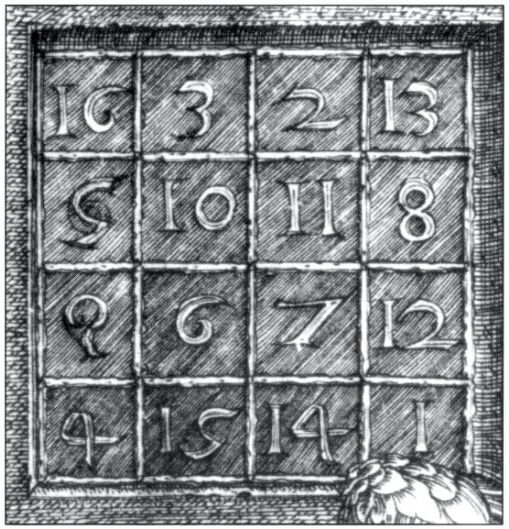
Somme par ligne → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



16			
5			
9			
4			



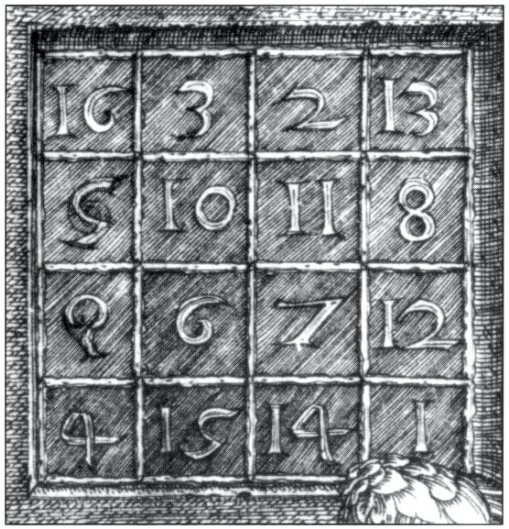
Somme par colonne → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



	3		
	10		
	6		
	15		



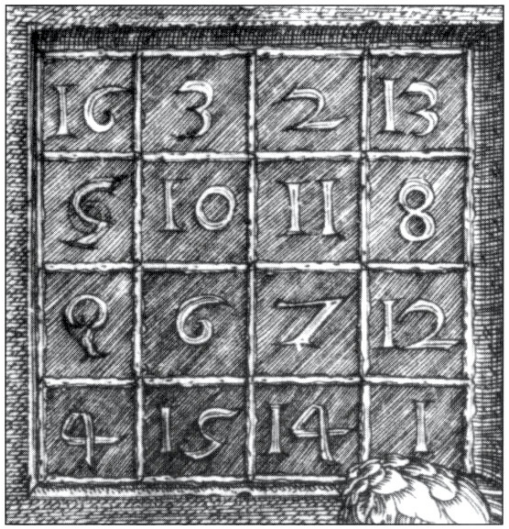
Somme par colonne → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



		2	
		11	
		7	
		14	



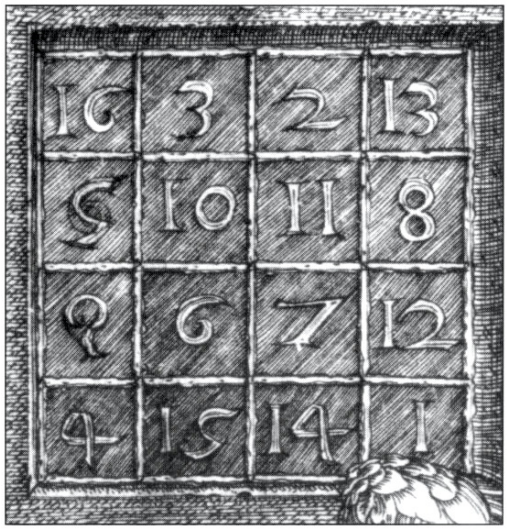
Somme par colonne → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



			13
			8
			12
			1



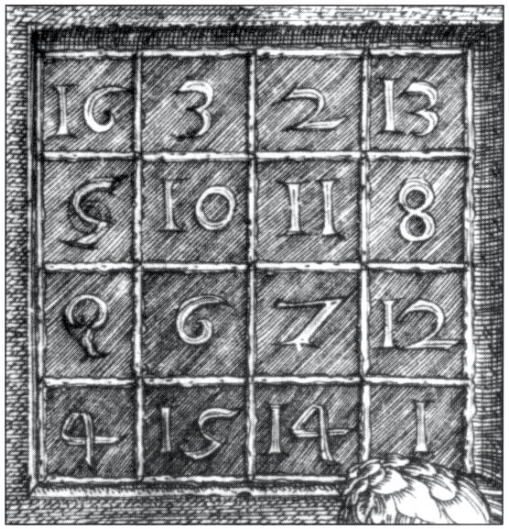
Somme par colonne → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



16			
	10		
		7	
			1



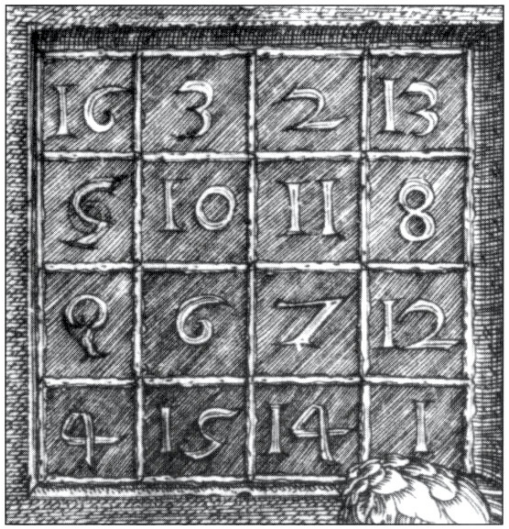
Somme par diagonale → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



			13
		11	
	6		
4			



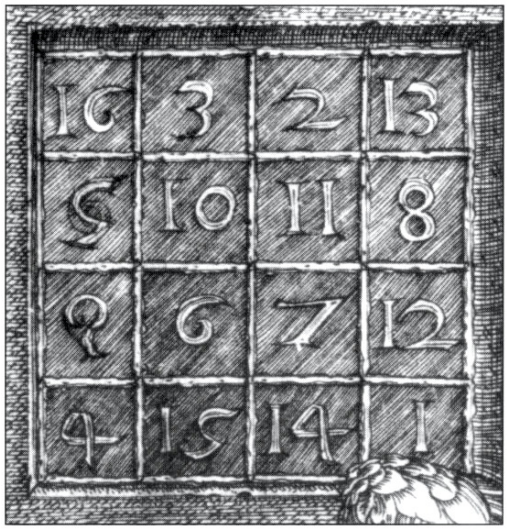
Somme par diagonale → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



16	3		
5	10		



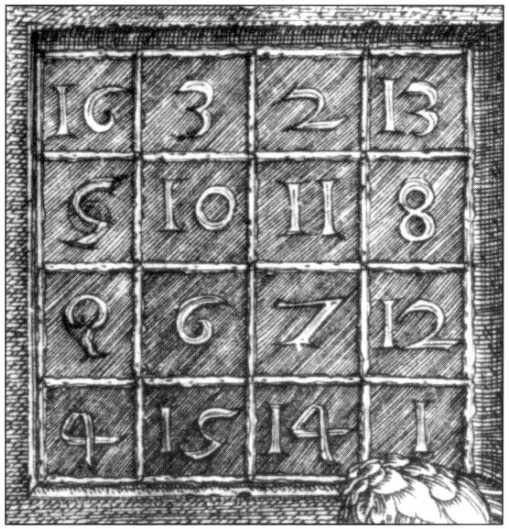
Somme par carré → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



		2	13
		11	8



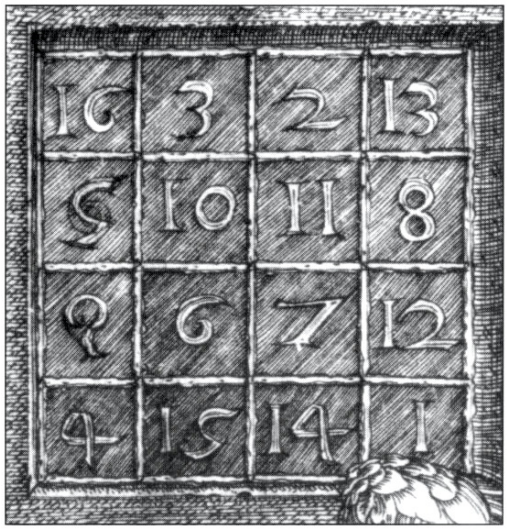
Somme par carré → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



		7	12
		14	1



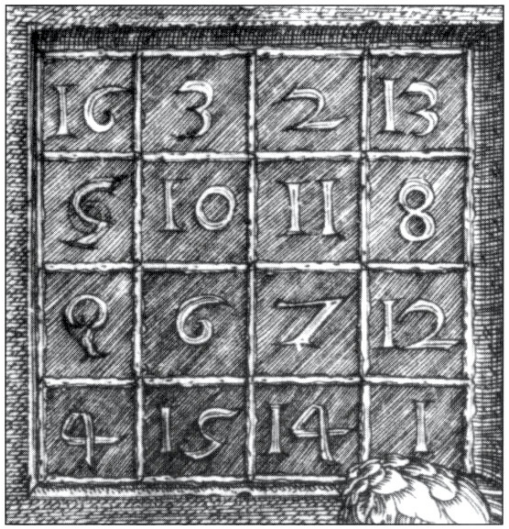
Somme par carré → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



9	6		
4	15		



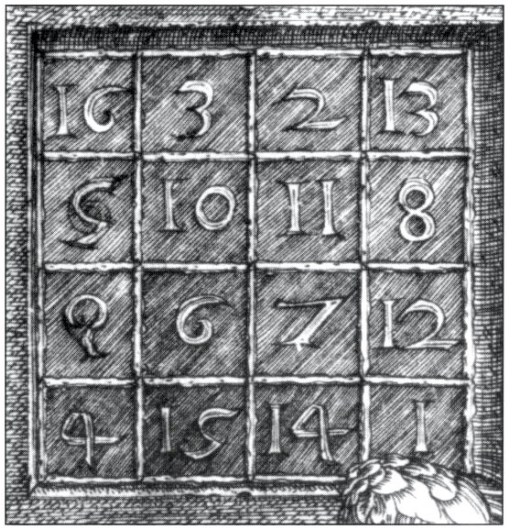
Somme par carré → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



	10	11	
	6	7	



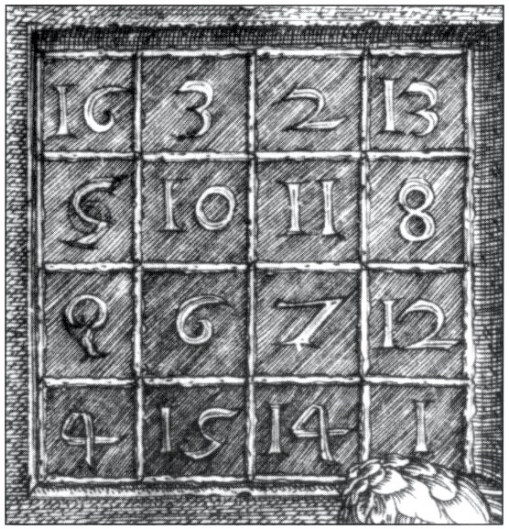
Somme par carré → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



16		2	
9		7	



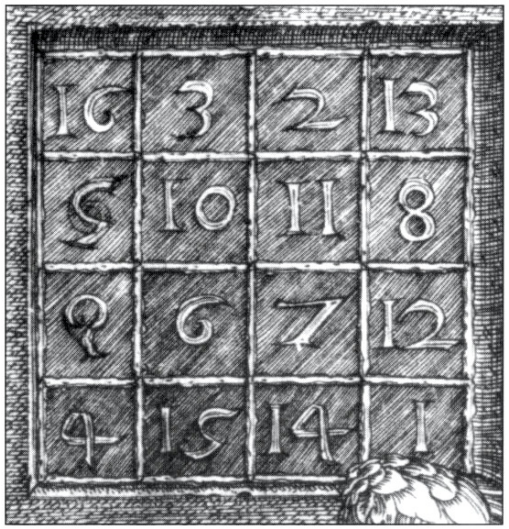
Somme par carré → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



	3		13
	6		12



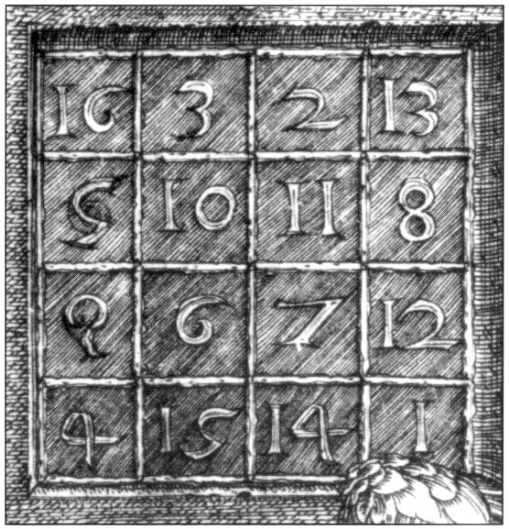
Somme par carré → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



	10		8
	15		1



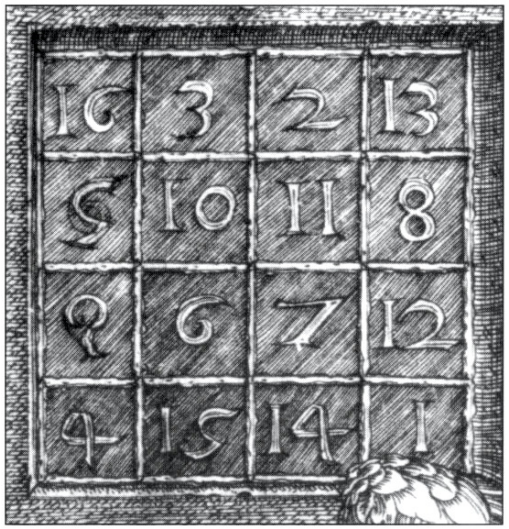
Somme par carré → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



5		11	
4		14	



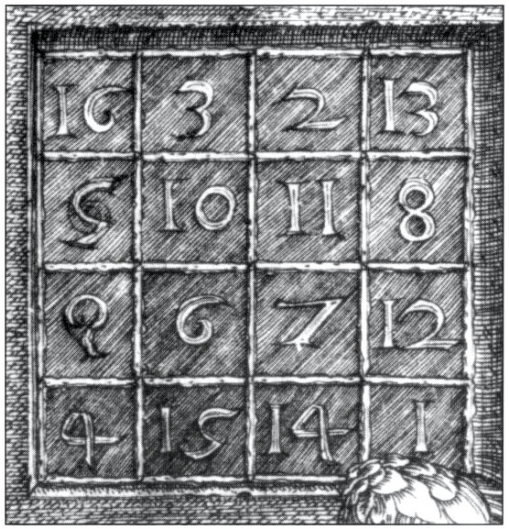
Somme par carré → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



16			13
4			1



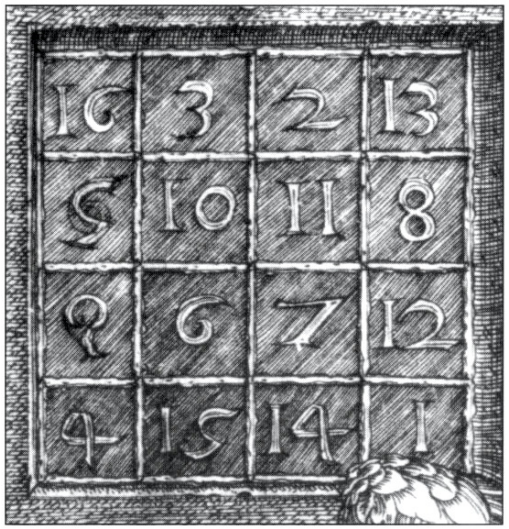
Somme par carré → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



16	3		
9	6		



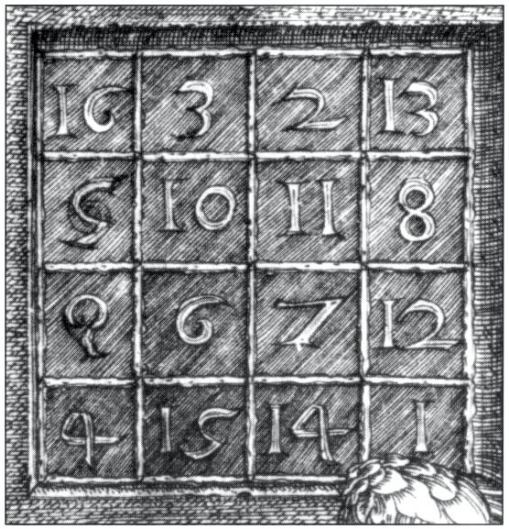
Somme par rectangle → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



		2	13
		7	12



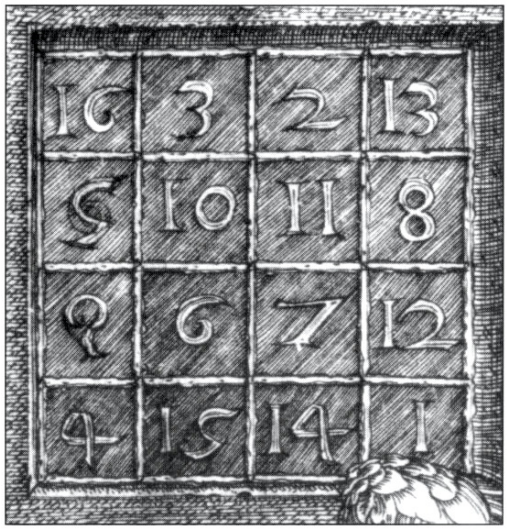
Somme par rectangle → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



		11	8
		14	1



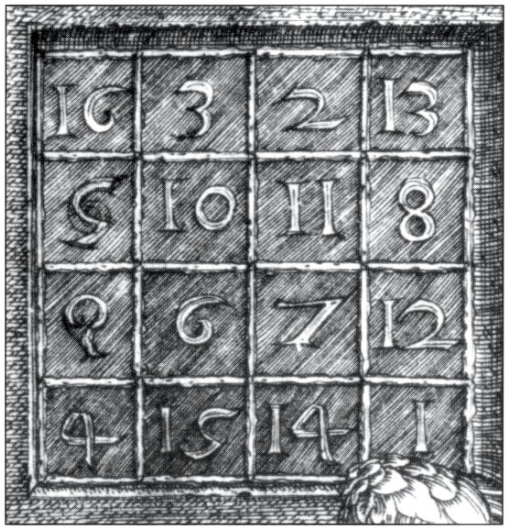
Somme par rectangle → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



5	10		
4	15		



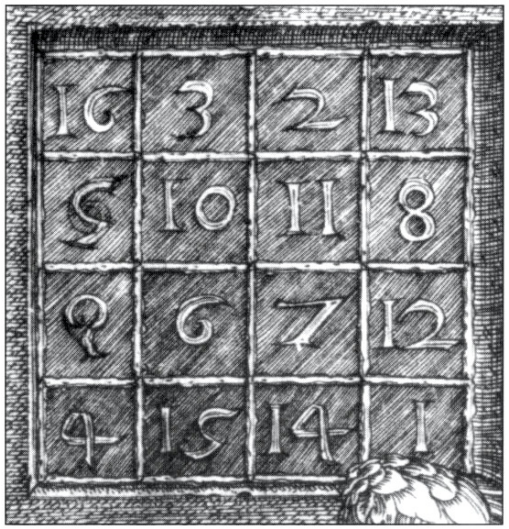
Somme par rectangle → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



16		2	
5		11	



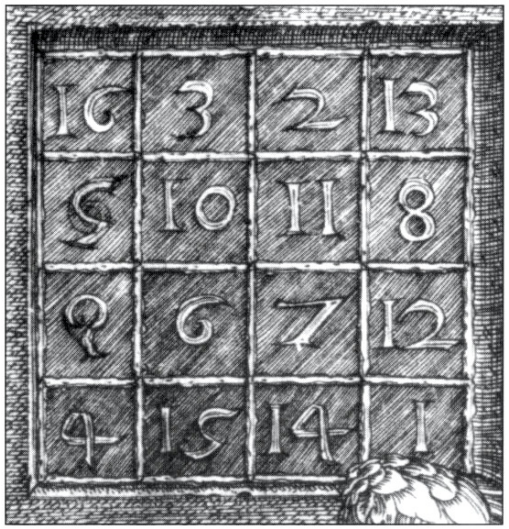
Somme par rectangle → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



	3		13
	10		8



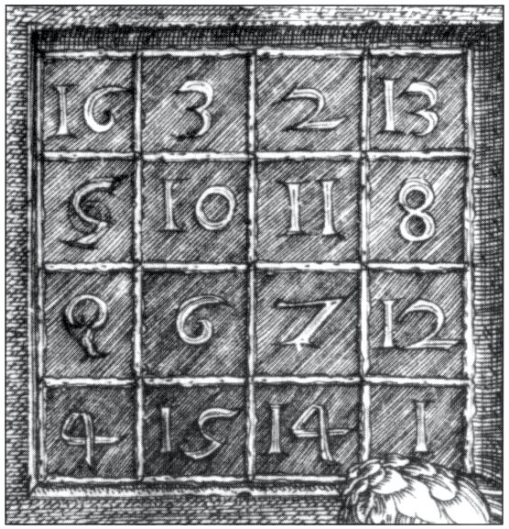
Somme par rectangle → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



	6		12
	15		1



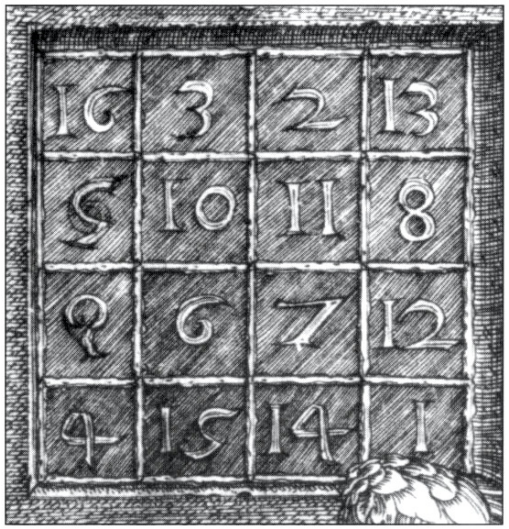
Somme par rectangle → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



9		7	
4		14	



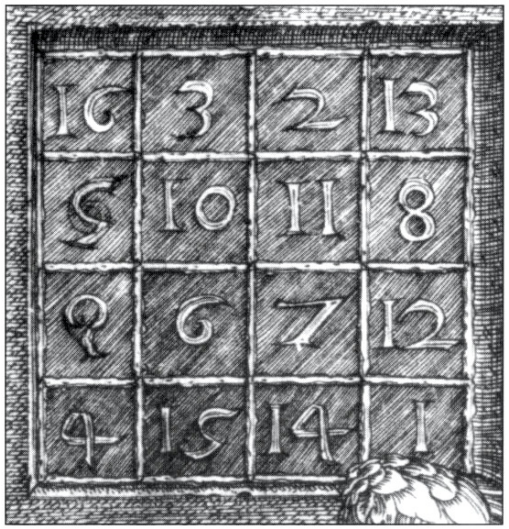
Somme par rectangle → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



	3	2	
	15	14	



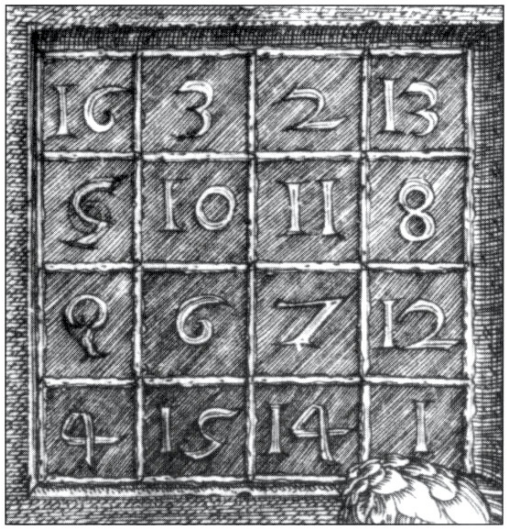
Somme par rectangle → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



5			8
9			12



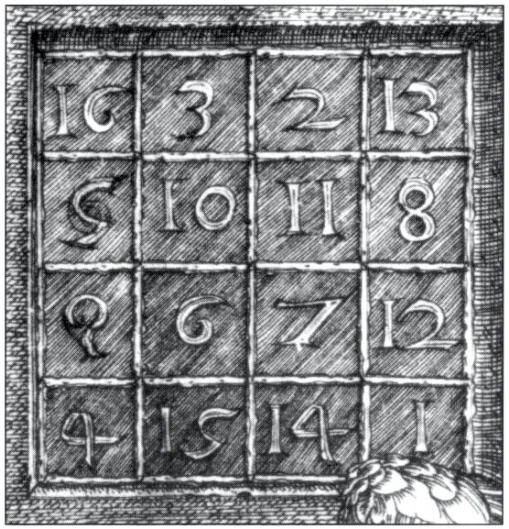
Somme par rectangle → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



16	3		
		14	1



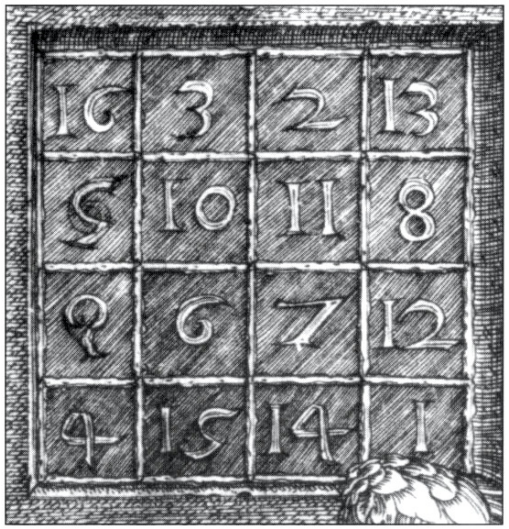
Somme par parallélogramme → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



		2	13
4	15		



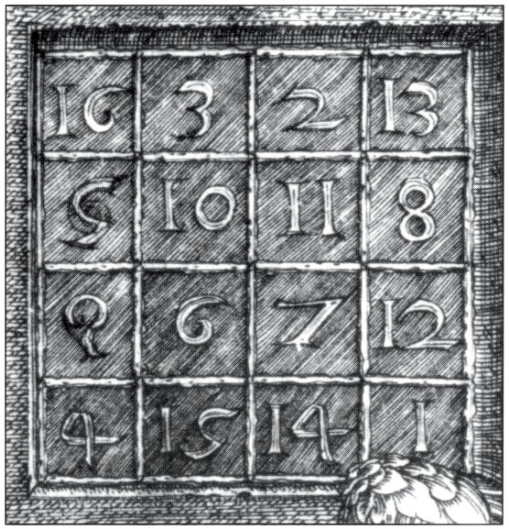
Somme par parallélogramme → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



5	10		
		7	12



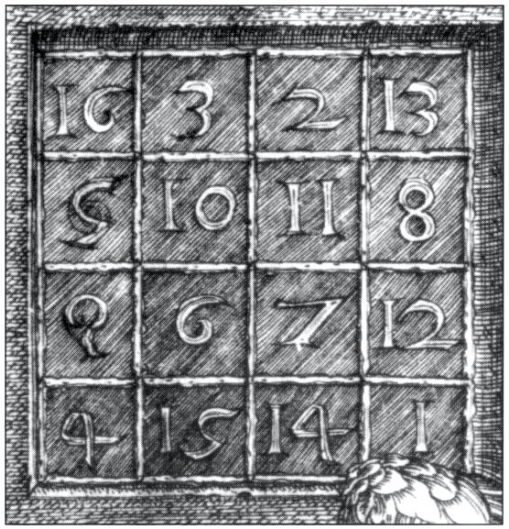
Somme par parallélogramme → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



		11	8
9	6		



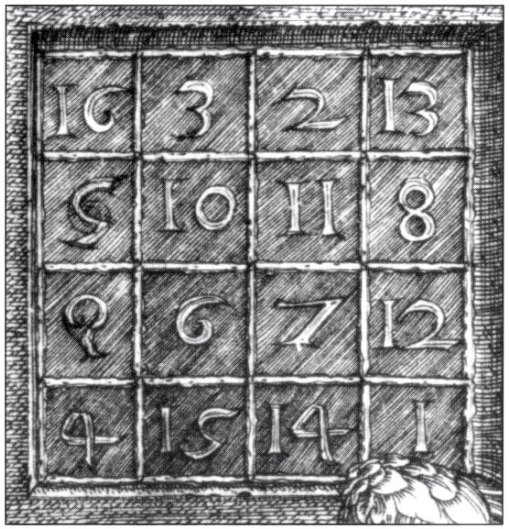
Somme par parallélogramme → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



16			
5			
			12
			1



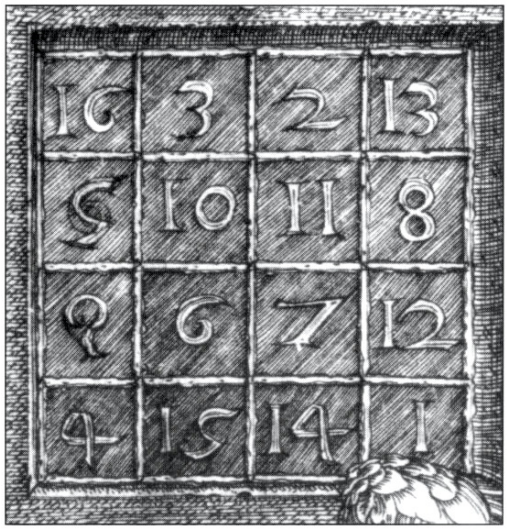
Somme par parallélogramme → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



			13
			8
9			
4			



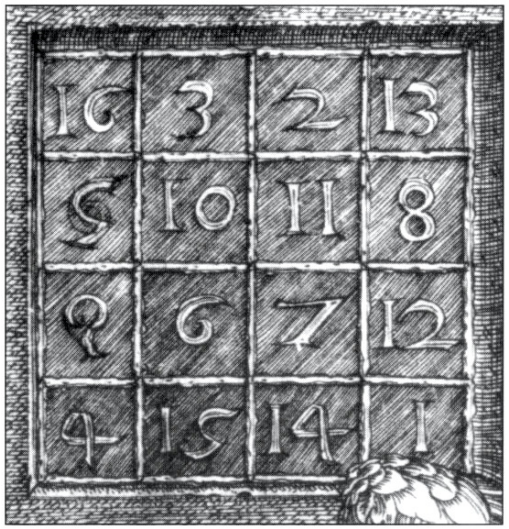
Somme par parallélogramme → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



	3		
	10		
		7	
		14	



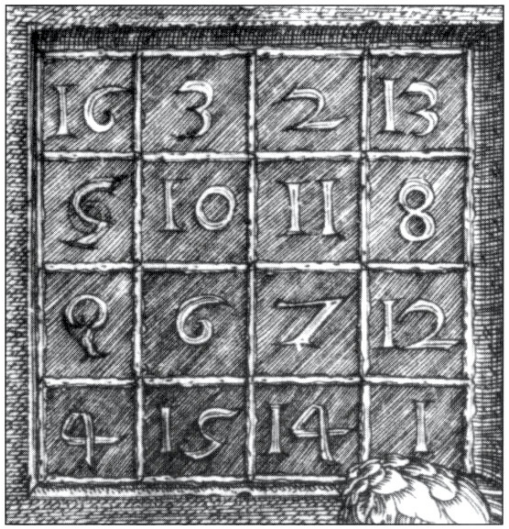
Somme par parallélogramme → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



		2	
		11	
	6		
	15		



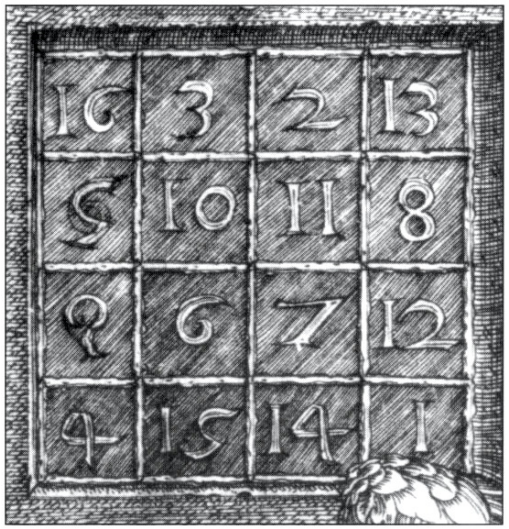
Somme par parallélogramme → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



	3		
5			
			12
		14	



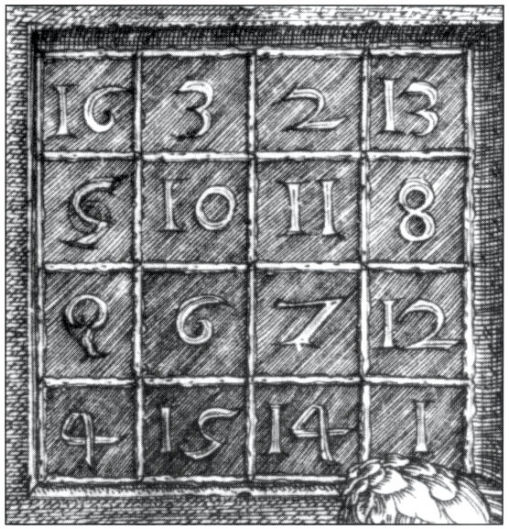
Somme par pandiagonale → **34**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



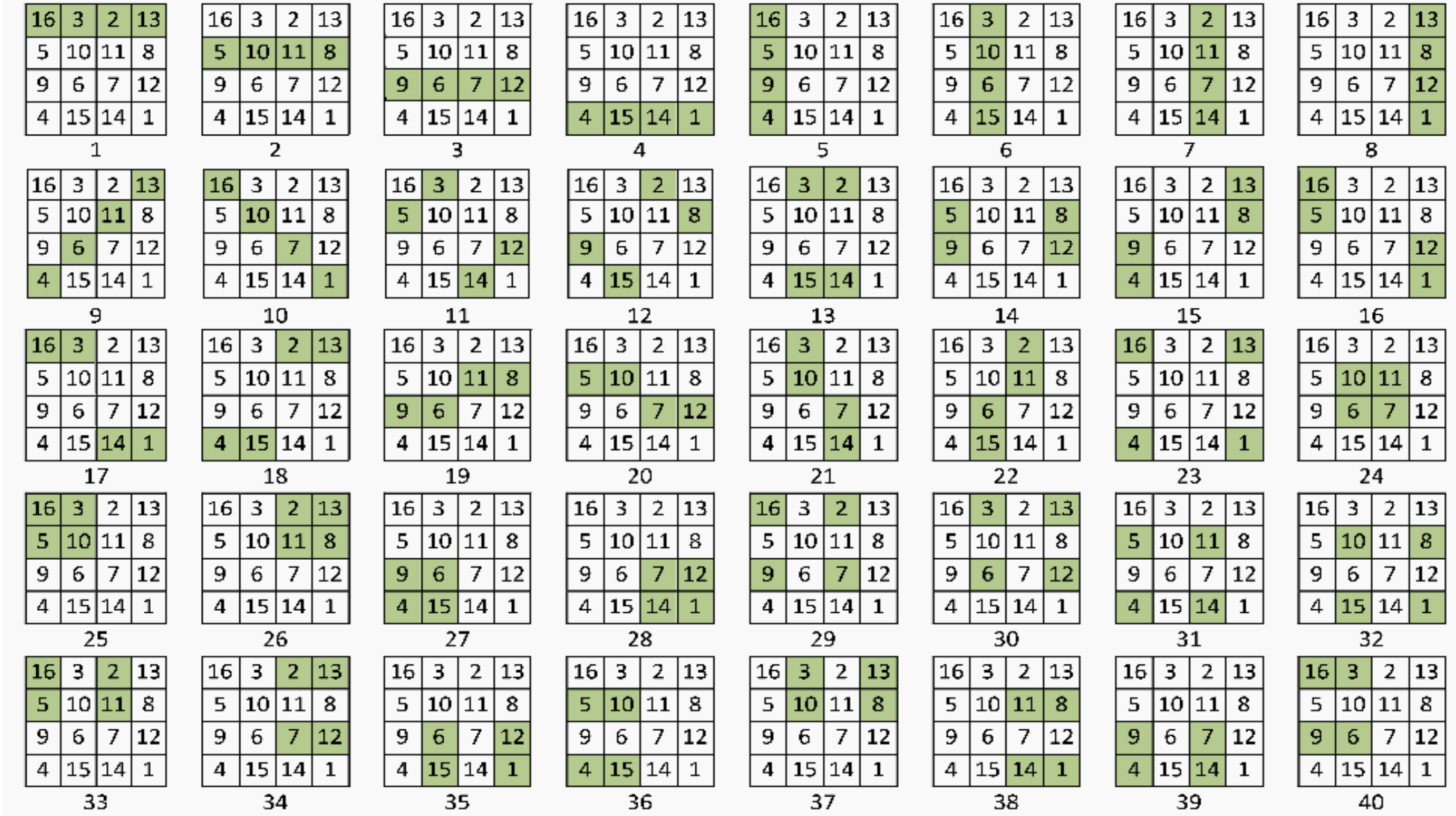
		2	
			8
9			
	15		



Somme par pandiagonale → **34**

© Aimé Lachal – 2016

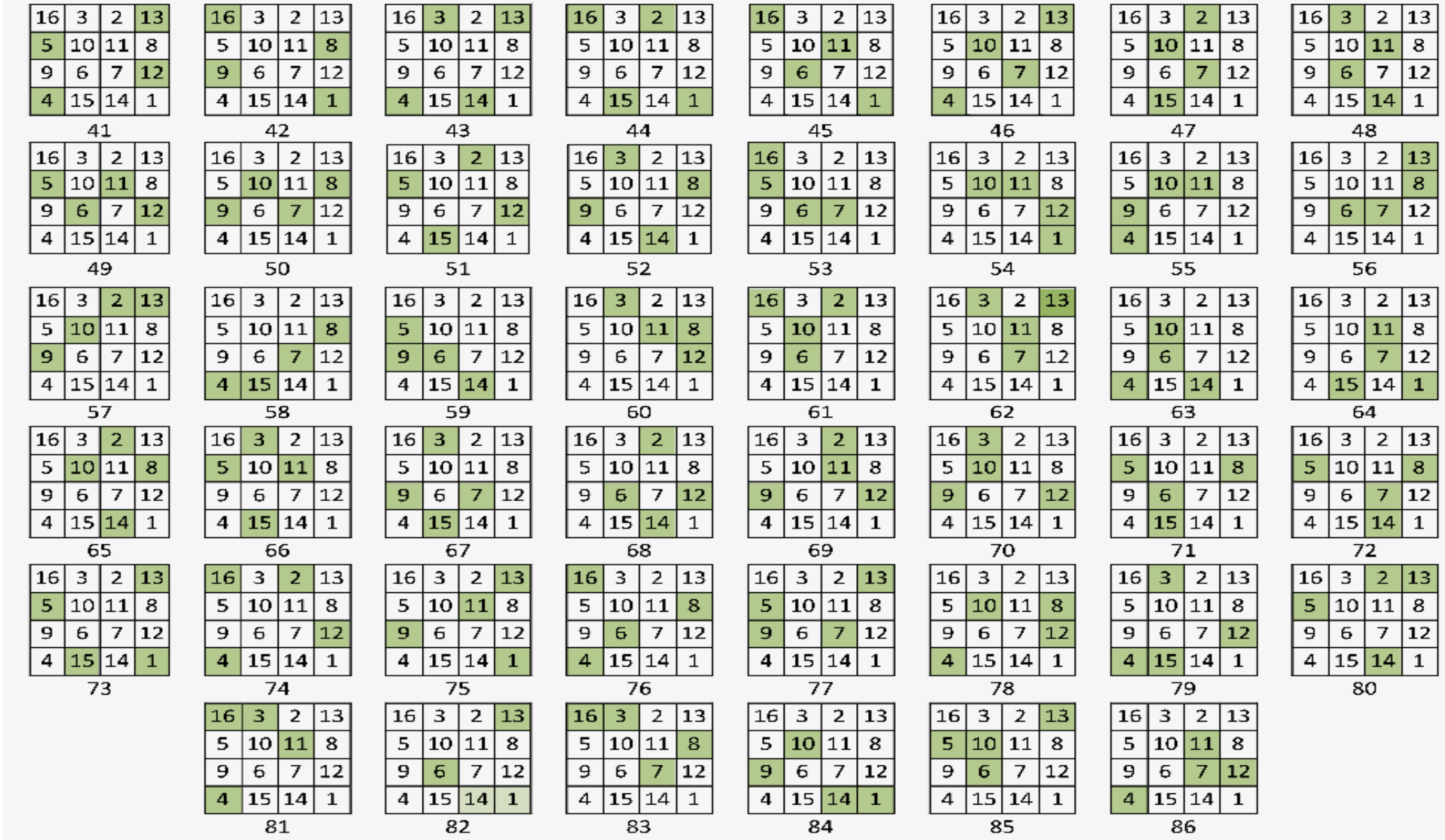
Carrés magiques d'ordre 4



En résumé

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4



Et tous les autres…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 4

C'est un carré *« polymagique »* !

Parmi les $\binom{16}{4} = 1820$ combinaisons

de 4 nombres parmi 16,

il y a 86 quadruplets de somme 34

© Aimé Lachal – 2016

Une application au codage

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Transmission d'information à l'aide d'un carré magique :

grand nombre de relations de contrôle implicites

→ *Détection d'erreurs de transmission plus sensible*

→ *Évite d'envoyer des contrôles de redondance surnuméraires*

→ *Excellent rendement !*

© Aimé Lachal – 2016

Une application en RO

Organisation d'un planning d'examens oraux

Répartition quotidienne candidat/examinateur

Données

34 candidats doivent passer
une épreuve orale
devant chacun de 4 examinateurs
durant 4 jours
à raison d'une épreuve par jour

Problème

→ Attribuer à chaque candidat
un calendrier jour/examinateur

	Jour n° 1	Jour n° 2	Jour n° 3	Jour n° 4
Examinateur n° 1	16	3	2	13
Examinateur n° 2	5	10	11	8
Examinateur n° 3	9	6	7	12
Examinateur n° 4	4	15	14	1

© Aimé Lachal – 2016

Une application en RO

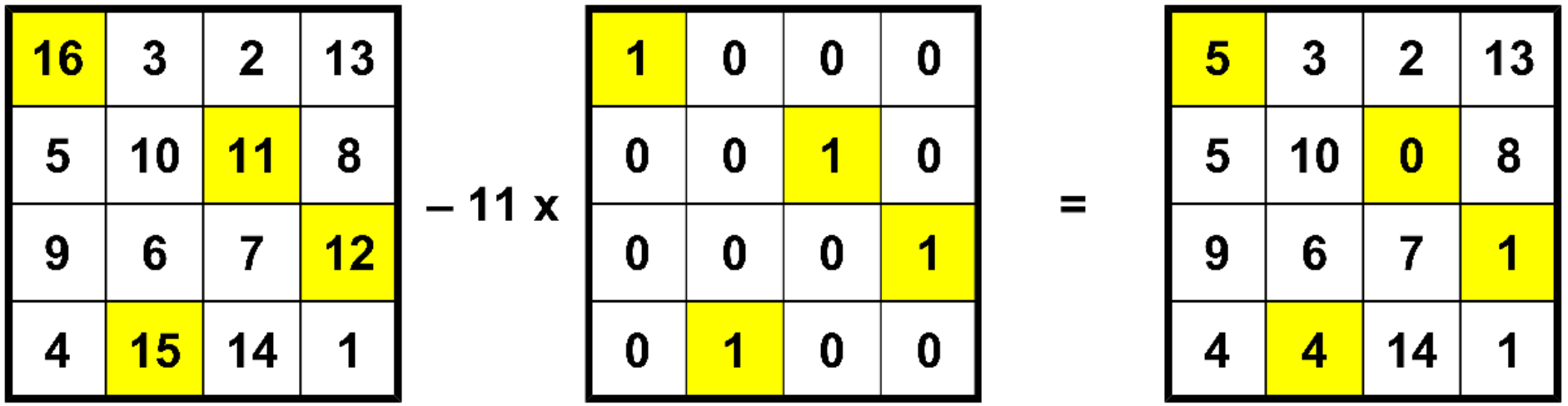
Un algorithme d'affectation

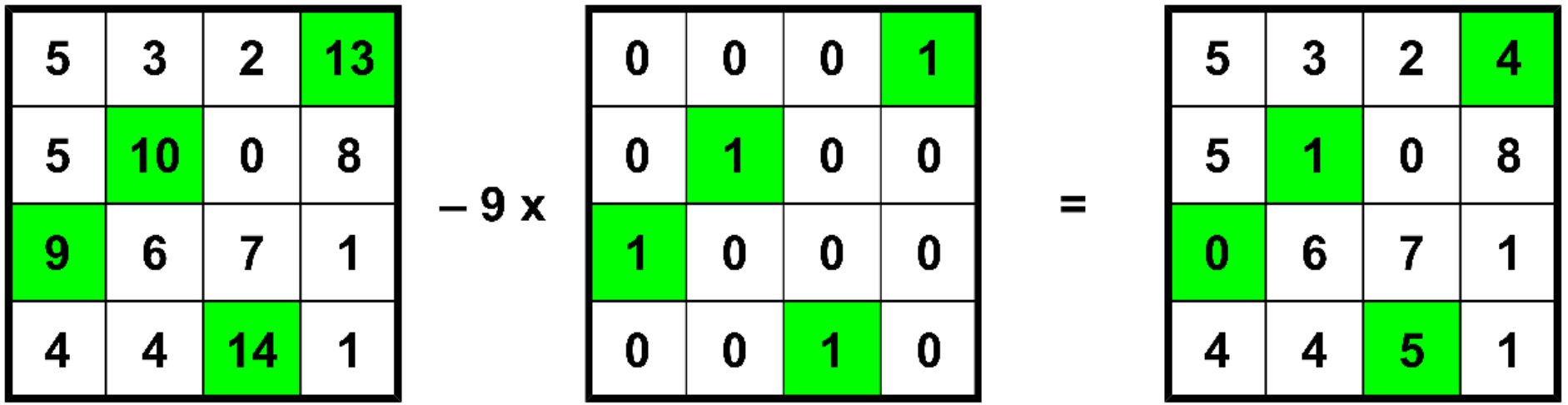
→ Principe : à chaque candidat, on attribue un planning « jour/examinateur »

- On sélectionne sur chaque ligne le plus grand (si possible) nombre de manière à ce qu'aucun des 4 ne soit sur la même colonne
- On choisit le plus petit de ces 4 nombres : ***m***
- On soustrait au carré initial ***m*** fois le carré des positions des 4 nombres précédents (carré ne contenant que des 0 excepté quatre 1 répartis un par ligne et 1 par colonne)
- On réitère le procédé avec le carré ainsi obtenu

© Aimé Lachal – 2016

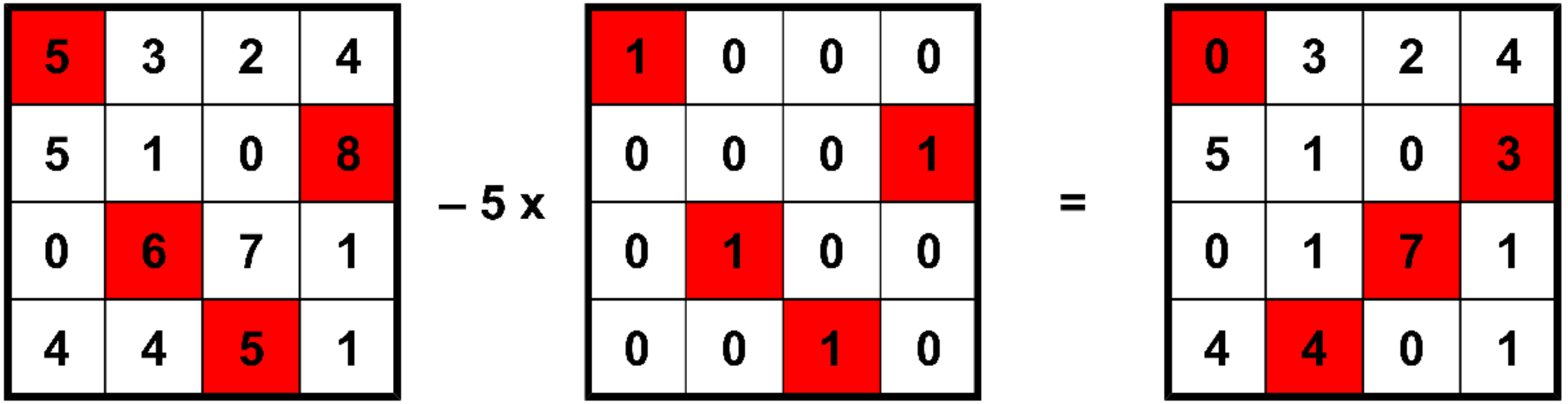
Une application en RO

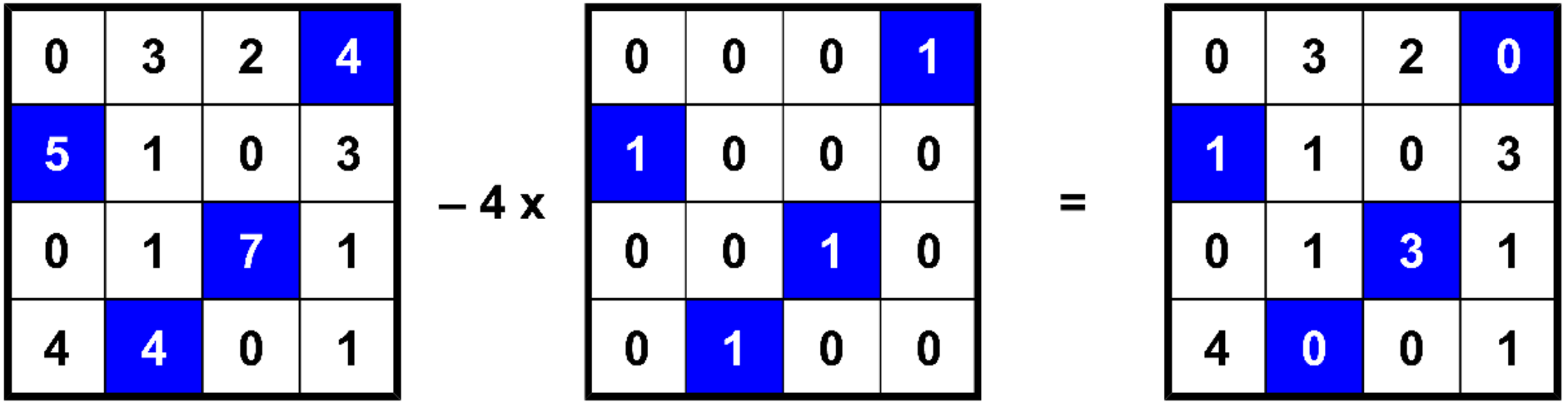




© Aimé Lachal – 2016

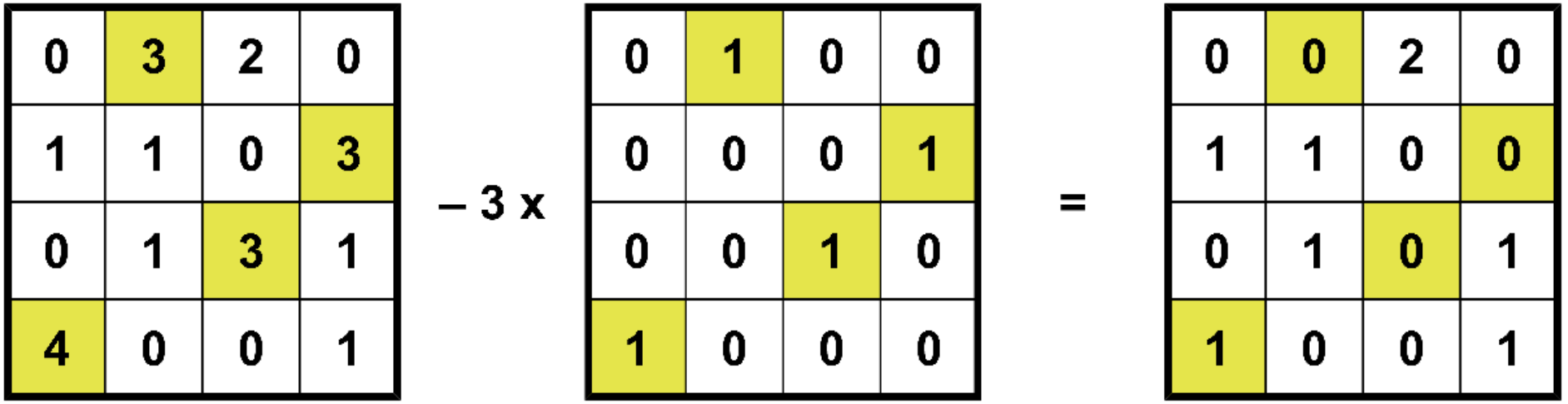
Une application en RO

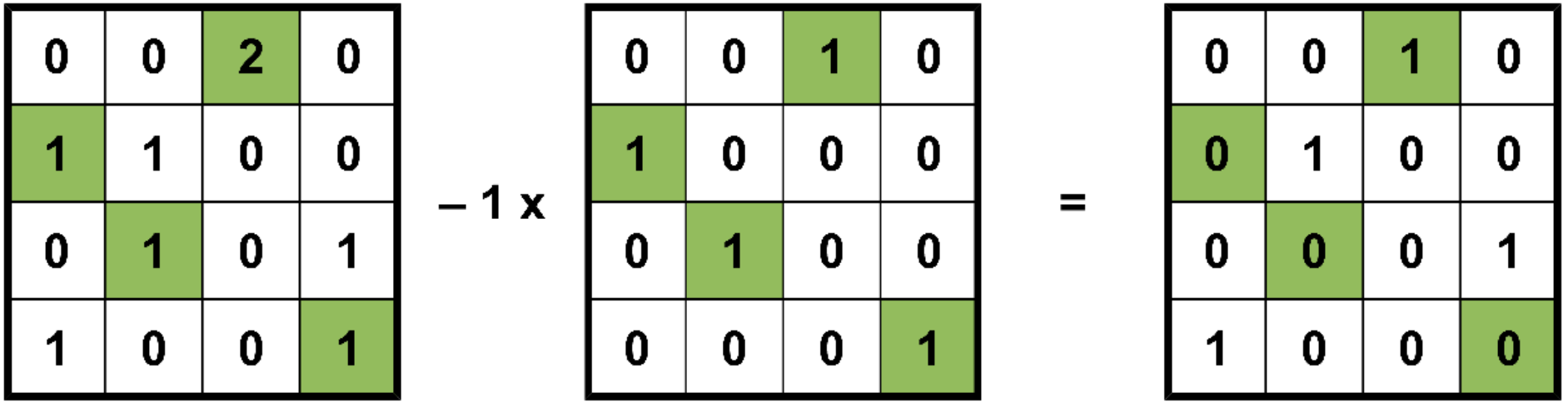




© Aimé Lachal – 2016

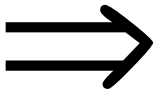
Une application en RO





© Aimé Lachal – 2016

Une application en RO



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

= 11 x

1	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1
0	1	0	0

+ 9 x

0	0	0	1
0	1	0	0
1	0	0	0
0	0	1	0

+ 5 x

1	0	0	0
0	0	0	1
0	1	0	0
0	0	1	0

+ 4 x

0	0	0	1
1	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0

+ 3 x

0	1	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
1	0	0	0

+ 1 x

0	0	1	0
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	0	1

+ 1 x

0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	1
1	0	0	0

© Aimé Lachal – 2016

Une application en RO

→ On attribuera :

le calendrier C_1 à 11 élèves

le calendrier C_2 à 9 élèves

le calendrier C_3 à 5 élèves

le calendrier C_4 à 4 élèves

le calendrier C_5 à 3 élèves

le calendrier C_6 à 1 élève

le calendrier C_7 à 1 élève

1	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1
0	1	0	0

0	0	0	1
0	1	0	0
1	0	0	0
0	0	1	0

1	0	0	0
0	0	0	1
0	1	0	0
0	0	1	0

0	0	0	1
1	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0

0	1	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
1	0	0	0

0	0	1	0
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	0	1

0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	1
1	0	0	0

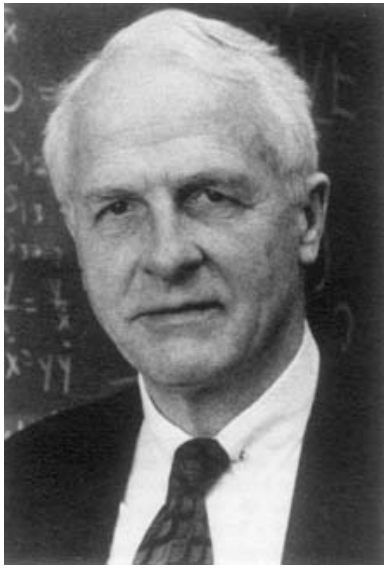
© Aimé Lachal – 2016

Une application en RO

Explication : un joli théorème…

Théorème de Birkhoff-von Neumann
(1946 & 1953)

Toute matrice semi-magique d'ordre n
est décomposable en combinaison linéaire
à coefficients positifs
d'au plus $(n-1)^2+1$ matrices de permutation.



Garrett Birkhoff
(1911–1996)



John von Neumann
(1903–1957)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques de tout ordre

Trois cas génériques

- **Ordre *impair*** ($n = 2p+1$)
- **Ordre *doublement pair*** ($n = 4p$)
- **Ordre *simplement pair*** ($n = 4p+2$)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

(et d'ordre impair)

Carrés magiques d'ordre impair

Abū ʿAlī al-Hasan Ibn al-Haytham

(965–1039)

Mathématicien, philosophe
et astronome arabe.



→ *Méthode du damier crénelé*
ou des terrasses
(remplissage diagonal)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

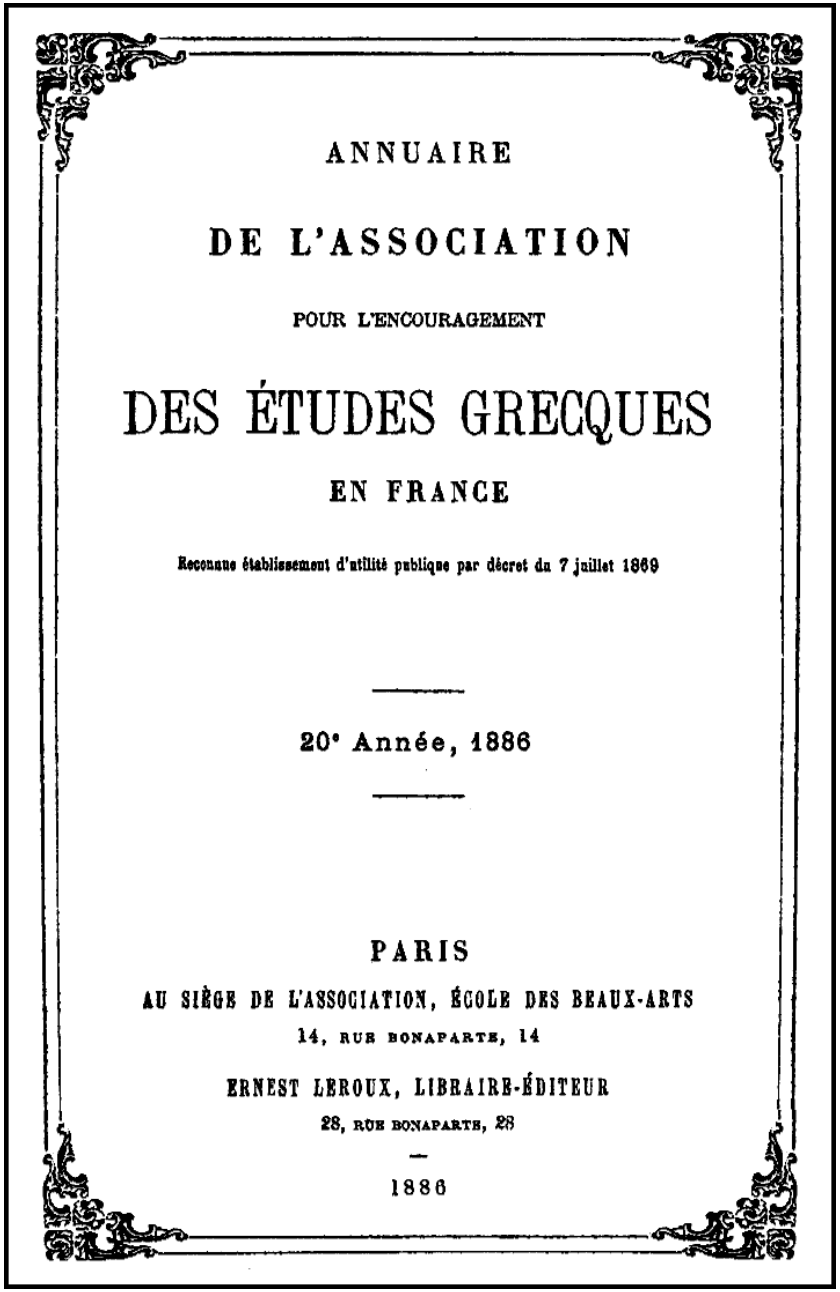
Manuel Moschopoulos

(~1265–1316)

Philologue et grammairien byzantin.

→ « *Παράδοσις εἰς τὴν εὕρεσιν τῶν τετραγώνων ἀριθμῶν* »

→ *Méthode pour les ordres impairs*



ANNUAIRE

DE L'ASSOCIATION

POUR L'ENCOURAGEMENT

DES ÉTUDES GRECQUES

EN FRANCE

Reconnue établissement d'utilité publique par décret du 7 juillet 1869

20e Année, 1886

PARIS

AU SIÈGE DE L'ASSOCIATION, ÉCOLE DES BEAUX-ARTS

14, RUE BONAPARTE, 14

ERNEST LEROUX, LIBRAIRE-ÉDITEUR

28, RUE BONAPARTE, 28

1886

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

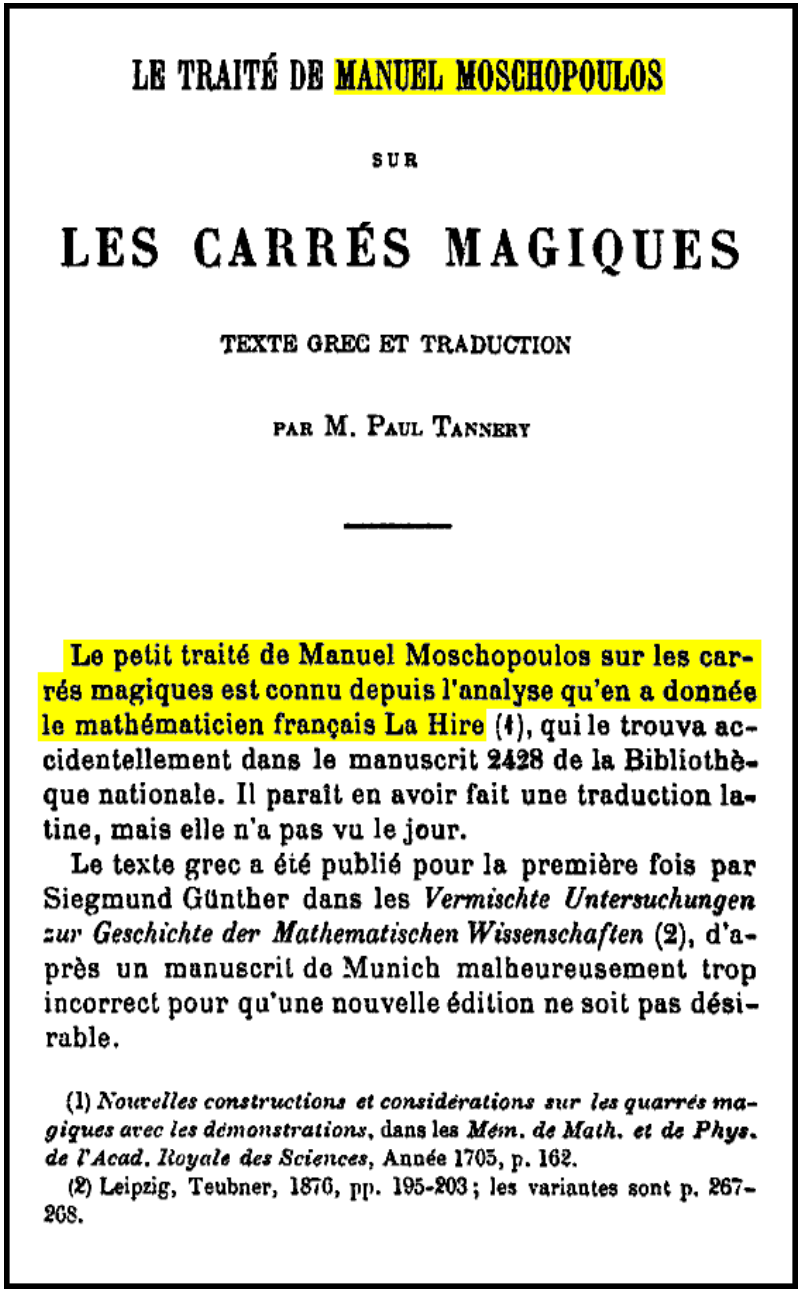
Manuel Moschopoulos

(~1265–1316)

Philologue et grammairien byzantin.

→ « *Παράδοσις εἰς τὴν εὕρεσιν τῶν τετραγώνων ἀριθμῶν* »

→ *Méthode pour les ordres impairs*



LE TRAITÉ DE MANUEL MOSCHOPOULOS

SUR

LES CARRÉS MAGIQUES

TEXTE GREC ET TRADUCTION

PAR M. PAUL TANNERY

Le petit traité de Manuel Moschopoulos sur les carrés magiques est connu depuis l'analyse qu'en a donnée le mathématicien français La Hire (1), qui le trouva accidentellement dans le manuscrit 2428 de la Bibliothèque nationale. Il paraît en avoir fait une traduction latine, mais elle n'a pas vu le jour.

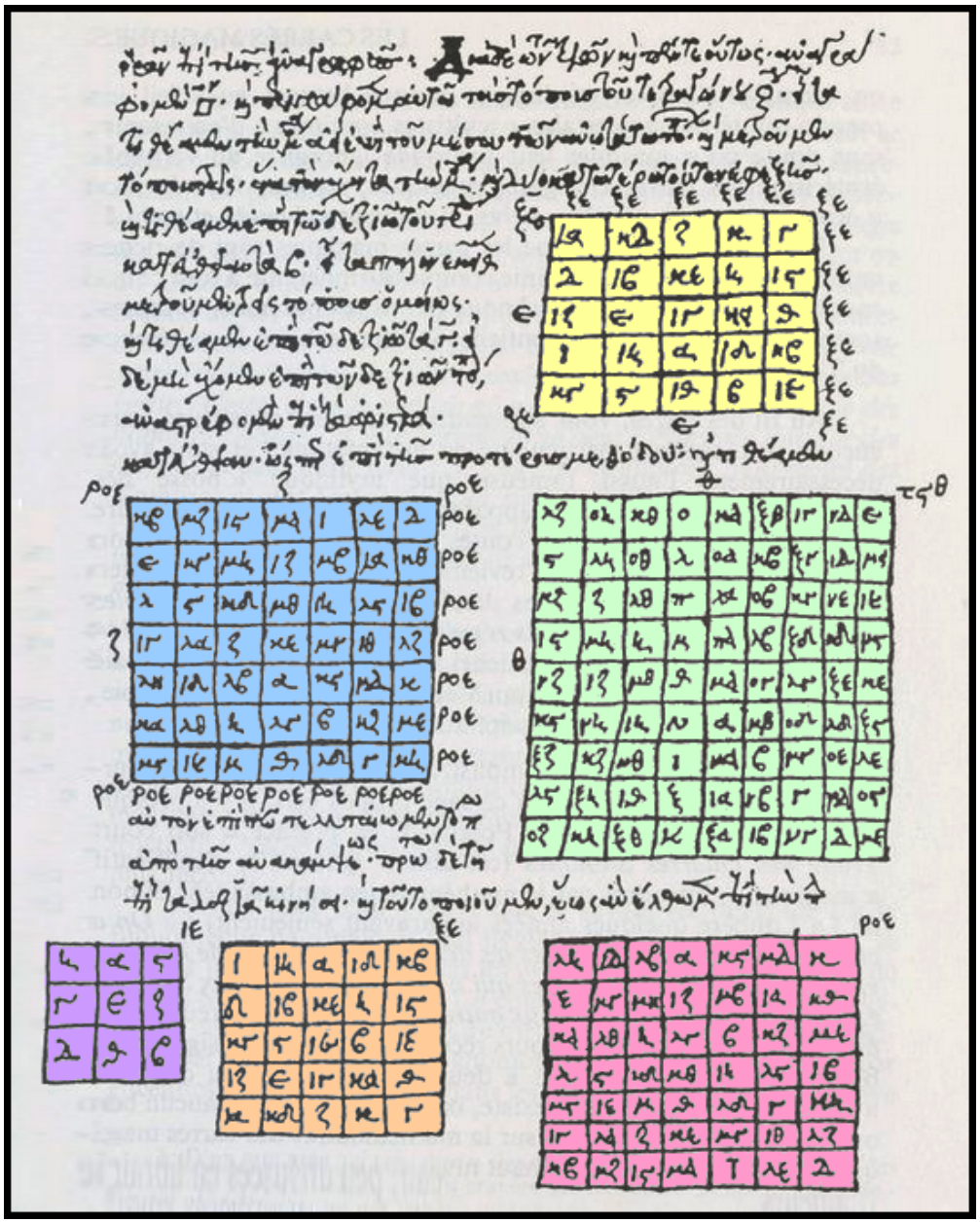
Le texte grec a été publié pour la première fois par Siegmund Günther dans les *Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften* (2), d'après un manuscrit de Munich malheureusement trop incorrect pour qu'une nouvelle édition ne soit pas désirable.

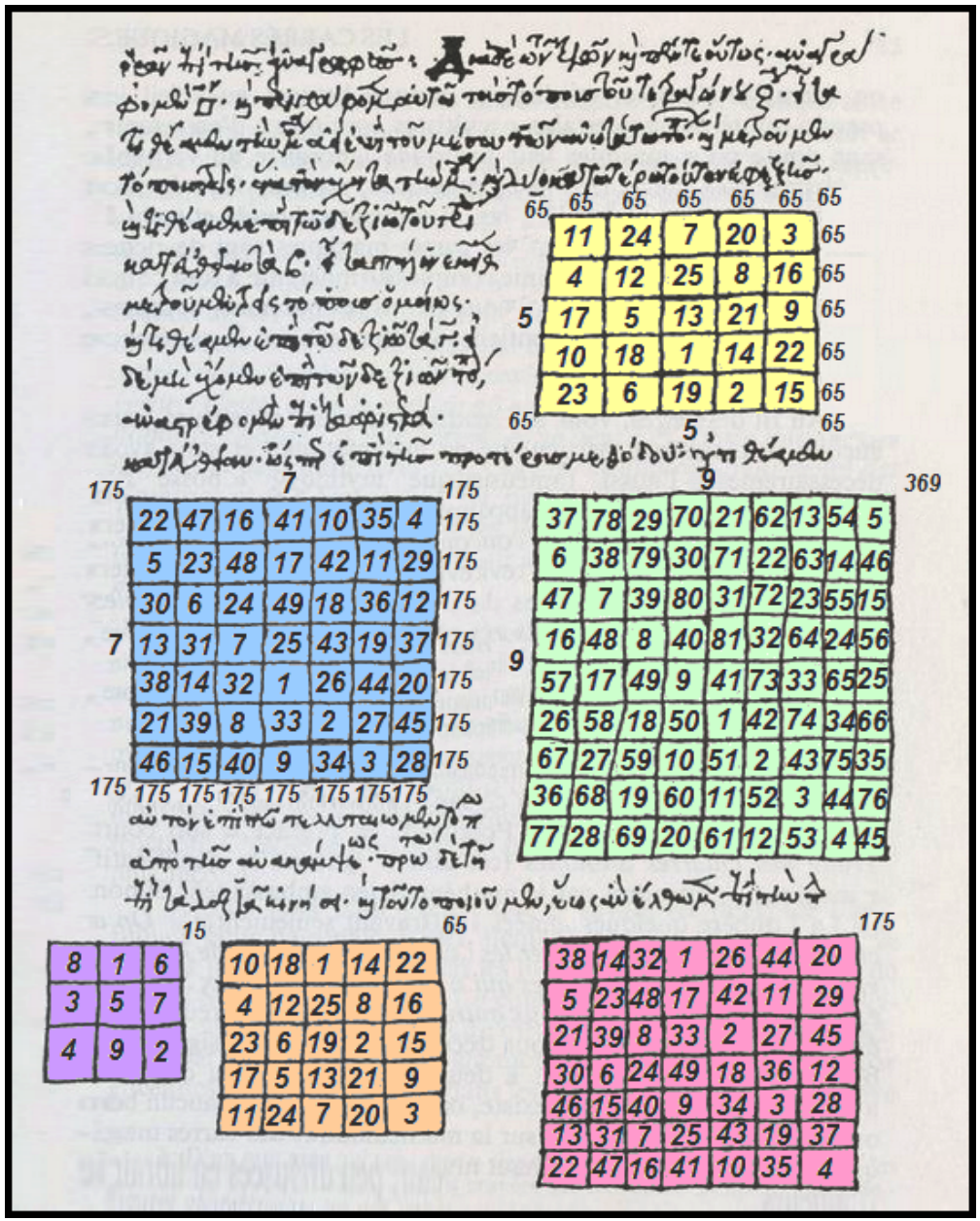
(1) *Nouvelles constructions et considérations sur les quarrés magiques avec les démonstrations*, dans les *Mém. de Math. et de Phys. de l'Acad. Royale des Sciences*, Année 1705, p. 162.

(2) Leipzig, Teubner, 1876, pp. 195-203; les variantes sont p. 267-268.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair





© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

Girolamo Cardano (1501–1576)
Mathématicien, philosophe, astrologue
et médecin italien.

→ *Carrés magiques planétaires*

→ *Méthode du damier crénelé*
ou des terrasses
(remplissage diagonal)



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

Girolamo Cardano (1501–1576)
Mathématicien, philosophe, astrologue et médecin italien.

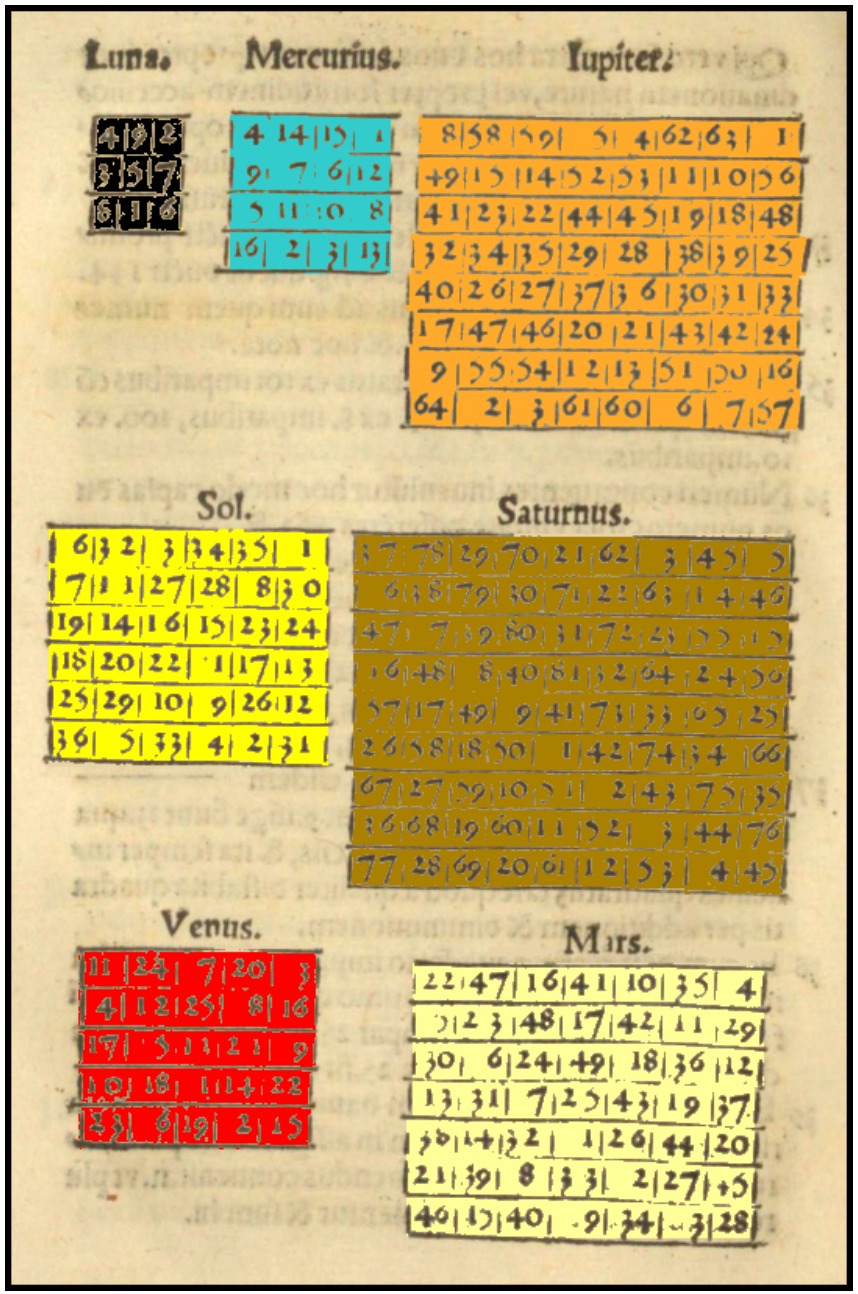
→ *Carrés magiques planétaires*

→ *Méthode du damier crénelé ou des terrasses (remplissage diagonal)*

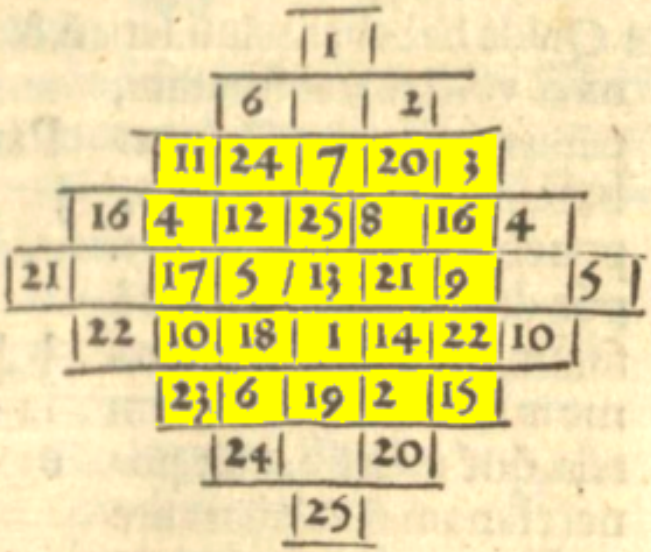


© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair



Ratio ſecunda eſt talis in imparibus diſpone numeros ſeriatim vt vides deinde tranſpone ipſos ad cõtrariam partem excludẽdo angulares & perfi- ties tabulã in pari- bus autẽ obſeruare cõuenit etiã cõtra- rias poſitiones po- ſui autez numeros paruos q tranſpoſi- ti intelliguntur eſt igitur idem modus in omnibus etiam ſi mille numeroruz ſint, excepto q in maioribus plures excludere oportet videlicet duos minus ſemp quã ſit ſeries numerorũ vt in 3, excludit 1, in 5, excludunt 3, vt hic & in 7, excludun



tur 5. & ita in aliis. in paribus etiã lateralẽ trãſpoſitionẽ vltra eã q̃ fit in imparibus a ſurſum deorſum & a deor ſum ſurſum & a dextro in ſiniſtrã & a ſiniſtro in dextrũ moliri oportet. ad aduerſaz poſitionẽ cũmutatim decli nãdo ceterũ figure in reliquis omnino ſibi ſunt ſimiles.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

Claude-Gaspard Bachet
dit de Méziriac (1581–1638)
Mathématicien, poète et linguiste français.



→ *« Problèmes plaisans et delectables qui se font par les nombres »* *(1612)*

→ *Méthode du damier crénelé ou des terrasses (remplissage diagonal)*

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

PROBLEMES
PLAISANS ET
DELECTABLES, QVI
se font par les nombres.

Partie recueillis de diuers Autheurs, partie inuentez de nouueau auec leur demonstration.

Par CLAVDE GASPAR BACHET, Sieur de Meziriac.

Seconde Edition, reueuë, corrigée, & augmentée de plusieurs propositions, & de plusieurs Problemes, par le mesme Autheur.

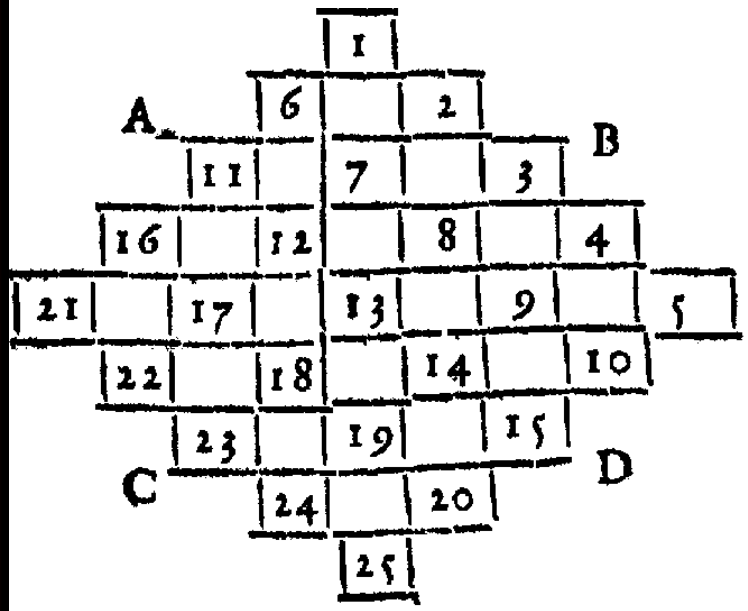
Tres-vtile pour toutes sortes de personnes curieuses, qui se seruent de l'Arithmetique, & Mathematique.

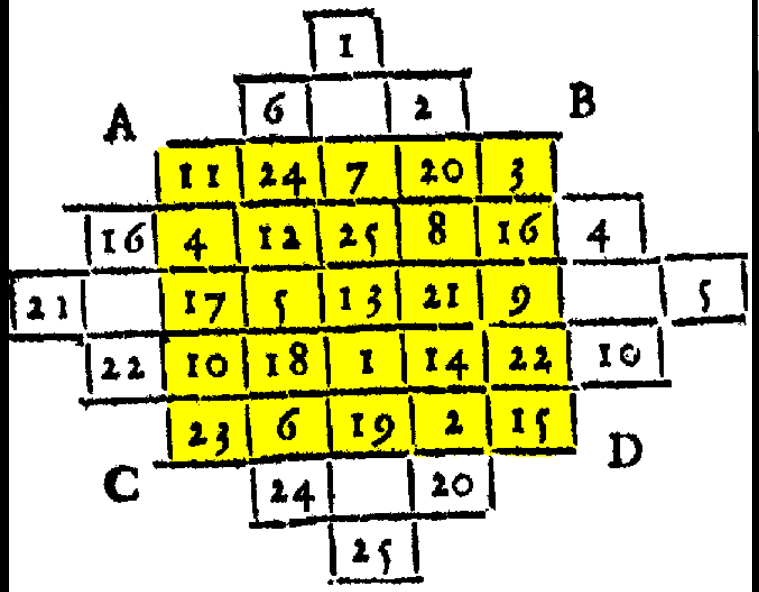


A LYON,

Chez PIERRE RIGAVD & ASSOCIEZ, ruë Merciere, au coing de ruë Ferrandiere, à l'Enseigne de la Fortune.

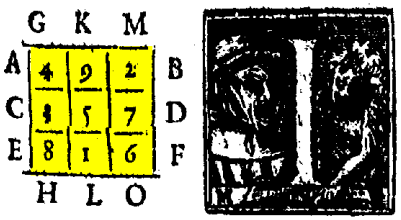
M. DC. XXIIII.





PROBLEME XXI

Disposer en trois rangs les neuf premieres cartes, dèspuis l'As, iusques au 9. tellement que les points de chasque rang assemblez fassent tousiours la mesme somme, tant en long, qu'en large, & en diametre.



E ne sçaurois mieux te declarer le sens de la proposition de ce probleme ny mieux t'enseigner le moyen de le parfaire, qu'en t'exposant la figure que i'ay mise à costé; ou tu vois que les neuf premiers nombres sont disposez en trois rangs, tellement que chascun des rangs A B. C D. E F. faict la somme de 15. & derechef chascun des trois rangs G H. K L. M N. faict semblablement 15. & les nombres qui sont disposez en diametre, à sçauoir d'vn costé 4. 5. 6. & de l'autre 2. 5. 8. font encore 15. Quant à la reigle generale pour disposer ainsi tous les nombres despuis l'vnité iusques à vn nombre quarré, quel qu'il soit; i'en parleray en l'aduertissement.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair



Marin Mersenne
(1588–1648)

ŒUVRES DE FERMAT. — CORRESPONDANCE.

FERMAT A MERSENNE.

DIMANCHE 1 AVRIL 1640.

P.-S. Depuis ma Lettre écrite, un de mes vieux papiers m'est tombé en main, lequel contient une observation sur le problème XXI du Livre de Bachet, imprimé à Lyon en 1624, et qui porte pour titre : *Problèmes plaisans et délectables qui se font par les nombres.*

Voici l'endroit ; il propose de ranger en quarré les nombres consécutifs en progression arithmétique, en sorte que tous les rangs, tant de haut, de bas que des côtés et par les diamètres, fassent une même somme, de quoi il baille une règle générale pour les quarrés impairs, et avoue n'en avoir pu trouver aucune pour les pairs, mais avoir fait seulement plusieurs observations particulières, par le moyen desquelles il a rangé les pairs jusques à 144.

Or, pour la règle des quarrés impairs, je dis premièrement qu'elle n'est pas de son invention, car elle est dans l'Arithmétique de Cardan ; mais d'ailleurs elle ne résout la question que d'une seule façon, qui le peut être en plusieurs. Je dis donc :

1° Que ma méthode range les quarrés pairs et impairs à l'infini ;

2° Qu'elle les range en toutes les façons possibles, lesquelles augmentent comme les combinaisons, à mesure que les quarrés sont plus grands ;

3° Que la règle des pairement impairs n'est pas différente de celle des pairement pairs, mais bien la même, quoique Bachet ait cru qu'elles devoient être différentes.



Pierre de Fermat
(1607 ?–1665)

Une diatribe d'un certain 1er avril de 1640…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

Voici un exemple de ma méthode :

Il range le 25 d'une seule façon, n'y sachant autre chose, et voici comme il le range :

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

En voici trois autres que j'ai choisis parmi plusieurs que ma méthode enseigne :

11	22	9	20	3
2	14	25	8	16
19	5	13	21	7
10	18	1	12	24
23	6	17	4	15

11	24	17	10	9
4	12	25	18	6
7	5	13	21	19
20	8	1	14	22
23	16	9	2	15

12	25	6	19	3
5	11	24	8	17
16	4	13	22	10
9	18	2	15	21
23	7	20	1	14

Il range le 36 à tâtons d'une seule façon, comme s'ensuit :

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

En voici une autre parmi plusieurs que ma méthode fournit; si le temps ne me manquoit, je vous en envoierois demi-douzaine :

5	31	4	33	36	2
14	18	22	21	13	23
26	7	9	10	30	29
11	25	27	28	12	8
20	24	15	16	19	17
35	6	34	3	1	32

Mais, parce qu'on pourroit croire que la règle n'a qu'un seul exemple, lorsque les diamétraux demeurent les mêmes, voici qui fait voir le contraire : c'est un exemple de ma méthode du 64, différent de celui de Bachet, et qui garde néanmoins les diamétraux :

1	7	6	60	61	59	58	8
16	10	51	52	53	54	15	9
17	47	19	45	44	22	18	48
40	34	38	28	29	27	31	33
32	26	30	36	37	35	39	25
41	23	43	21	20	46	42	24
56	50	11	13	12	14	55	49
57	63	62	5	4	3	2	64

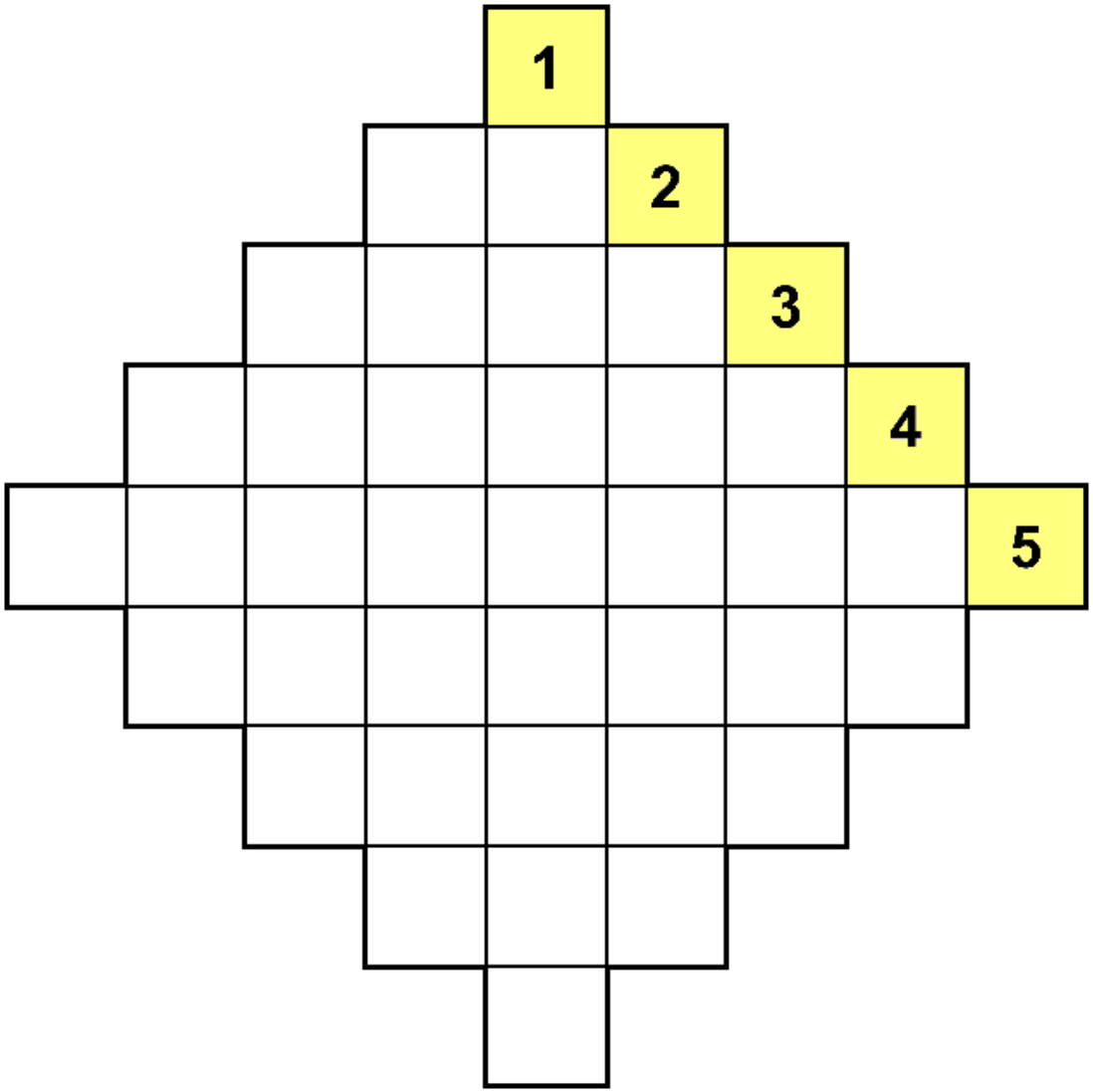
En voilà assez pour donner de l'exercice à M. Frenicle, car je ne sais guère rien de plus beau en l'Arithmétique que ces nombres que quelques uns appellent *planetarios*, et les autres *magicos*; et de fait j'ai vu plusieurs talismans, où quelques uns de ces quarrés rangés de la sorte sont décrits, et parmi plusieurs un grand, d'argent, qui contient le 49 rangé selon la méthode de Bachet, ce qui fait croire que personne n'a encore connu la générale ni le nombre des solutions qui peuvent arriver à chaque quarré.

Si la chose est sue à Paris, vous m'en éclaircirez; en tout cas, je ne la dois qu'à moi seul.

Une diatribe d'un certain 1er avril de 1640…

© Aimé Lachal – 2016

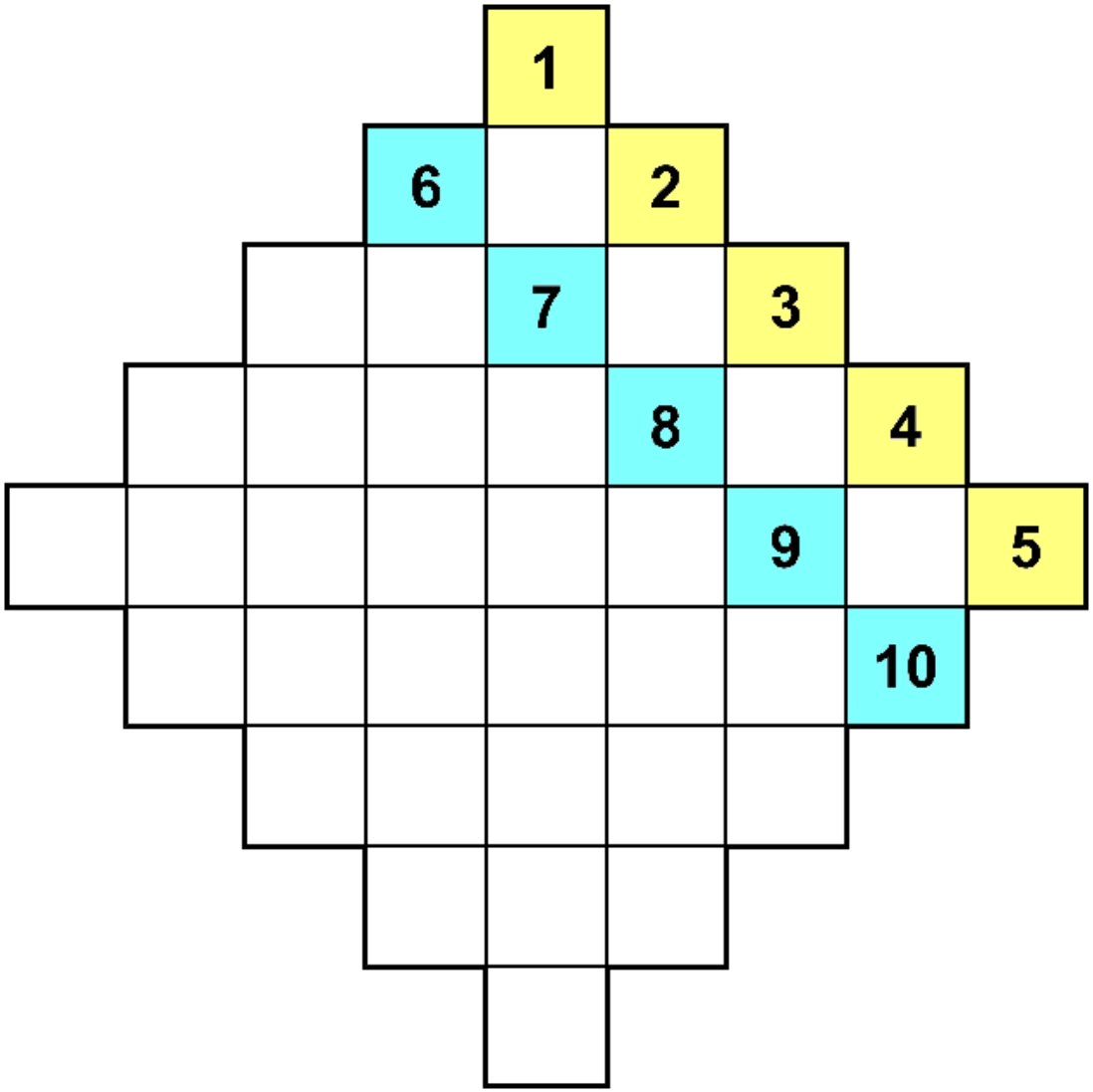
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

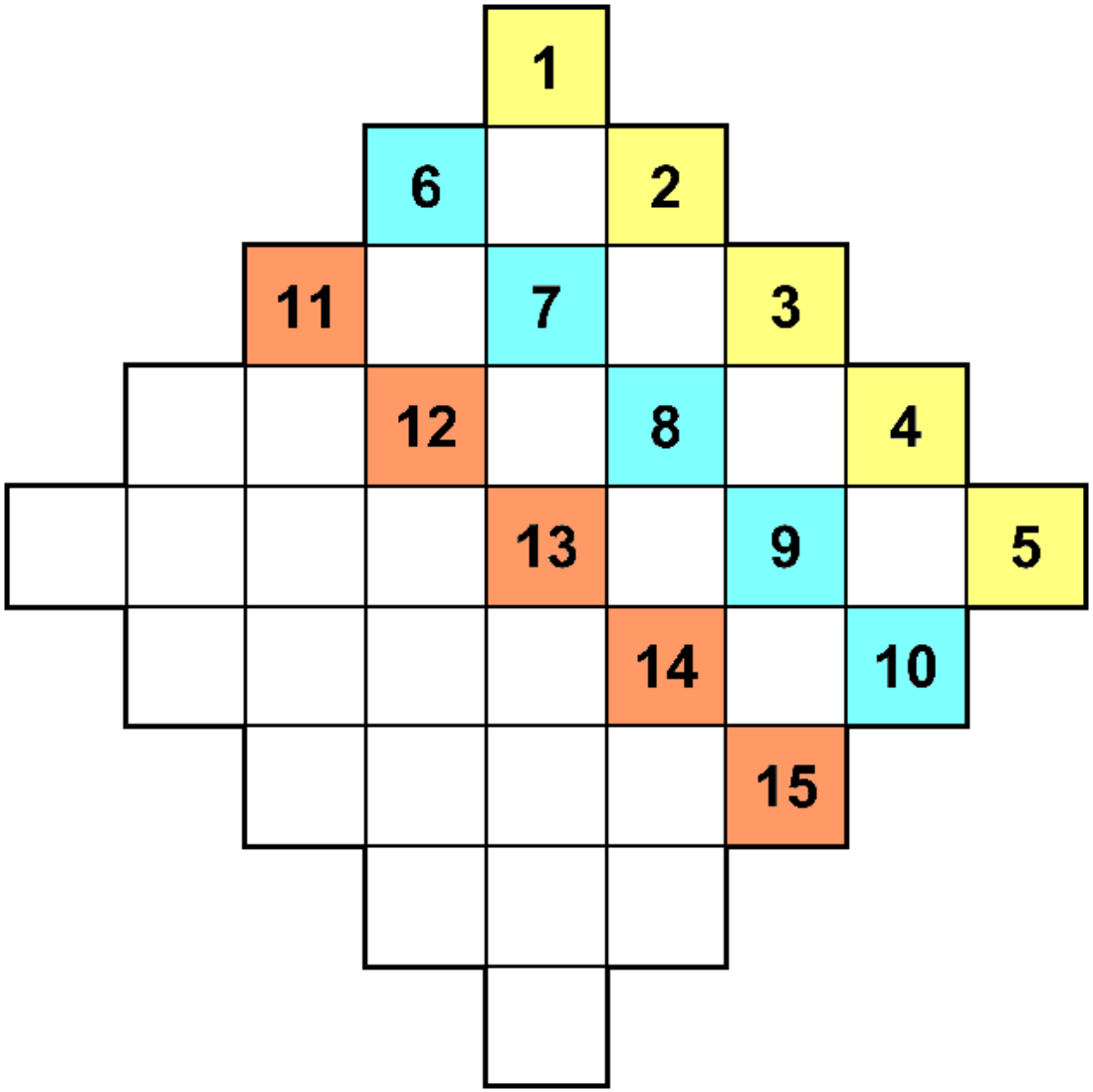
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

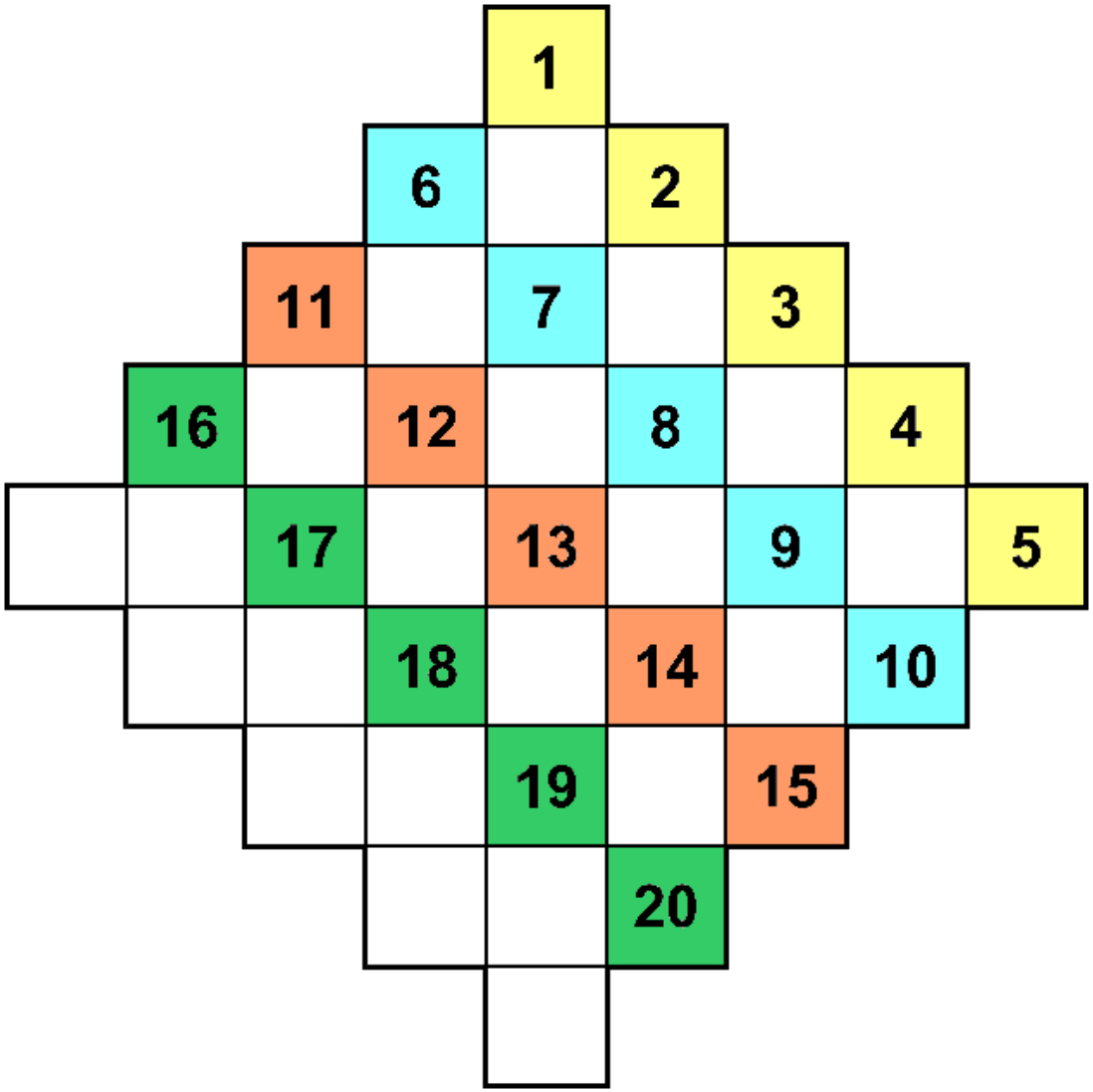
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

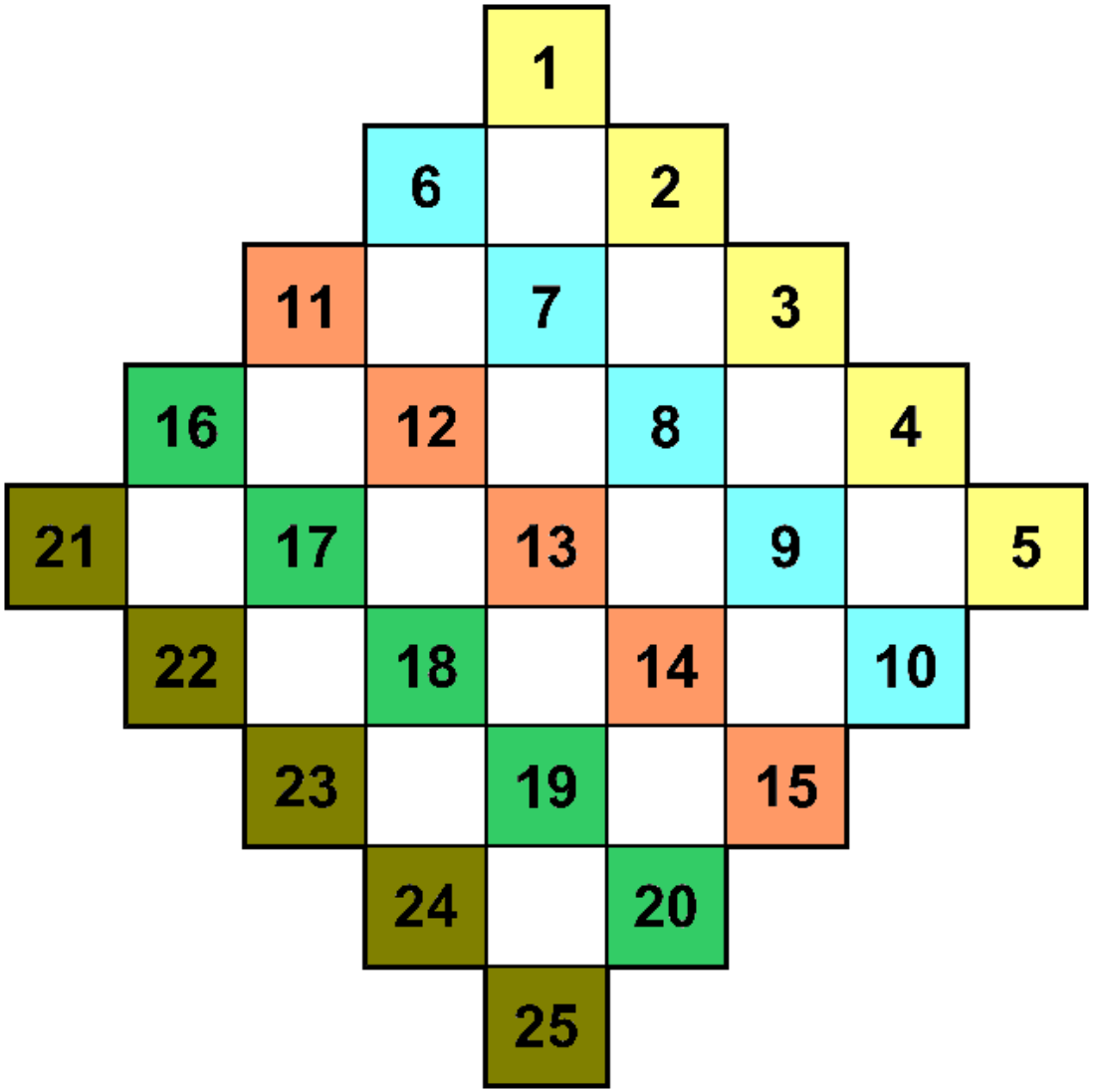
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

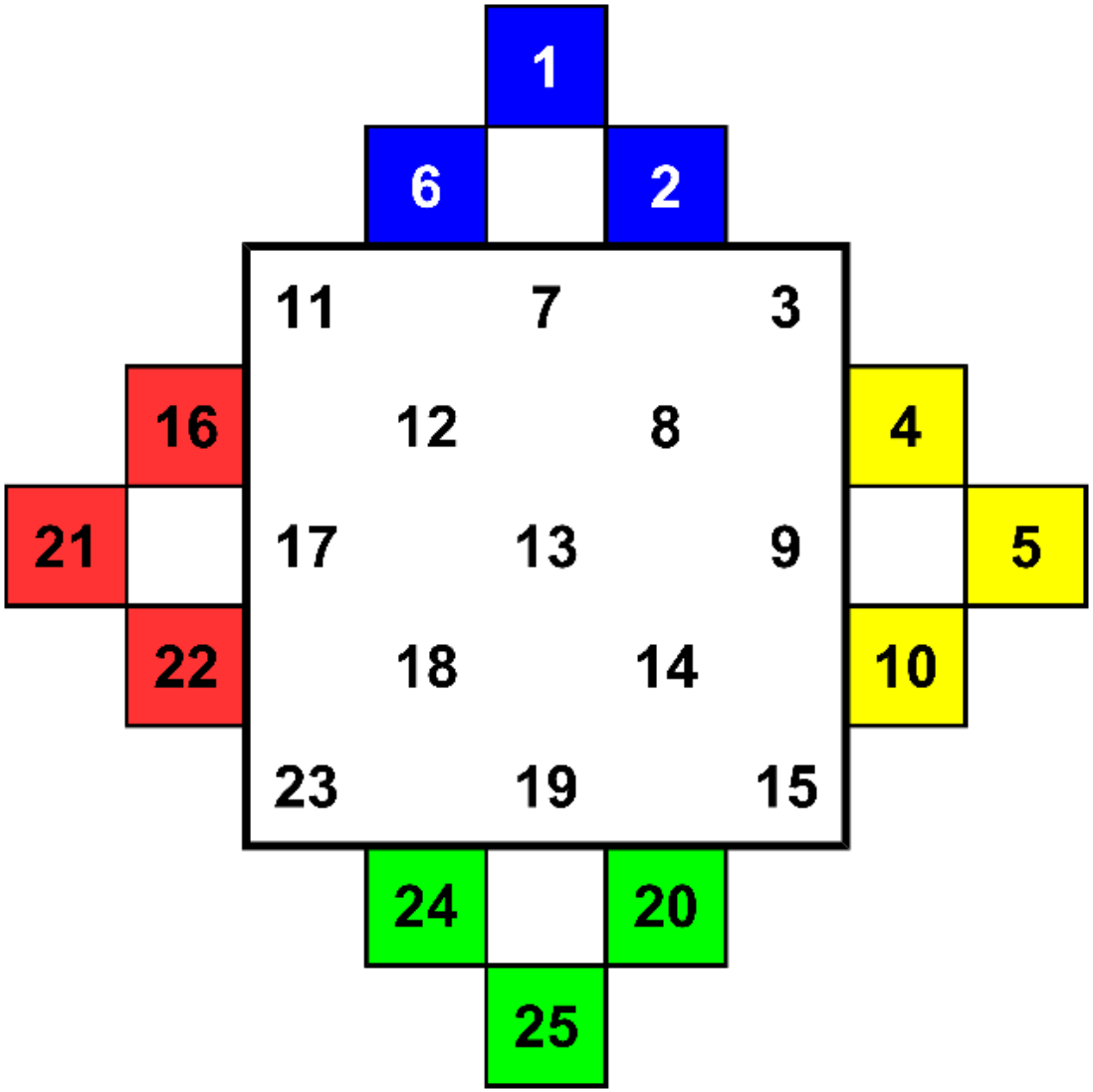
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

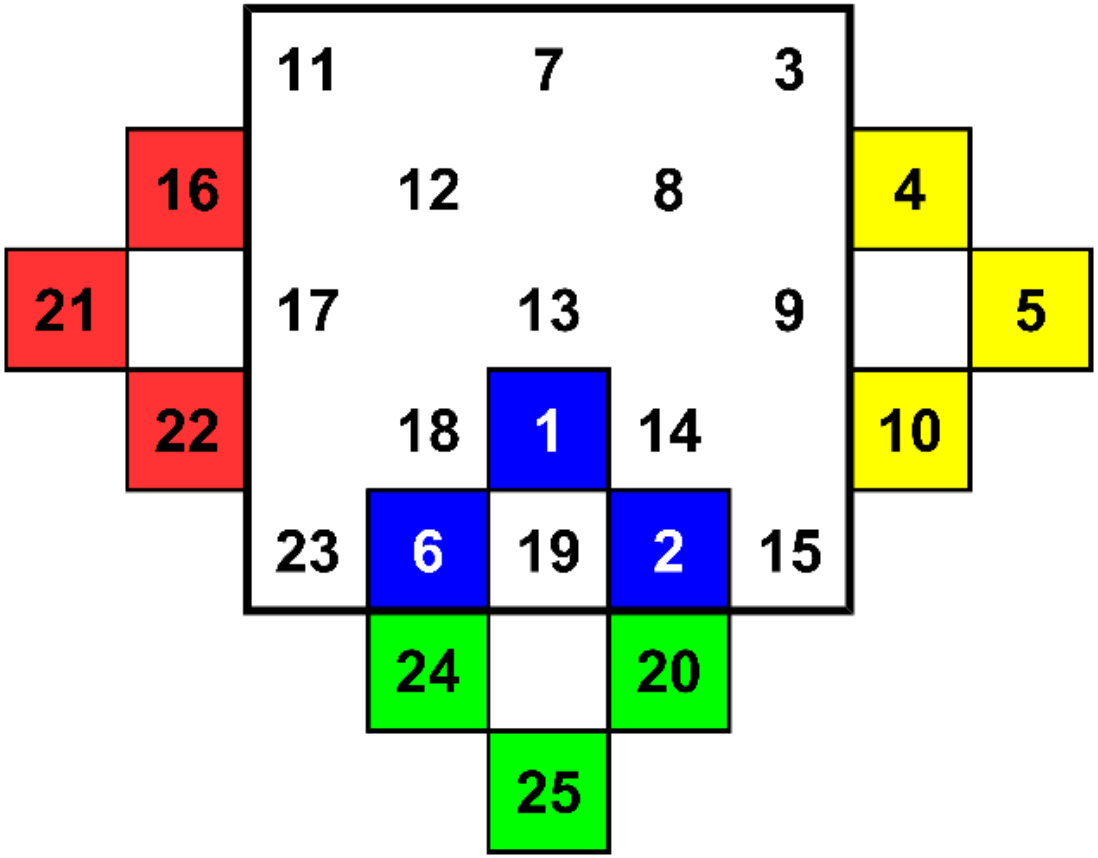
Carrés magiques d'ordre 5



Ébauche du carré et de ses terrasses

© Aimé Lachal – 2016

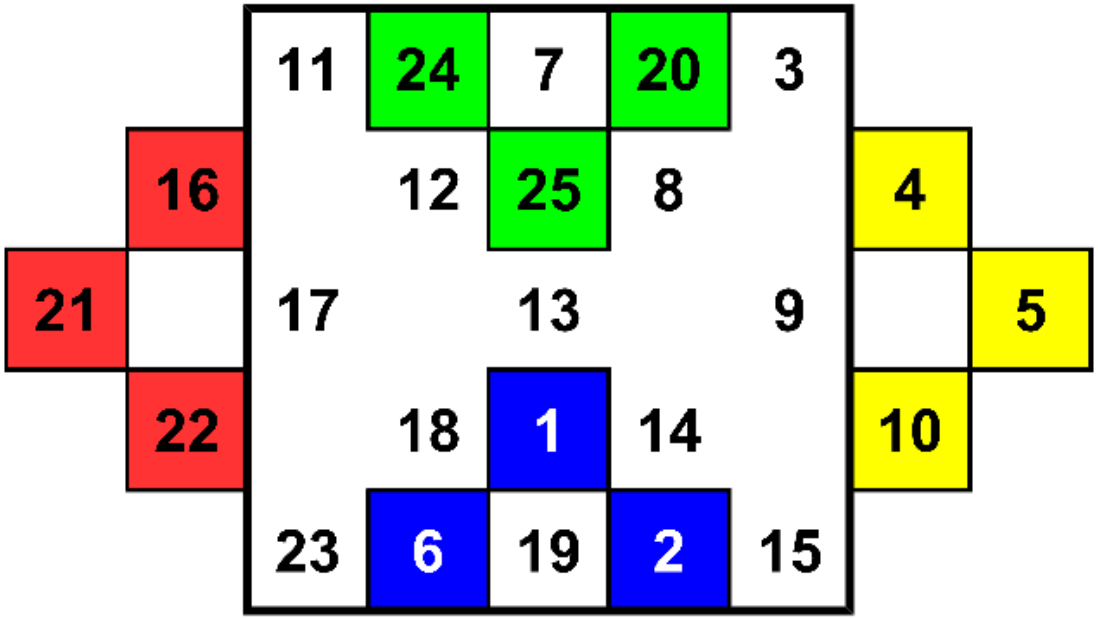
Carrés magiques d'ordre 5



Diverses translations des terrasses…

© Aimé Lachal – 2016

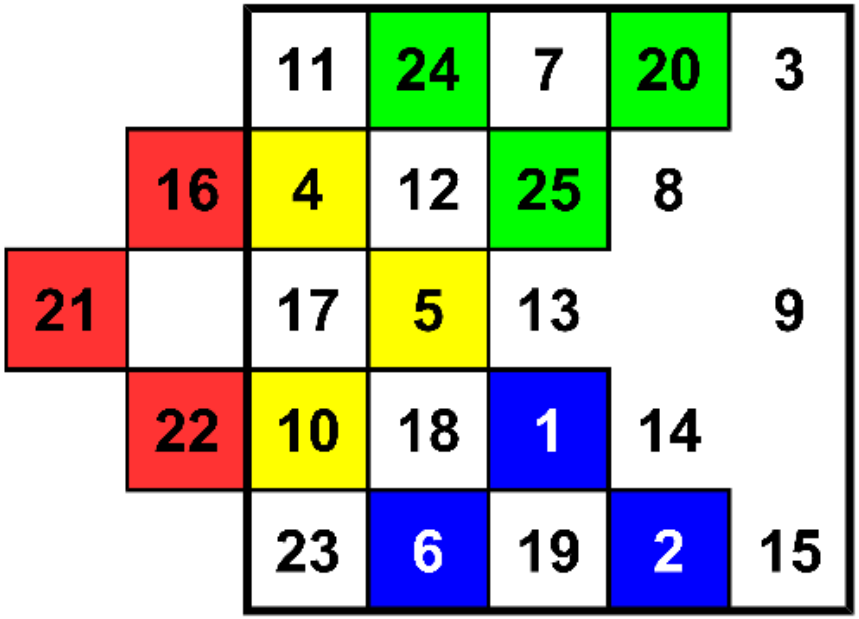
Carrés magiques d'ordre 5



Diverses translations des terrasses…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



Diverses translations des terrasses…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Un carré normal de somme 65

(Mars)

© Aimé Lachal – 2016

Formule explicite des éléments du carré

Élément situé sur les i^e ligne et j^e colonne

- **Si *i* et *j* sont de même parité :**
  $\rightarrow 3i - 2j + 10$
- **Si *i* et *j* sont de parités inverses :**
  $\rightarrow$ de la forme $3i - 2j + 5a_{ij}$

© Aimé Lachal – 2016

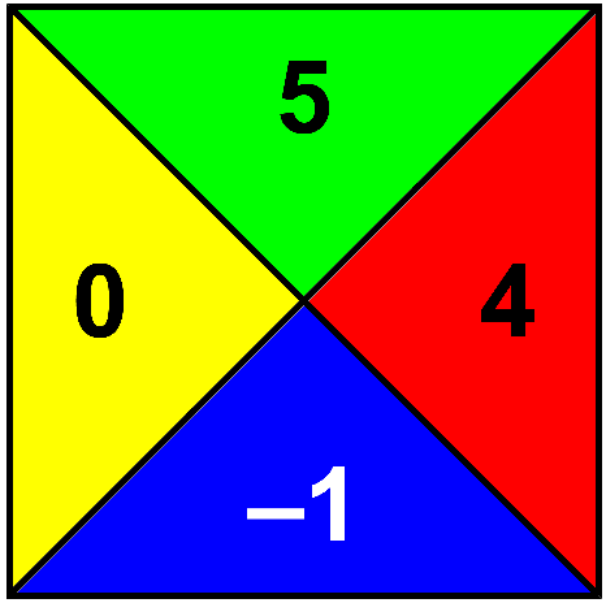
Carrés magiques d'ordre 5

$$3i - 2j + 5a_{ij}$$

avec

- $a_{ij} = 0$ si $i > j$ et $i + j \leqslant 6$
- $a_{ij} = -1$ si $i > j$ et $i + j \geqslant 7$
- $a_{ij} = 5$ si $i < j$ et $i + j \leqslant 6$
- $a_{ij} = 4$ si $i < j$ et $i + j \geqslant 7$

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

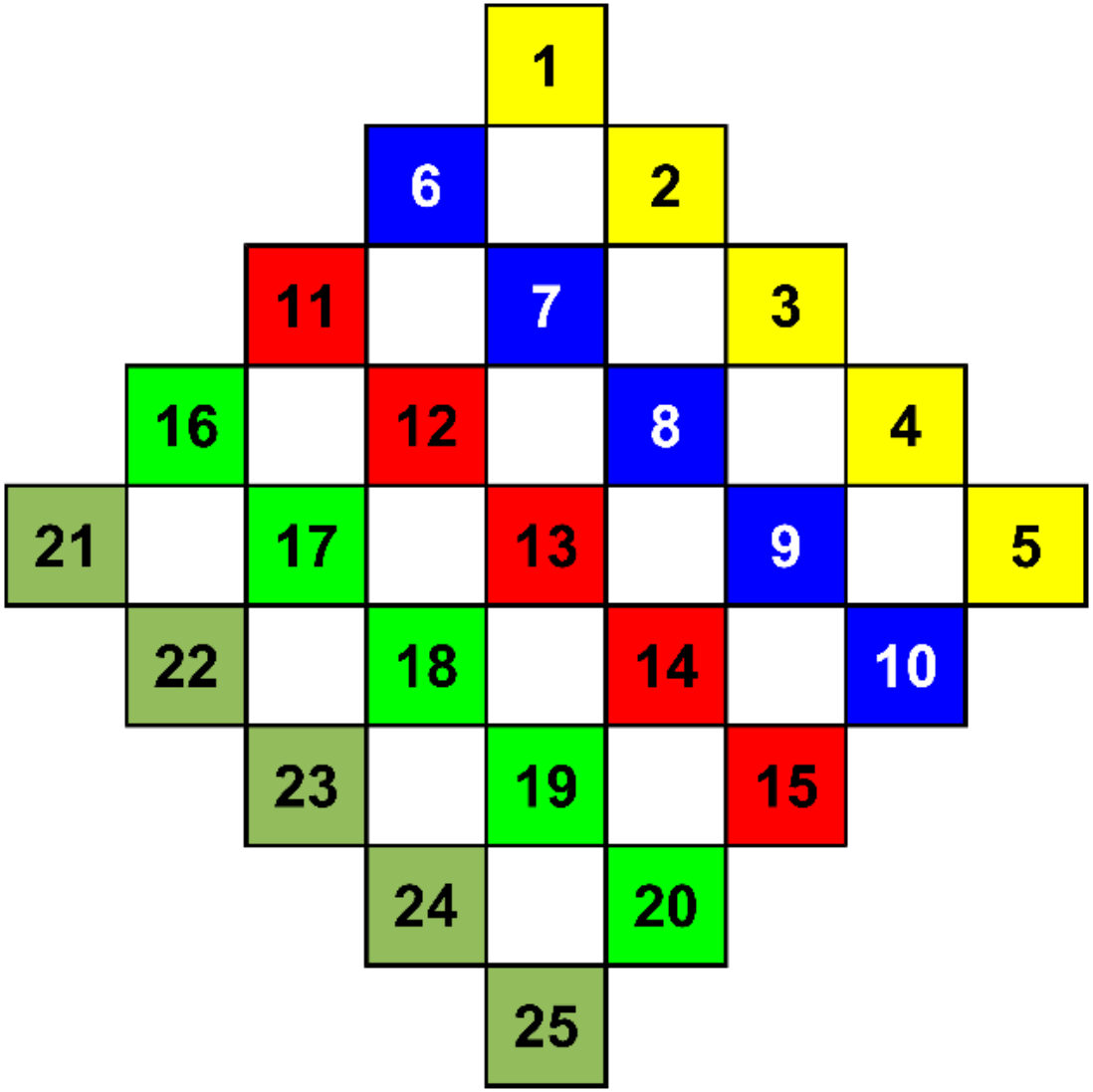


© Aimé Lachal – 2016

UNE EXPLICATION EN COULEURS...

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

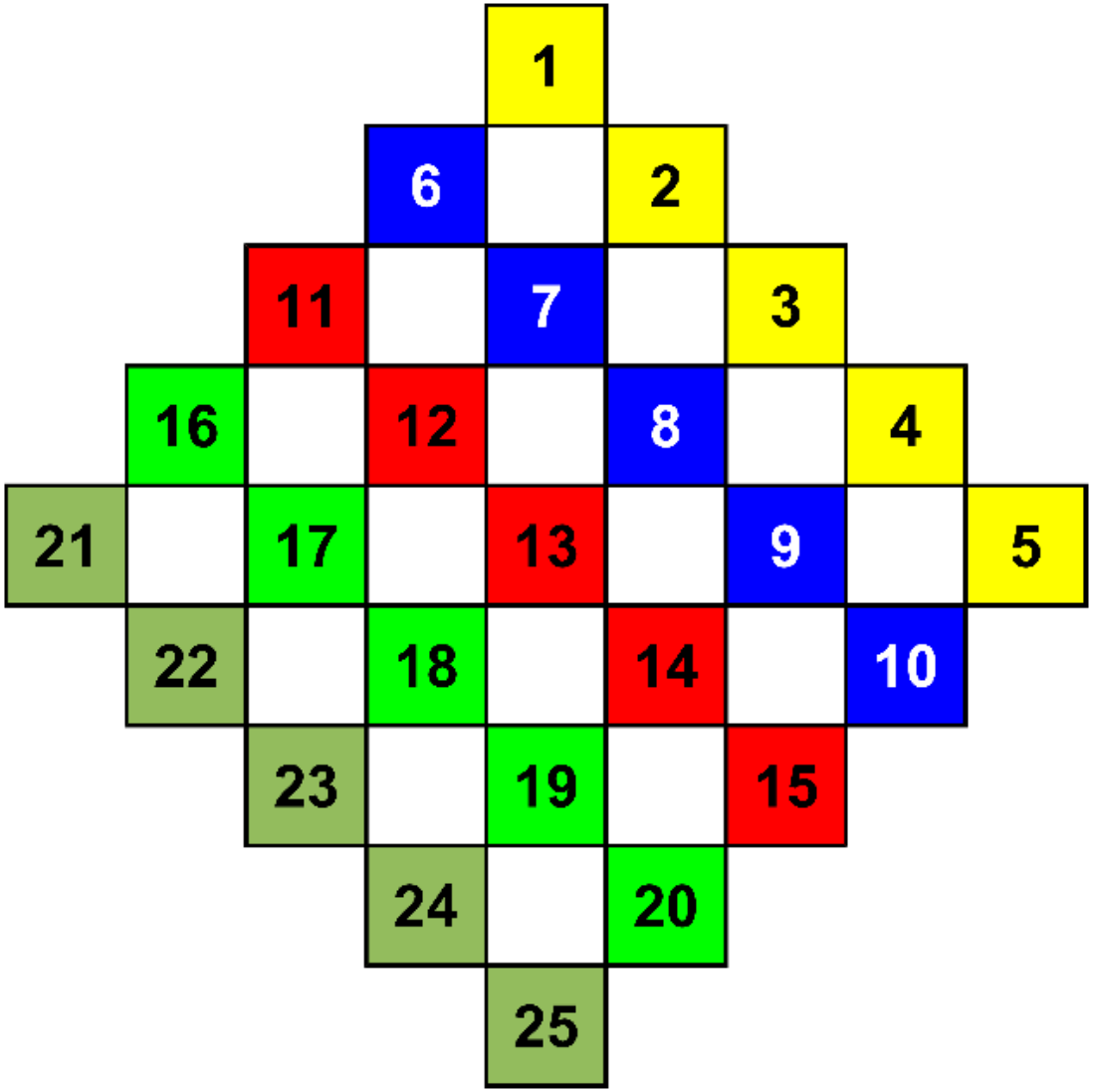
1er code couleur $(i,j) \longrightarrow 5i + j$

***i* est la couleur : jaune = 0, bleu = 1, rouge = 2, vert = 3, gris = 4**

1=0x5+1	2=0x5+2	3=0x5+3	4=0x5+4	5=0x5+5
6=1x5+1	7=1x5+2	8=1x5+3	9=1x5+4	10=1x5+5
11=2x5+1	12=2x5+2	13=2x5+3	14=2x5+4	15=2x5+5
16=3x5+1	17=3x5+2	18=3x5+3	19=3x5+4	20=3x5+5
21=4x5+1	22=4x5+2	23=4x5+3	24=4x5+4	25=4x5+5

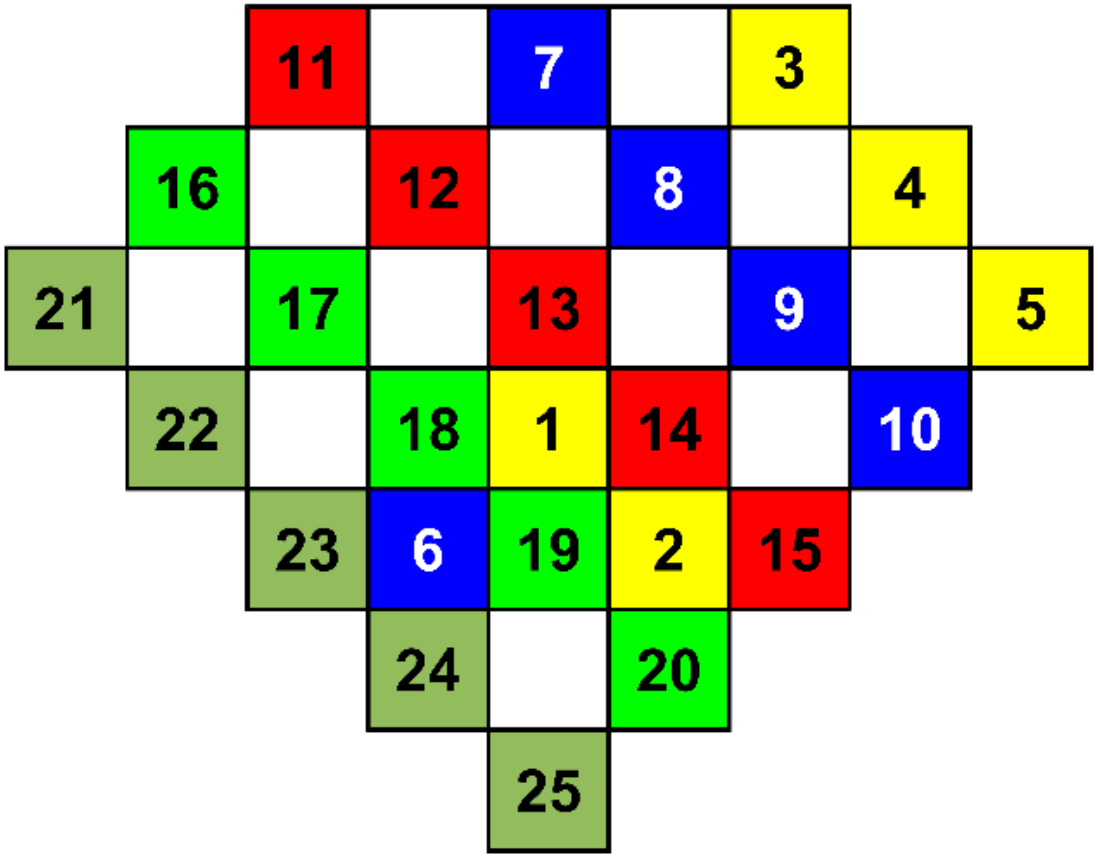
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



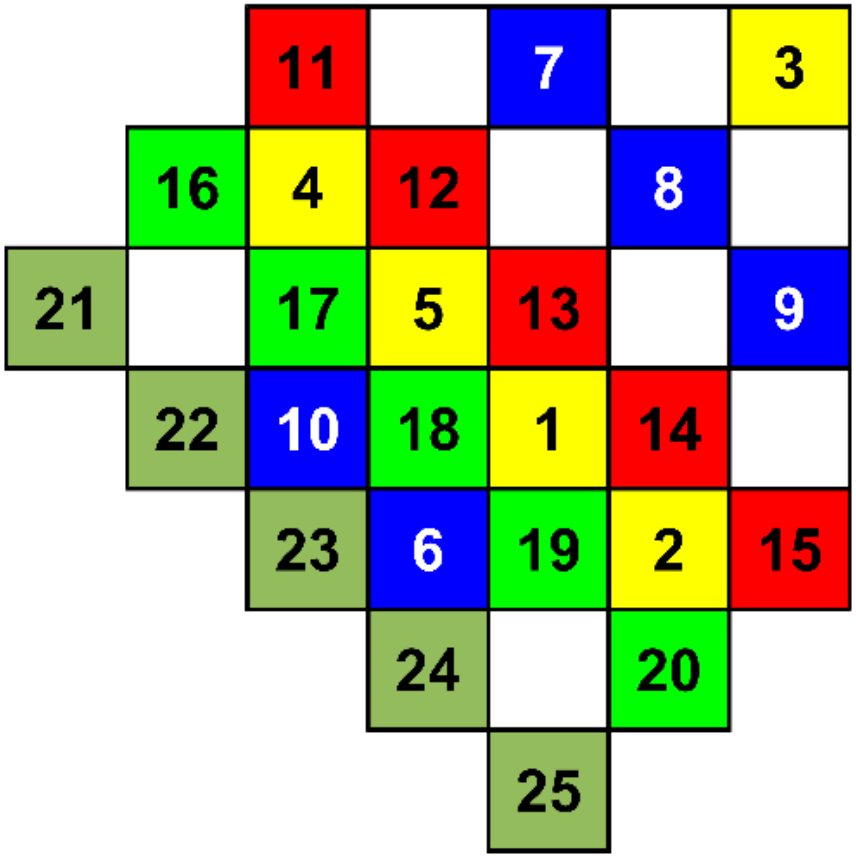
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



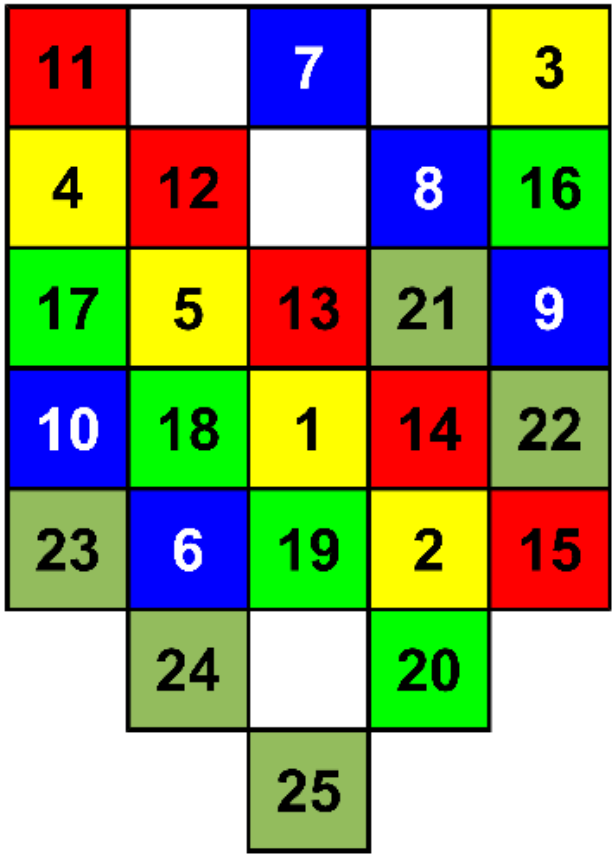
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

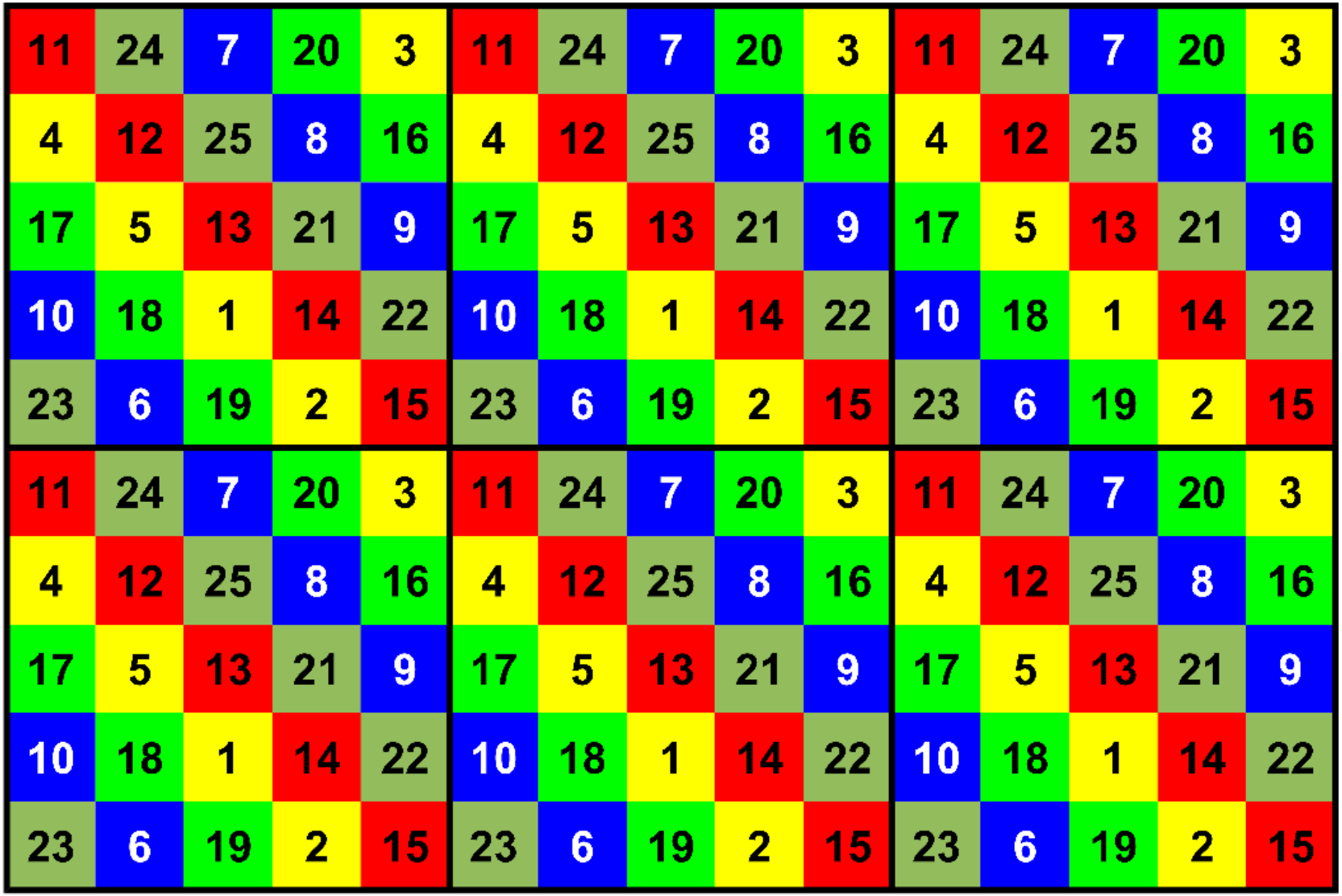
Carrés magiques d'ordre 5

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

Diagonales et tapis magique



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

Diagonales et tapis magique

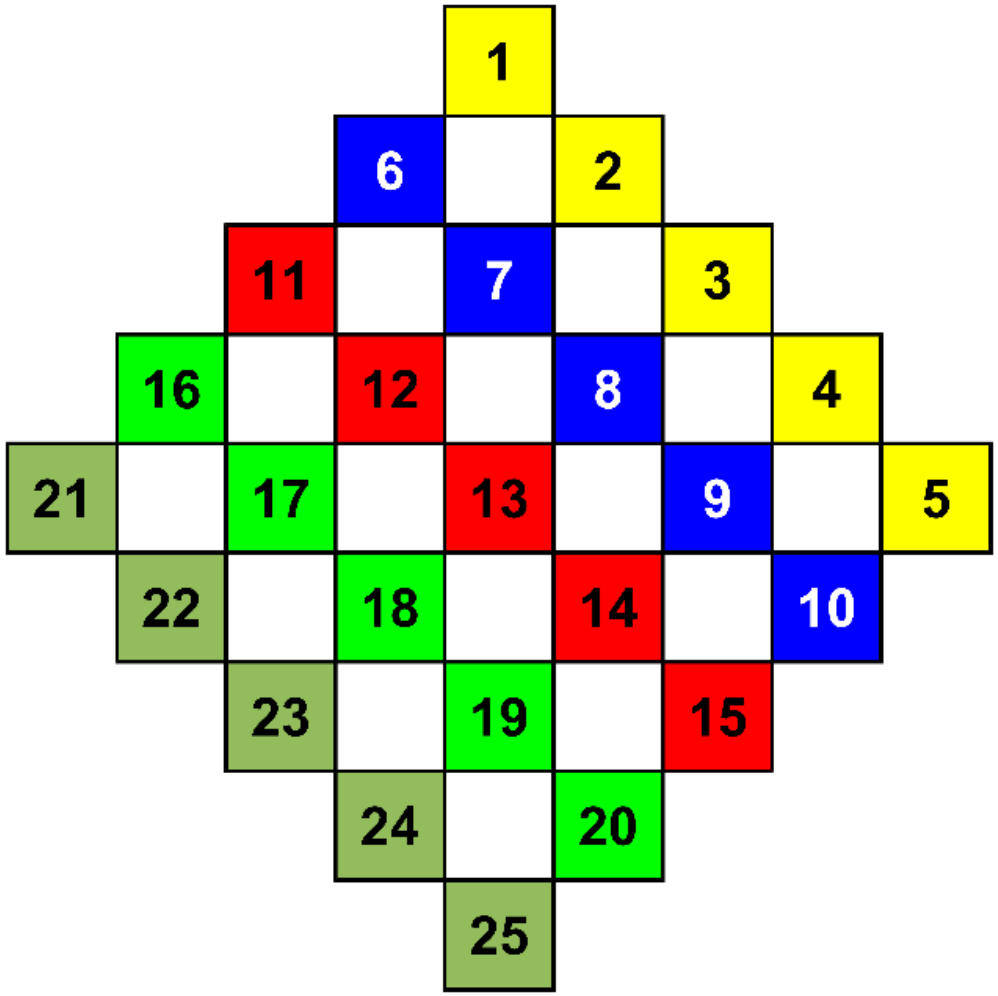
11	24	7	20	3	11	24	7	20	3	11	24	7	20	3
4	12	25	8	16	4	12	25	8	16	4	12	25	8	16
17	5	13	21	9	17	5	13	21	9	17	5	13	21	9
10	18	1	14	22	10	18	1	14	22	10	18	1	14	22
23	6	19	2	15	23	6	19	2	15	23	6	19	2	15
11	24	7	20	3	11	24	7	20	3	11	24	7	20	3
4	12	25	8	16	4	12	25	8	16	4	12	25	8	16
17	5	13	21	9	17	5	13	21	9	17	5	13	21	9
10	18	1	14	22	10	18	1	14	22	10	18	1	14	22
23	6	19	2	15	23	6	19	2	15	23	6	19	2	15

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

1er code couleur : $(i,j) \longrightarrow 5i + j$

***i* est la couleur : jaune = 0, bleu = 1, rouge = 2, vert = 3, gris = 4**



11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Un *« carré latin »* de couleurs

© Aimé Lachal – 2016

Explication : 1re partie

Sur chaque ligne et chaque colonne,
il y a 5 couleurs différentes $i = 0,1,2,3,4$

→ somme des $5i + j$
= 5 x somme des i + somme des j

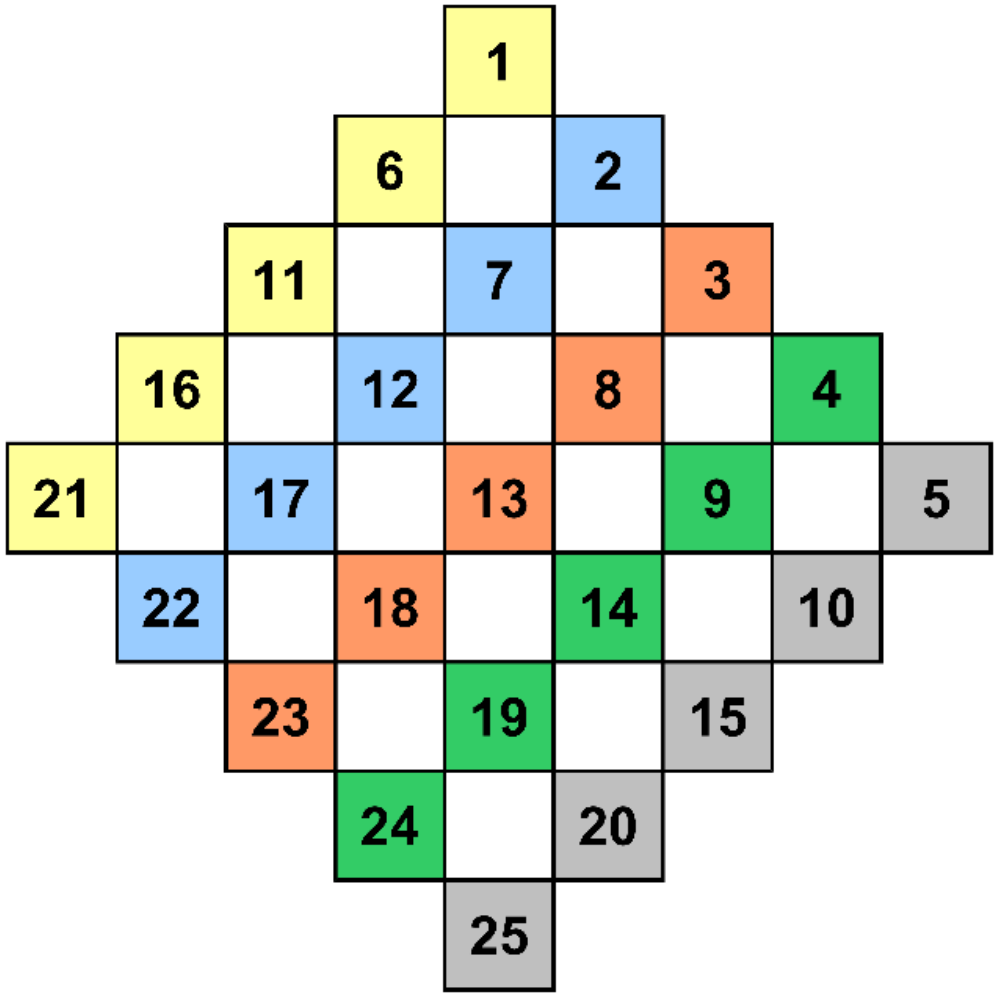
avec
somme des $i = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 =$ 10

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

2e code couleur : $(i,j) \longrightarrow 5i + j$

***j* est la couleur : jaune = 1, bleu = 2, rouge = 3, vert = 4, gris = 5**



11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Un *« carré latin »* de couleurs

© Aimé Lachal – 2016

Explication : 2e partie

Sur chaque ligne et chaque colonne,
il y a 5 couleurs différentes j = 1,2,3,4,5

→ somme des $5i + j$
= 5 x somme des i + somme des j

avec
somme des j = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15

© Aimé Lachal – 2016

Explication : 2e partie

Les sommes de chaque ligne et de chaque colonne valent donc

$$5 \times 10 + 15 = \boxed{65}$$

© Aimé Lachal – 2016

Explication : 3e partie

Somme de la 1re diagonale :

11 + 12 + 13 + 14 + 15

= 5 x somme des *i* + somme des (*i* +1)

= 5 x 10 + 15 = 65

Somme de la 2e diagonale :

3 + 8 + 13 + 18 + 23

= 5 x somme des *i* + somme des (5 – *i*)

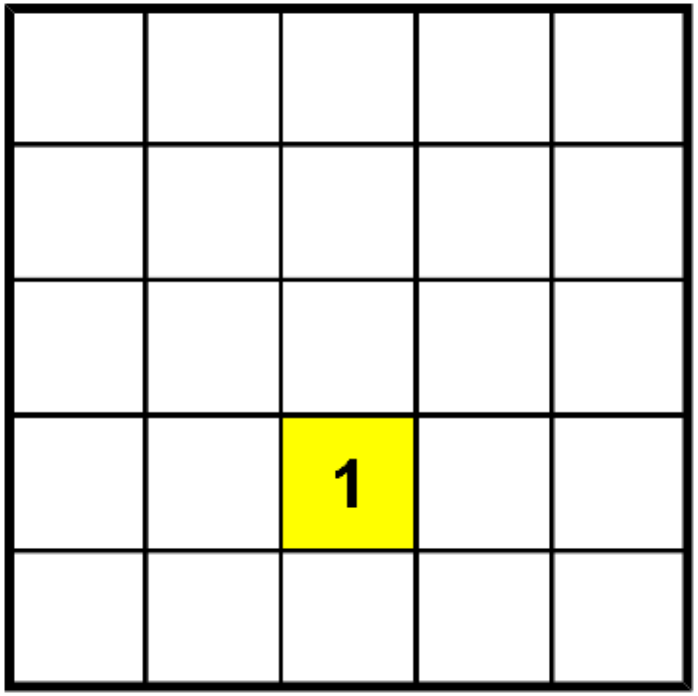
= 5 x 10 + 15 = 65

© Aimé Lachal – 2016

Un procédé équivalent de remplissage du carré en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

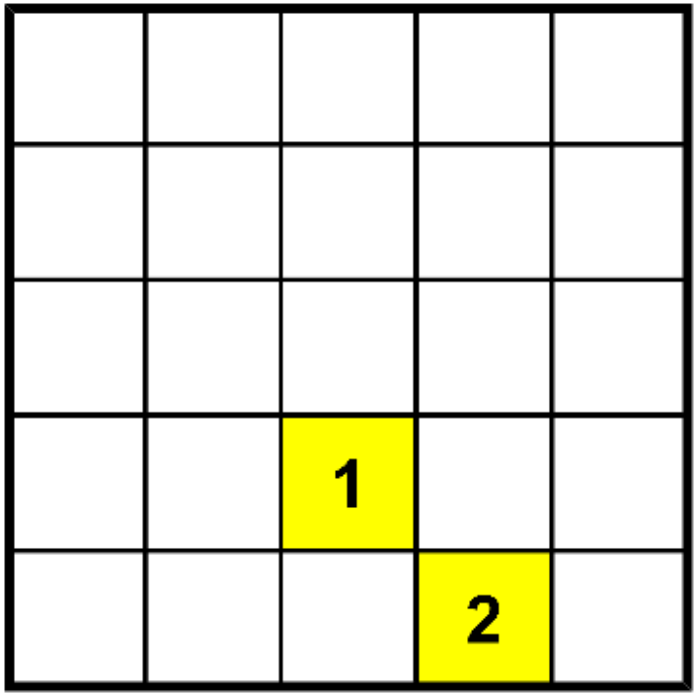
Carrés magiques d'ordre 5



Partant de la case au-dessous du centre

© Aimé Lachal – 2016

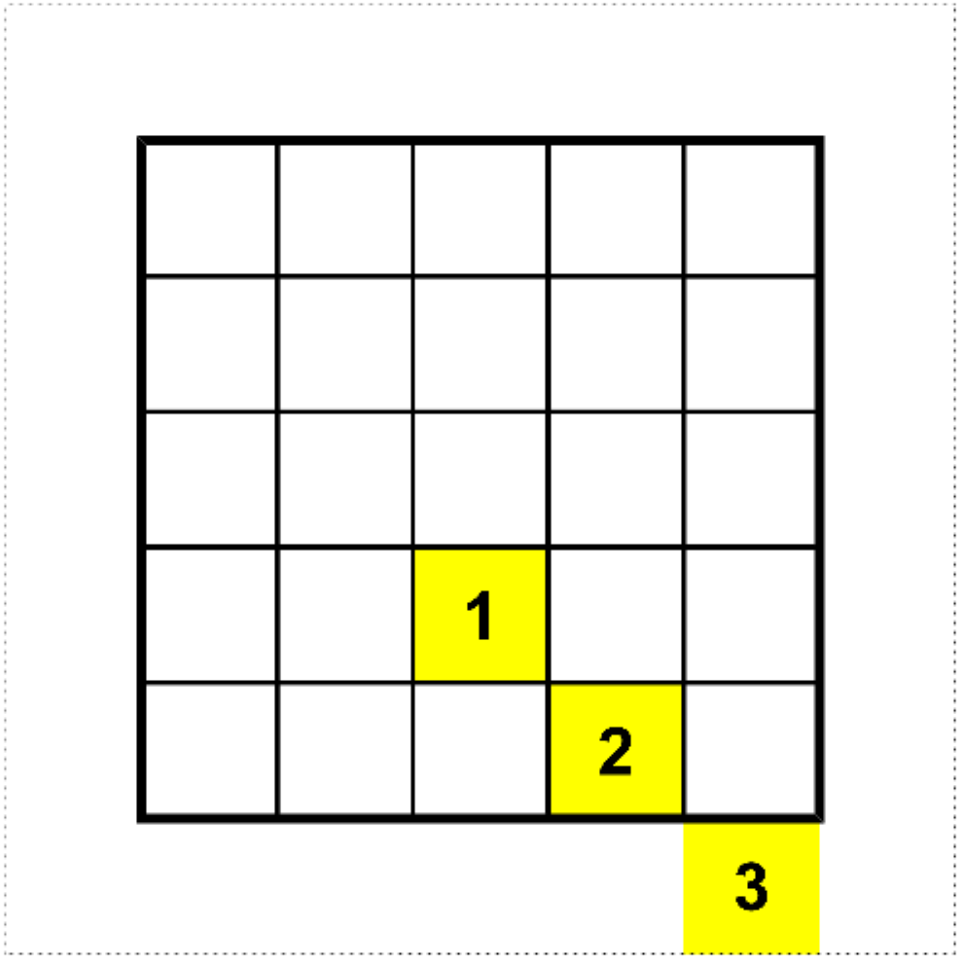
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale descendante

© Aimé Lachal – 2016

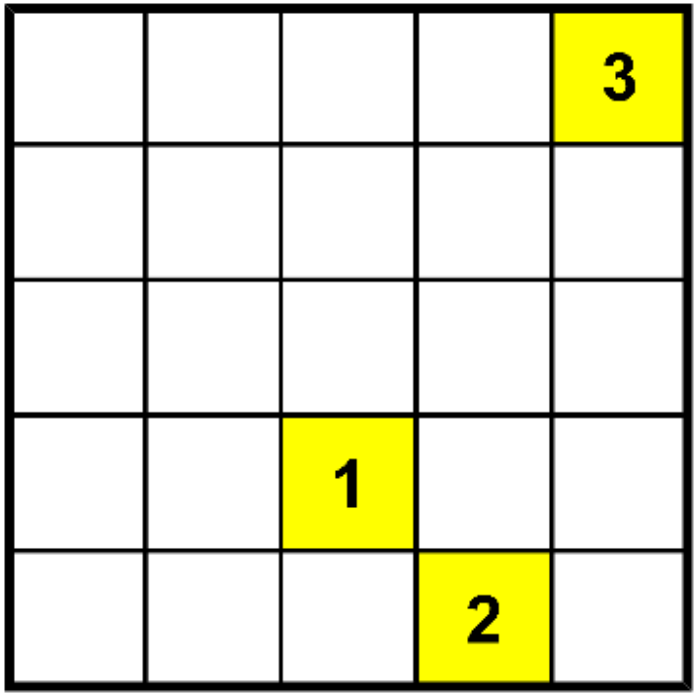
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale descendante

© Aimé Lachal – 2016

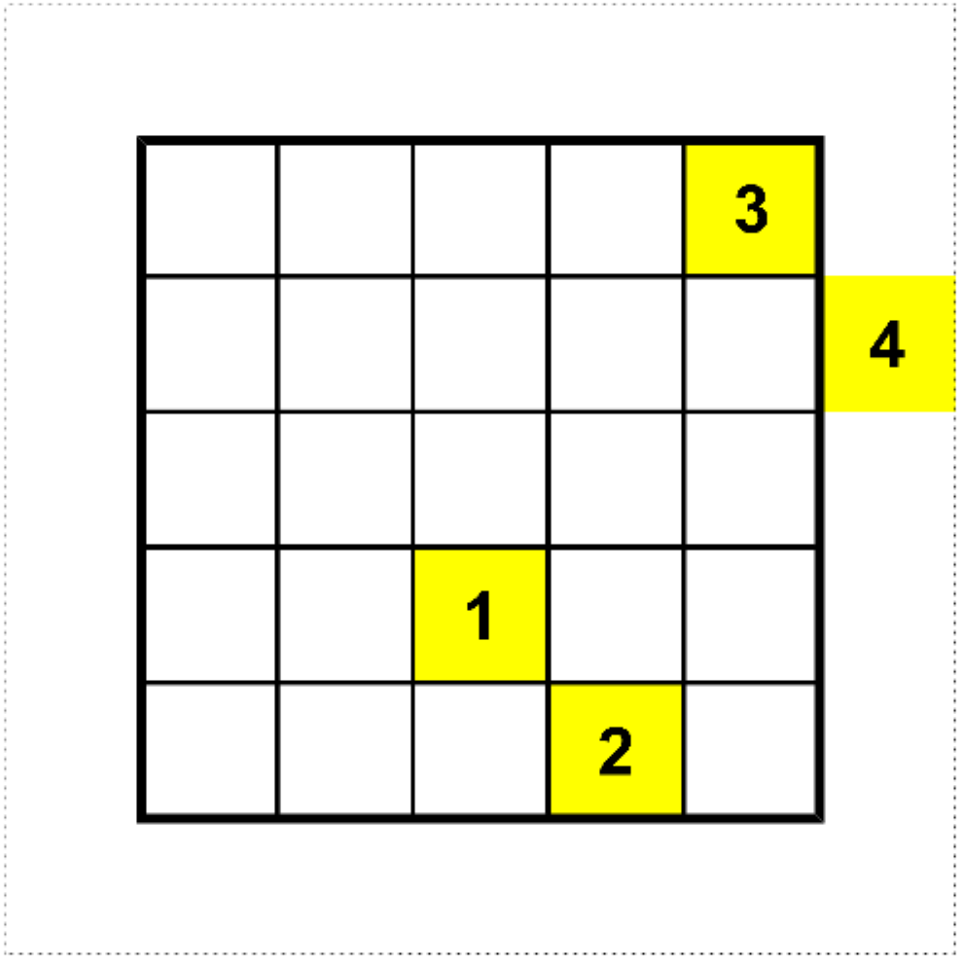
Carrés magiques d'ordre 5



Report sur la case à l'intérieur du carré

© Aimé Lachal – 2016

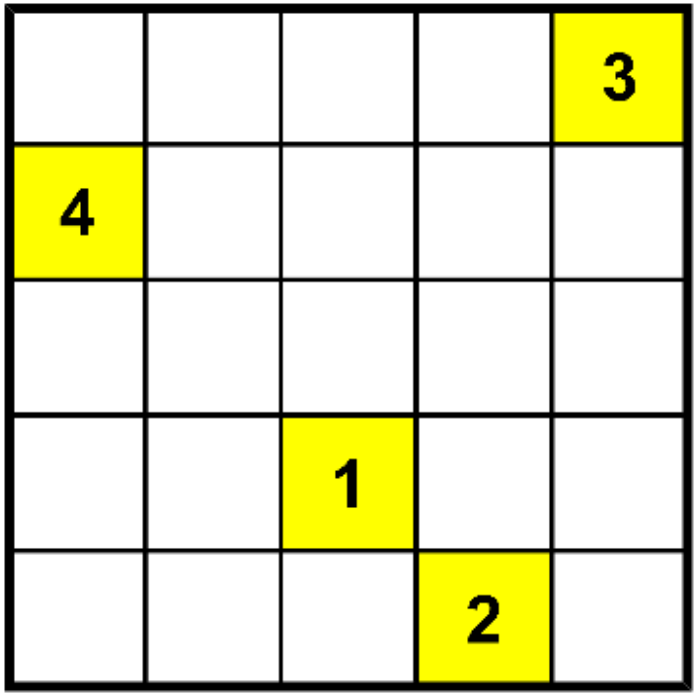
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale descendante

© Aimé Lachal – 2016

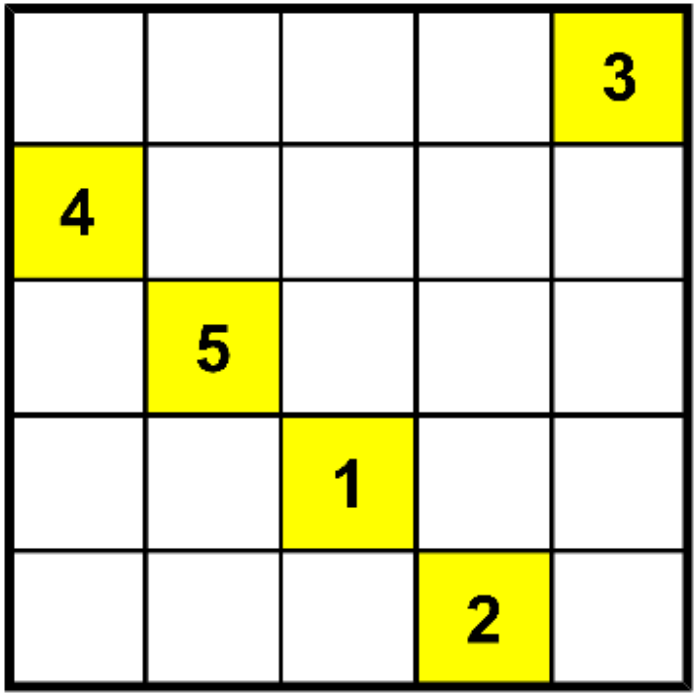
Carrés magiques d'ordre 5



Report sur la case à l'intérieur du carré

© Aimé Lachal – 2016

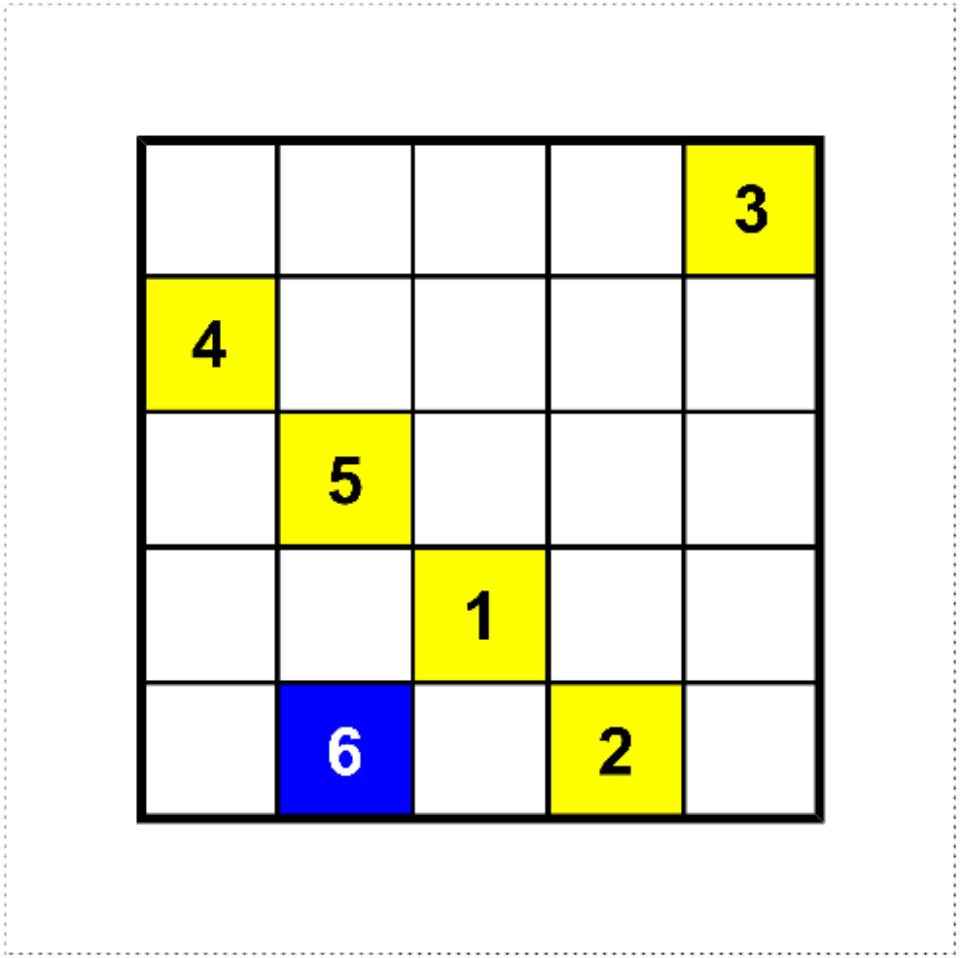
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale descendante

© Aimé Lachal – 2016

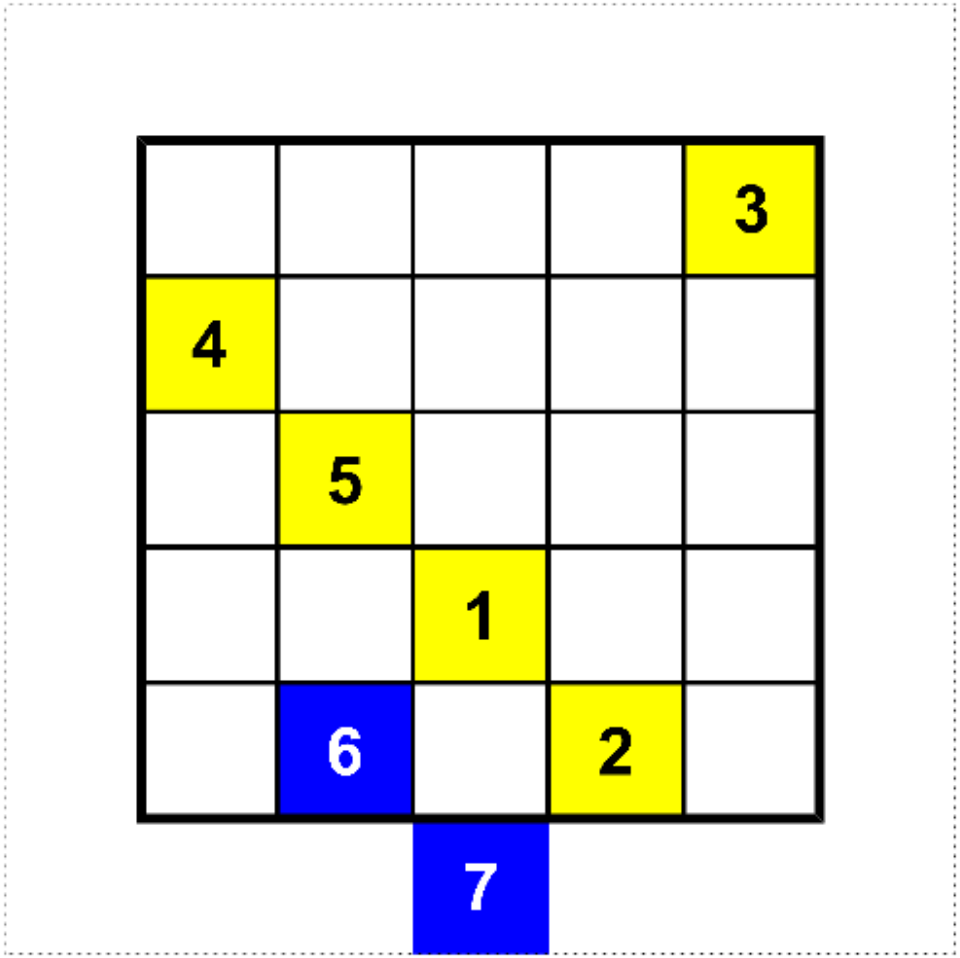
Carrés magiques d'ordre 5



Collision : saut vertical descendant de 2 cases

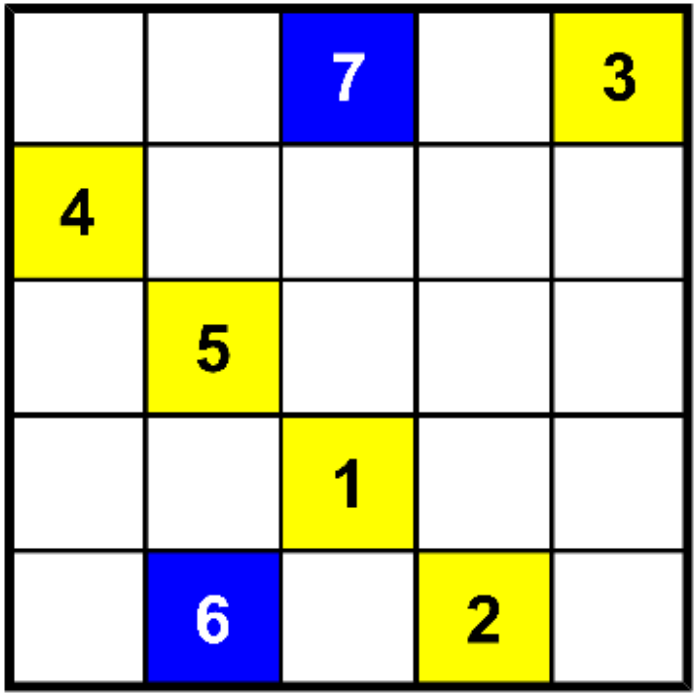
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



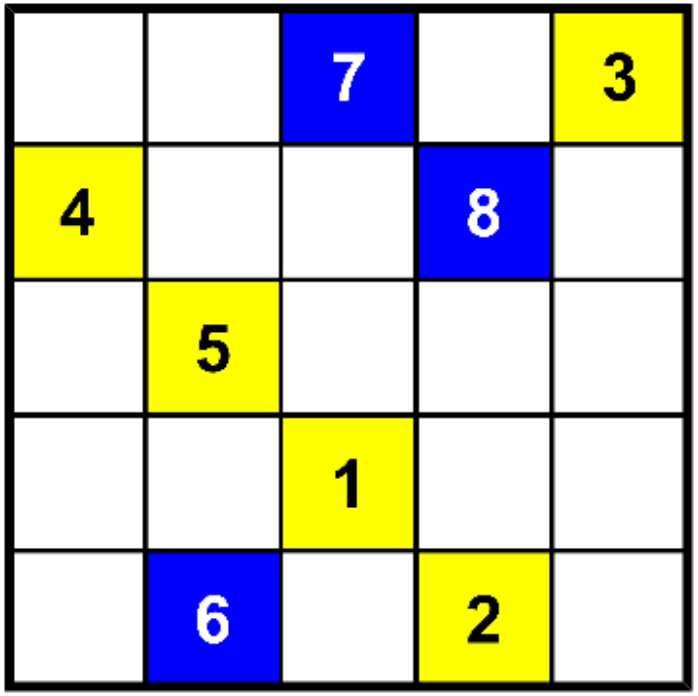
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



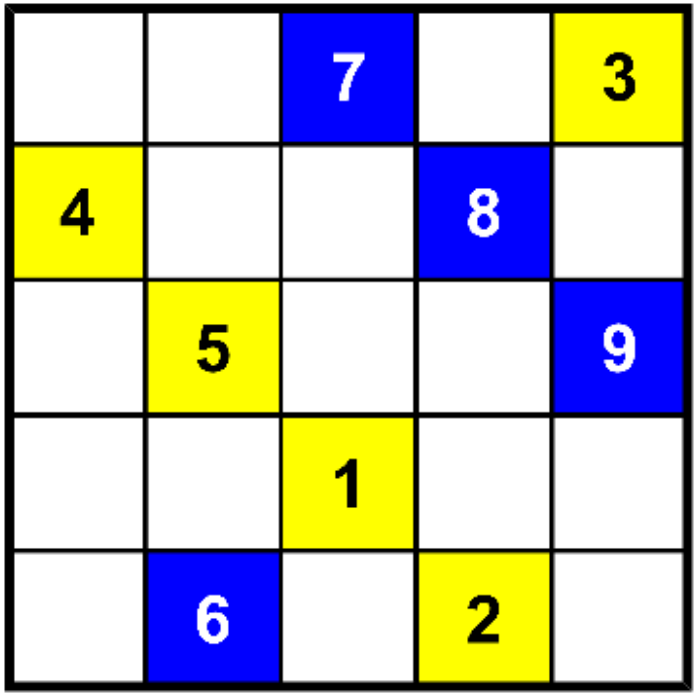
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



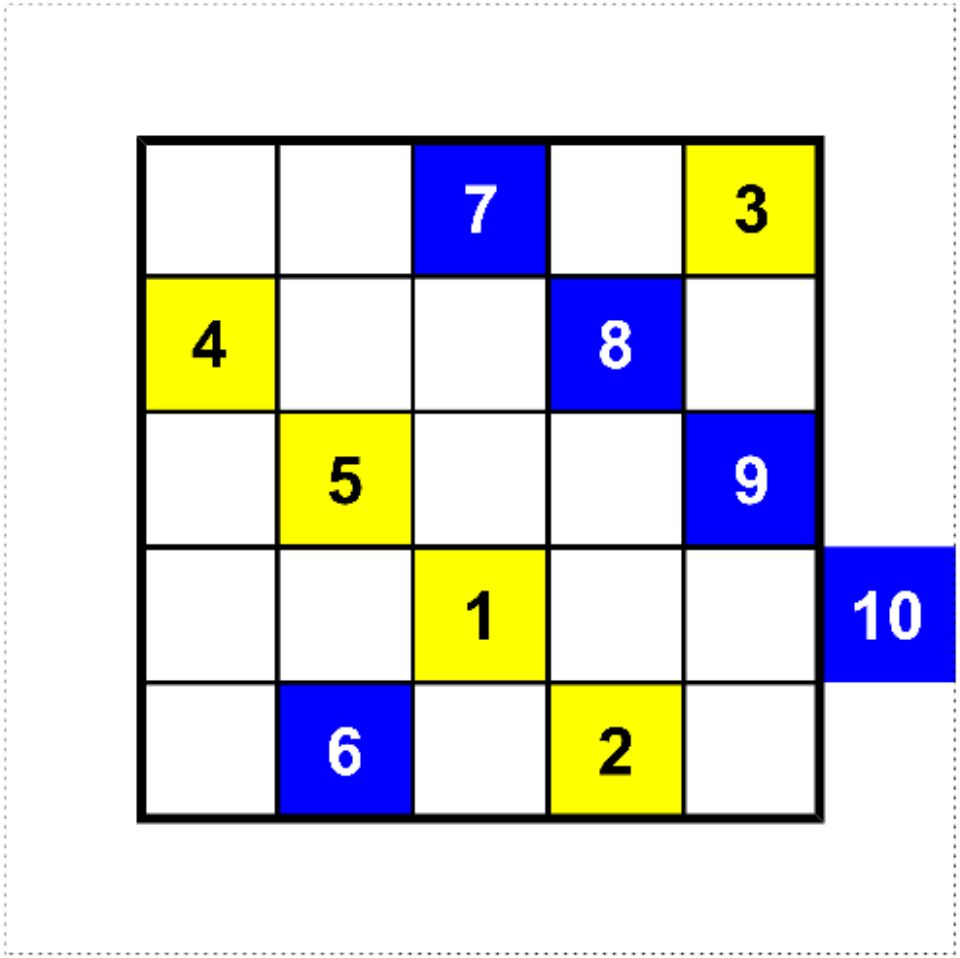
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



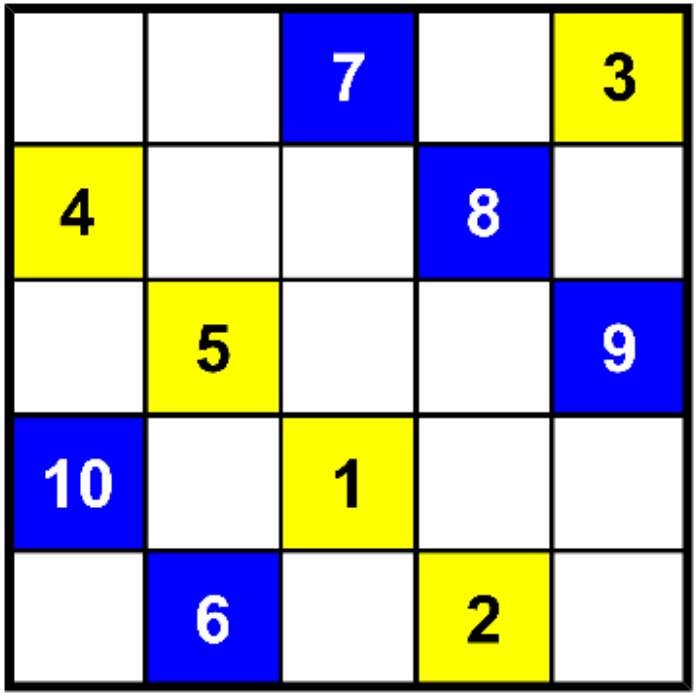
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



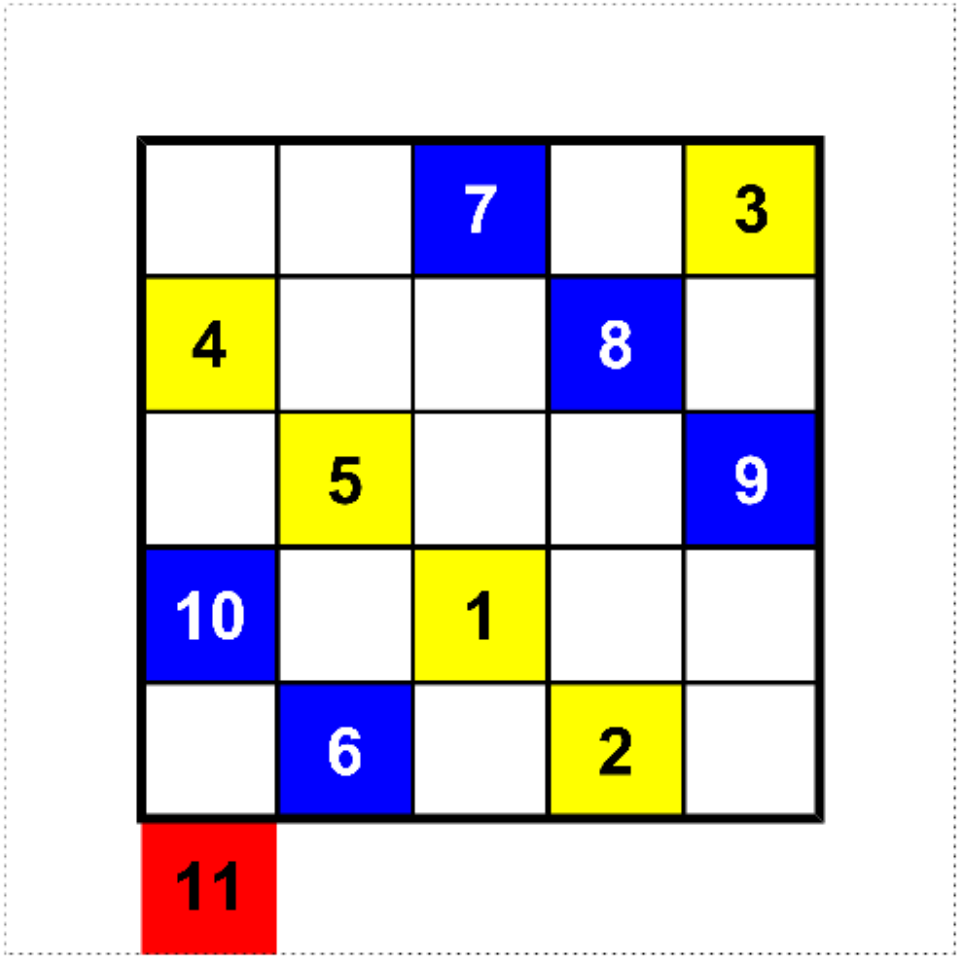
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



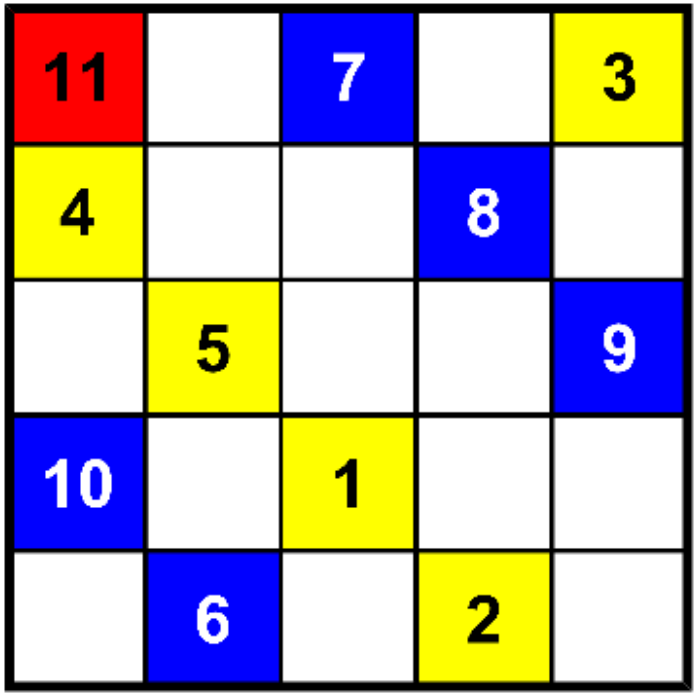
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



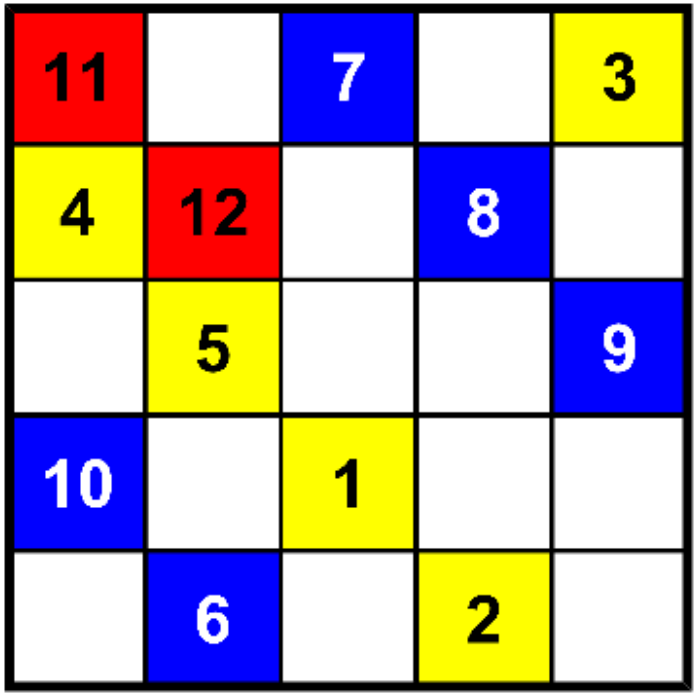
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



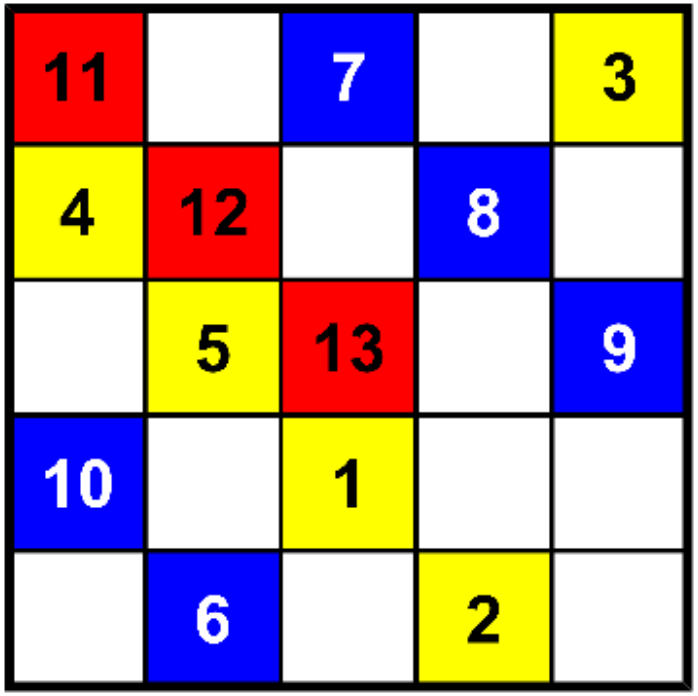
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



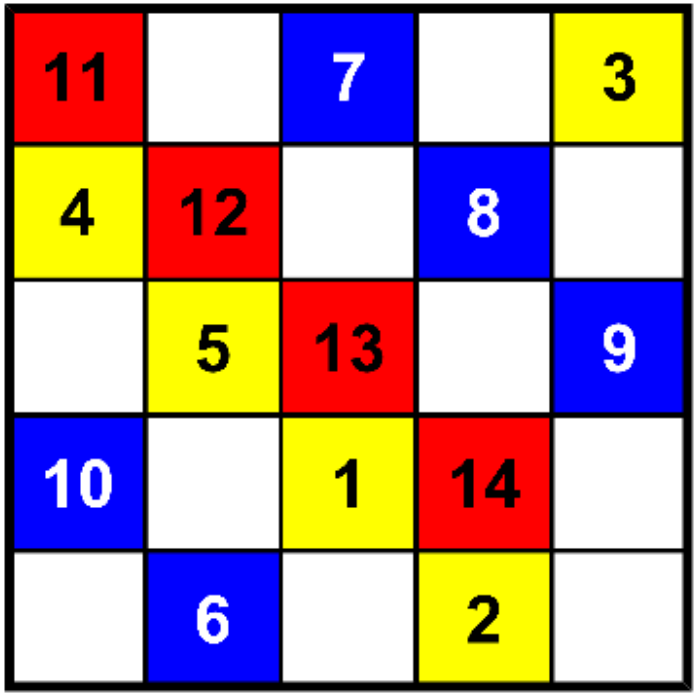
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



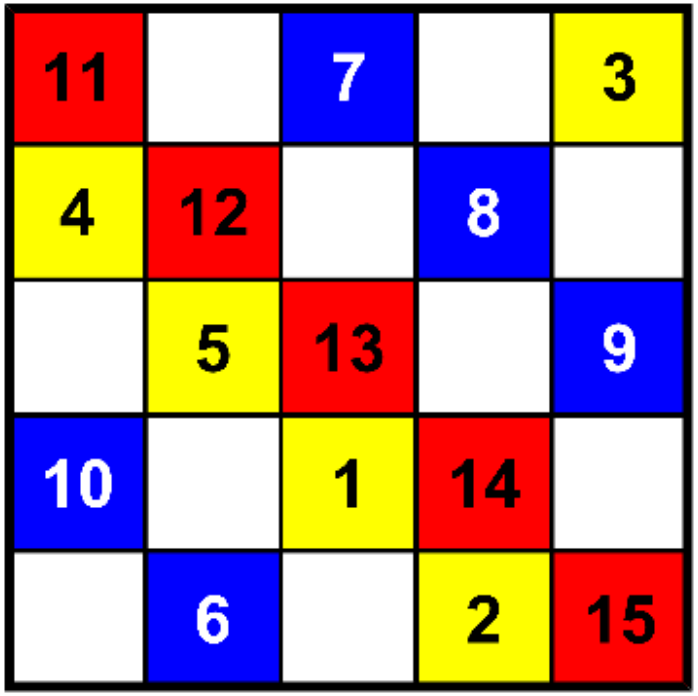
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



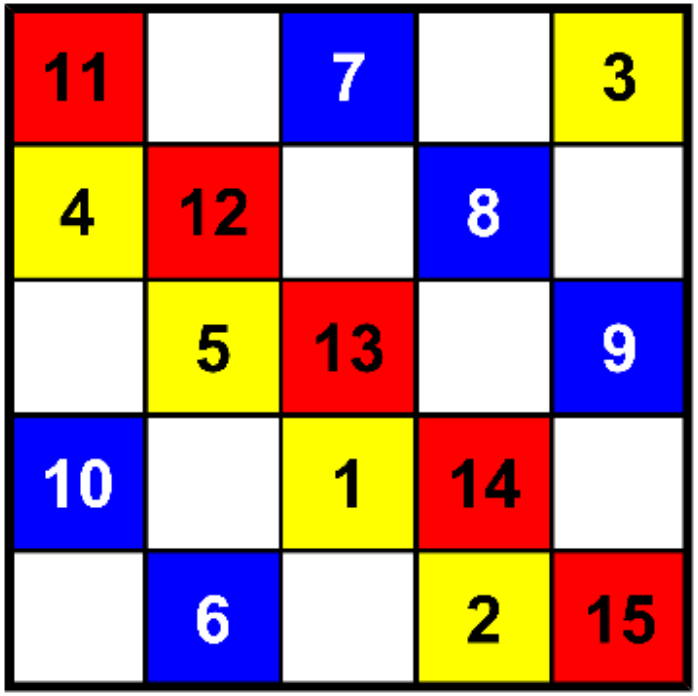
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



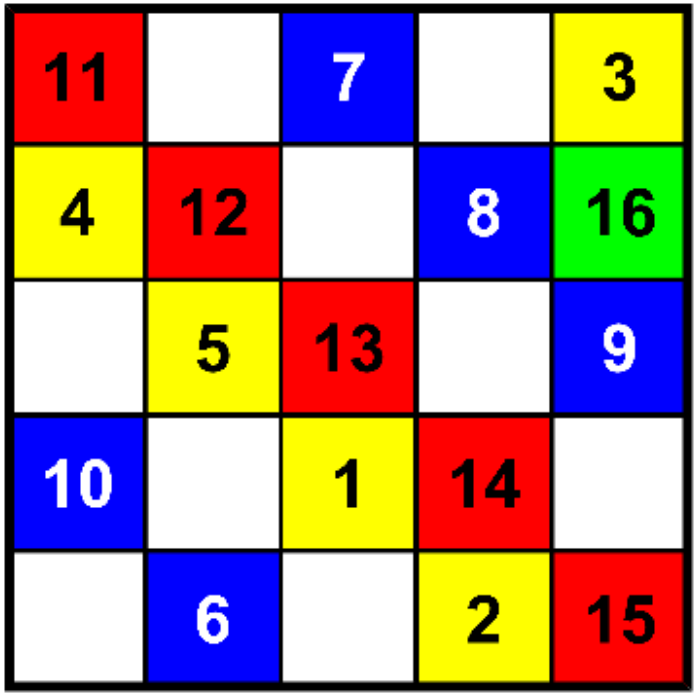
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



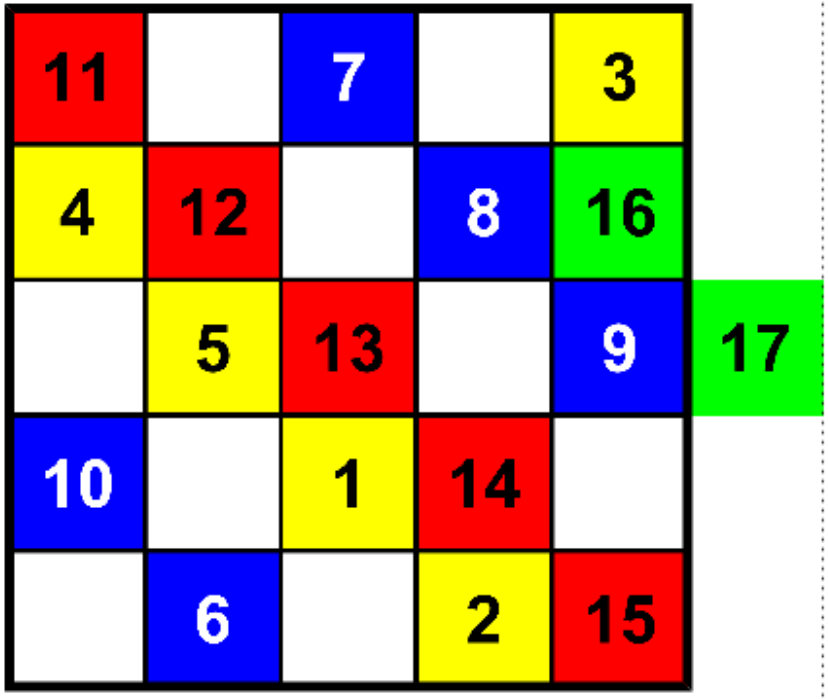
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



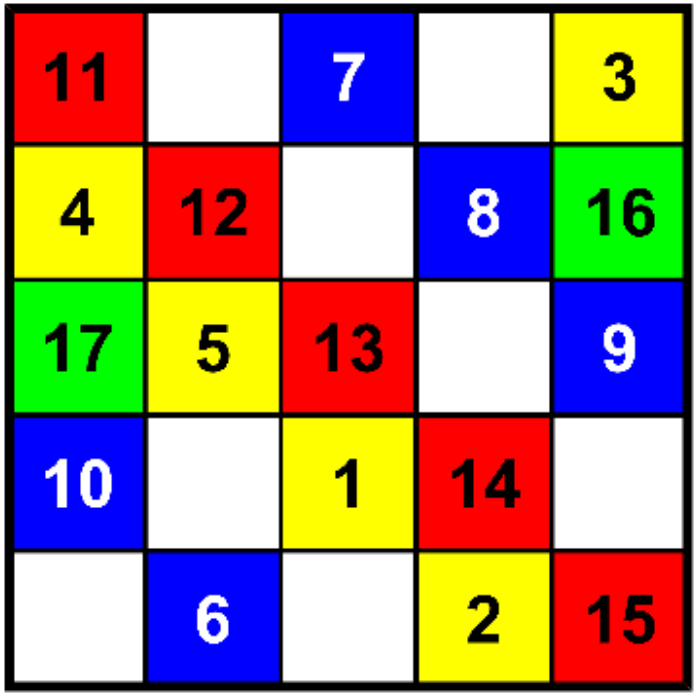
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



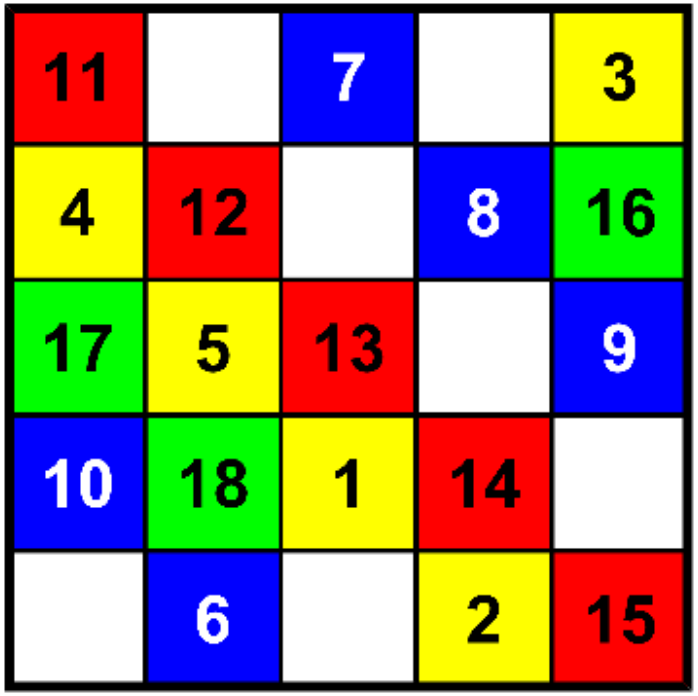
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



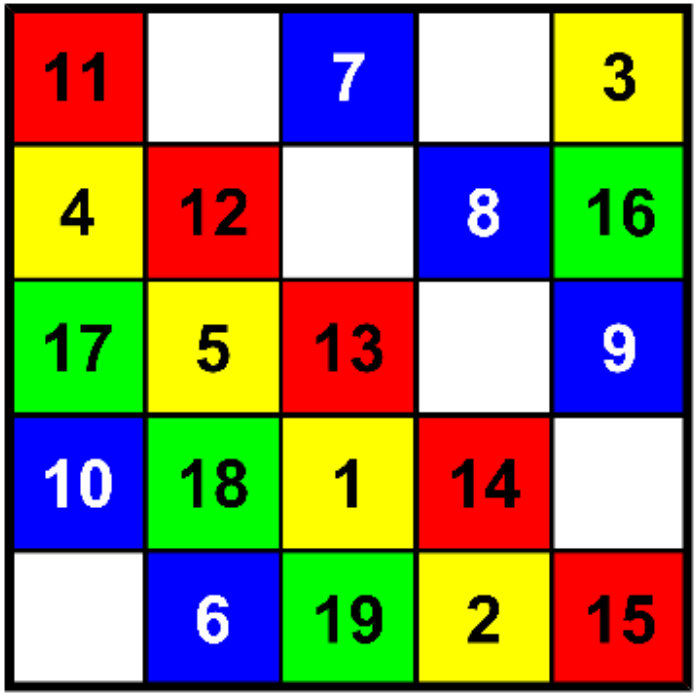
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



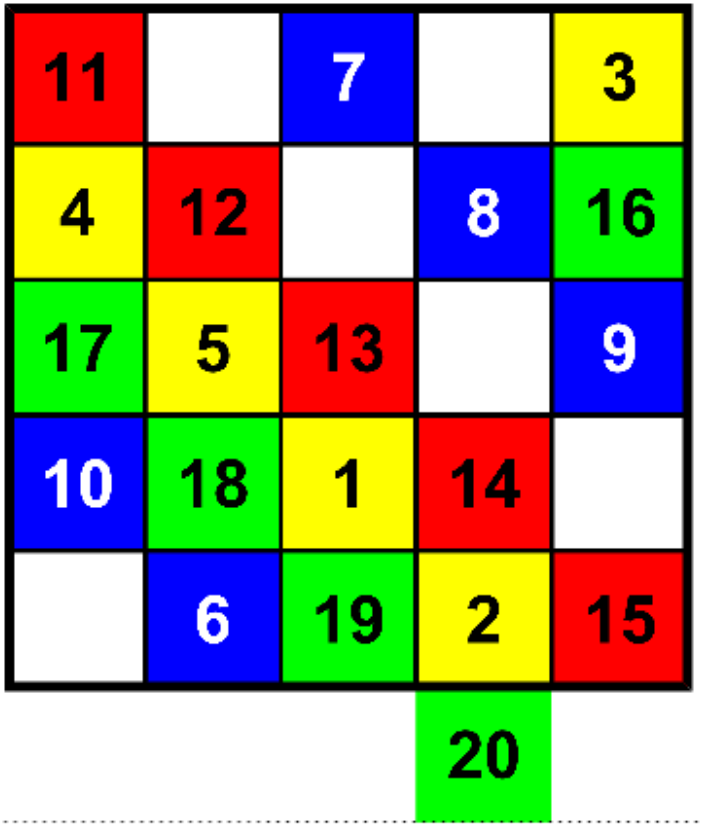
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



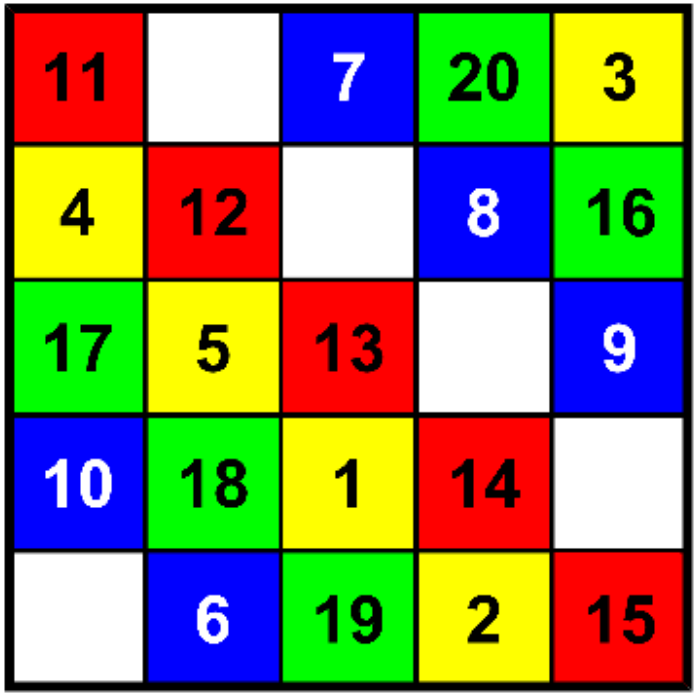
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



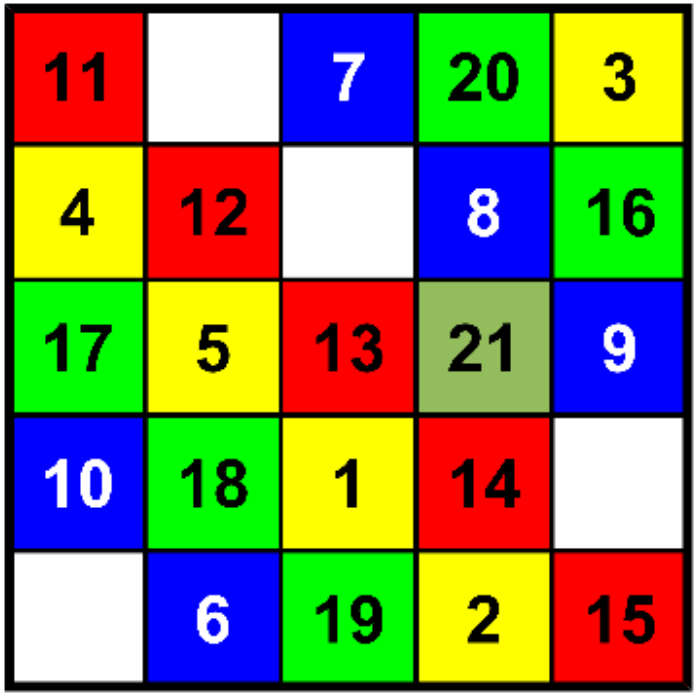
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



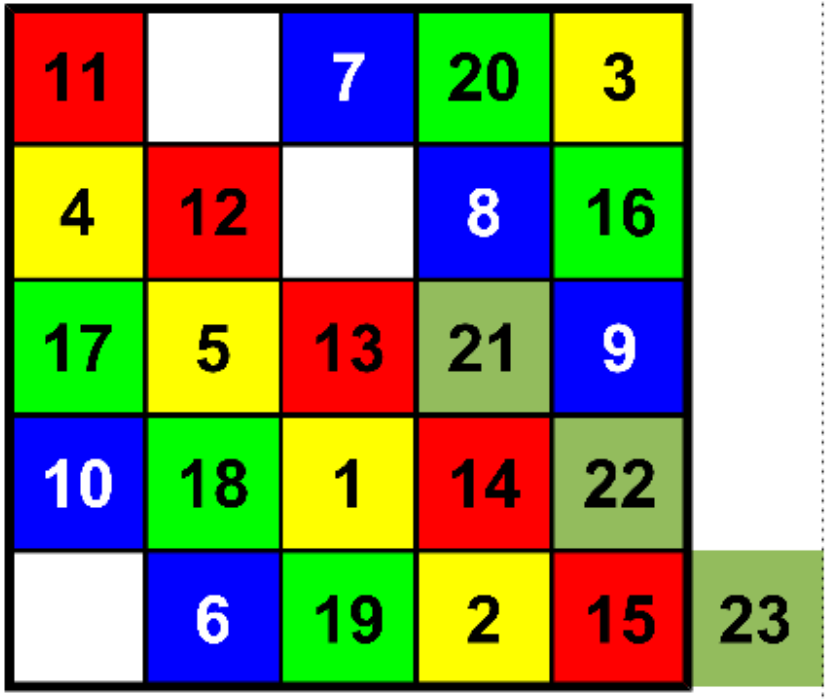
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



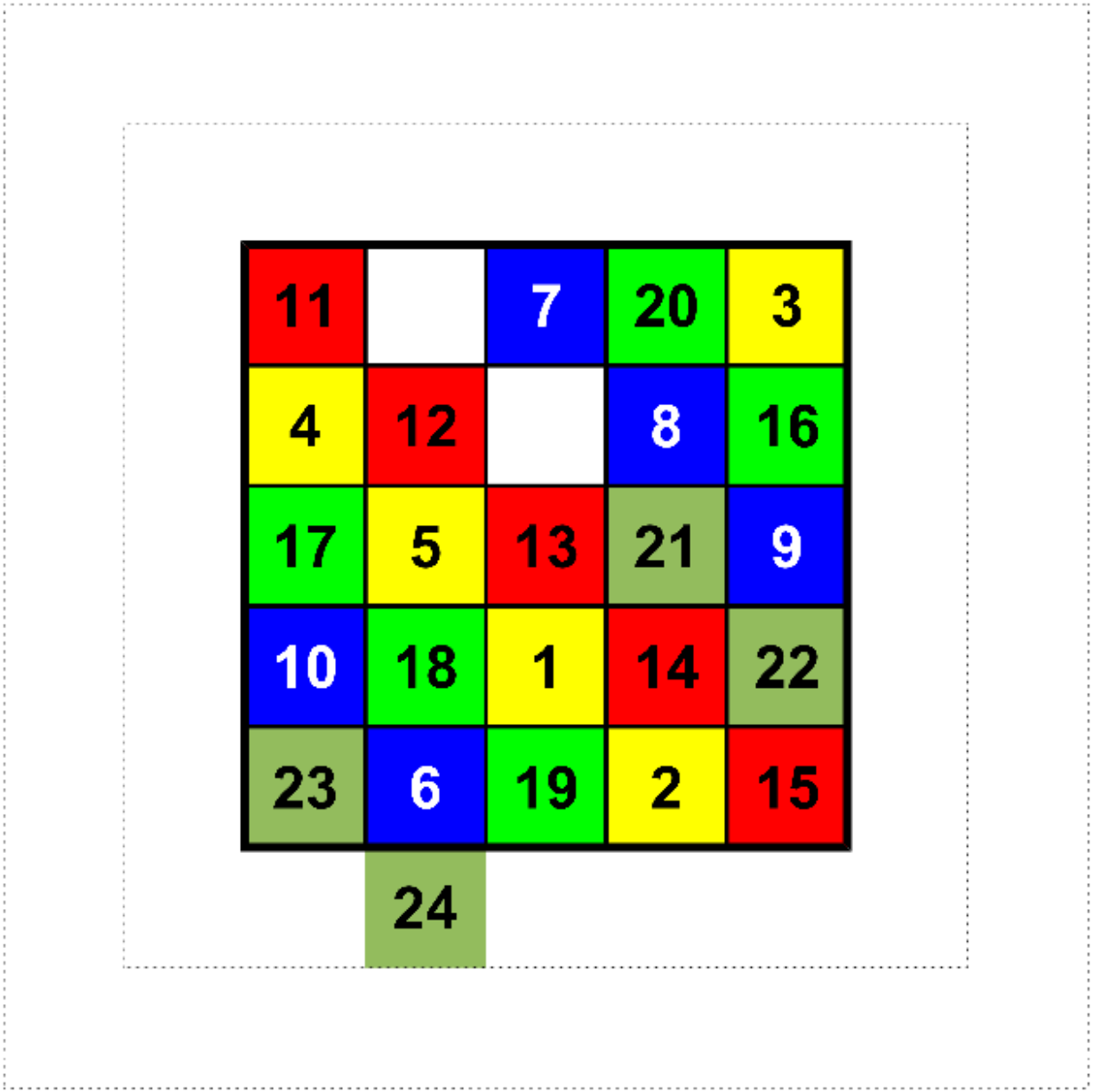
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Un carré normal de somme 65

(Mars)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

Formule explicite des éléments du carré

Élément situé sur les i^e ligne et j^e colonne

$$5\,[2(j-i+1) \bmod 5] + [3(i+j-2) \bmod 5] + 1$$

Localisation du nombre k

$$i = [k + \mathrm{E}[\tfrac{1}{5}(k-1)] - 3] \bmod 5 + 1$$
$$j = [k - \mathrm{E}[\tfrac{1}{5}(k-1)] + 1] \bmod 5 + 1$$

© Aimé Lachal – 2016

Une autre manière de remplir le carré en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

Nārāyaṇa Paṇḍita (1340 ?–1400 ?)

Mathématicien indien.

→ *Remplissage diagonal en zigzag*

Simon de La Loubère (1642–1729)

Poète et diplomate français.

→ *« Du Royaume de Siam » (1691)*

→ *Méthode siamoise*



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

DU
ROYAUME
DE SIAM

Par Monſieur de LA LOUBERE
Envoyé extraordinaire du ROY
auprés du Roy de Siam en 1687. *&*
1688.

TOME SECOND.

Mgr. de Beauvau Archevêque de Narbonne.



A PARIS,
Chez { La Veuve de JEAN BAPTISTE COIGNARD, Imprimeur & Libraire ordinaire du Roy.
ET
JEAN BAPTISTE COIGNARD, Imprimeur & Libraire ordinaire du Roy, ruë S. Iacques, à la Bible d'Or.

M. DC. XCI.
AVEC PRIVILEGE DE SA MAJESTE'.

Du Royaume de Siam.

LE PROBLEME DES QUARRE'S *Magiques ſelon les Indiens.*

CE Probleme eſt tel : Un quarré étant diviſé en autant de petits quarrés égaux que l'on voudra, il faut remplir les petits quarrés d'autant de nombres donnés en progreſſion Arithmétique, de telle ſorte que les nombres des petits quarrés de châque rang, ſoit de haut en bas, ſoit de droit à gauche, & ceux des diametres facent toûjours une même ſomme.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

On appelle ce Probleme les quarrés Magiques, parce qu'Agrippa dans son second Livre *de Occultâ Philosophiâ*, chap. 22. nous apprend qu'on s'en est servi comme de Talismans, aprés les avoir fait graver sur des lames de divers métaux : l'adresse qu'il y a à ranger les nombres de cette maniére, ayant parû assez merveilleuse aux ignorants, pour en attribuër l'invention à des esprits supérieurs à l'homme.

Le premier que je sache qui y ait travaillé a été Gaspar Bachet de Meziriac, Mathématicien célébre par ses Savants Commentaires sur Diophante. Il trouva une Méthode ingénieuse pour les quarrés impairs, c'est à dire pour ceux, qui ont un nombre des cases impair : mais il n'en peut trouver pour les quarrés pairs. C'est dans un livre *in* 8, qu'il a intitulé, Problemes plaisants par nombres.

Les Arithméticiens de ces temps-cy les ont regardés comme un jeu d'Arithmetique, & non comme un mystére de magie : & ils ont cherché des méthodes générales pour les ranger.

Mr Vincent (...)
me voyant ranger par amusement des quarrés magiques à la maniére de Bachet, me dit que les Indiens de Surate les rangeoient avec bien plus de facilité, & m'enseigna leur méthode pour les quarrés impairs seulement, ayant, disoit-il oublié celle des pairs.

L'histoire

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

1°. Aprés avoir divisé le quarré total en ſes petits quarrez, on y place les nombres ſelon leur ordre naturel, je veux dire en commençant par l'unité (...)

2°. Quand on a mis un nombre dans la plus haute caſe d'un montant, on met le nombre ſuivant dans la plus baſe caſe du montant qui ſuit vers la droite (...)

3°. Quand on a placé un nombre dans la derniere caſe d'un giſant, on place le ſuivant dans la premiere caſe du giſant immediatement ſuperieur (...)

4°. En toute autre rencontre aprés avoir placé un nombre, on place les ſuivants dans les caſes qui ſuivent diametralement ou en écharpe de bas en haut & de la gauche à la droite, juſqu'à ce qu'on arrive à l'une des caſes du giſant d'en haut, ou du dernier montant à droit.

5°. Quand on trouve le chemin bouché par quelque caſe déja remplie de quelque nombre, alors on prend la caſe immediatement au deſſous de celle qu'on vient de remplir, & l'on continuë comme auparavant diametralement de bas en haut & de la gauche à la droite.

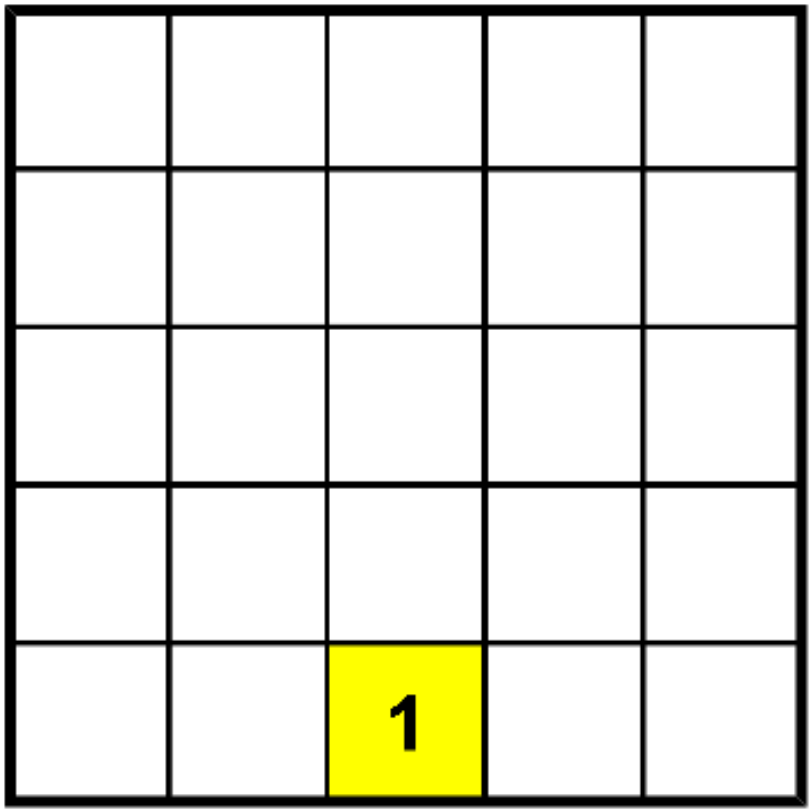
Ce peu de regles aisées à retenir ſuffiſent à ranger tous les quarrés impairs généralement.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

La méthode

© Aimé Lachal – 2016

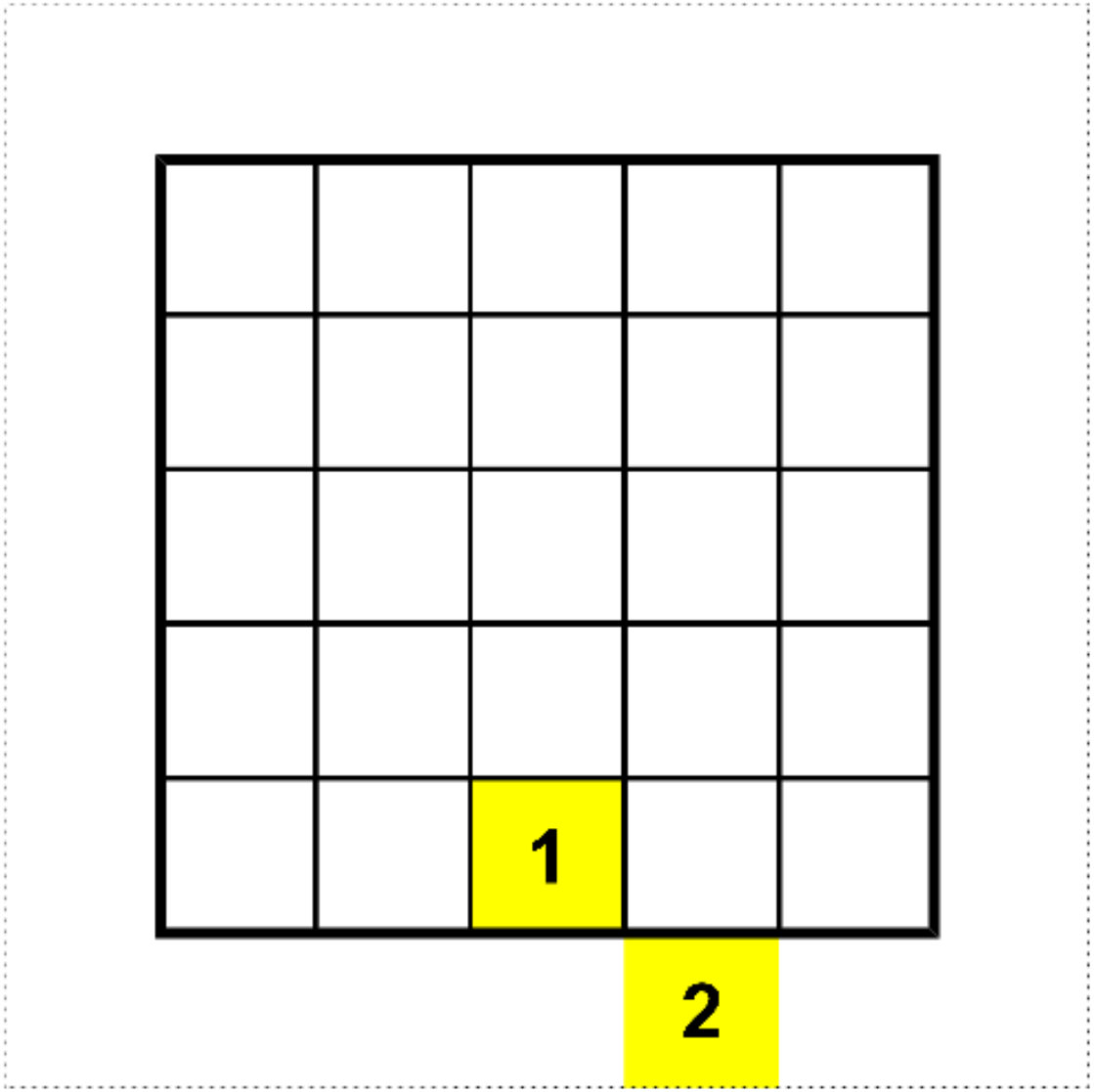
Carrés magiques d'ordre 5



Partant de la case médiane de la dernière rangée

© Aimé Lachal – 2016

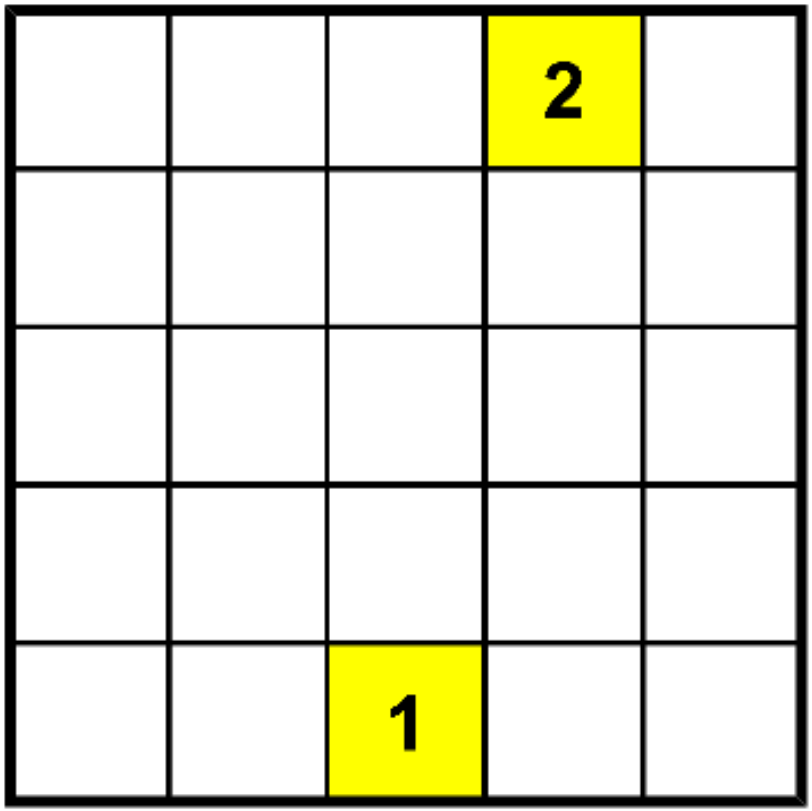
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale descendante

© Aimé Lachal – 2016

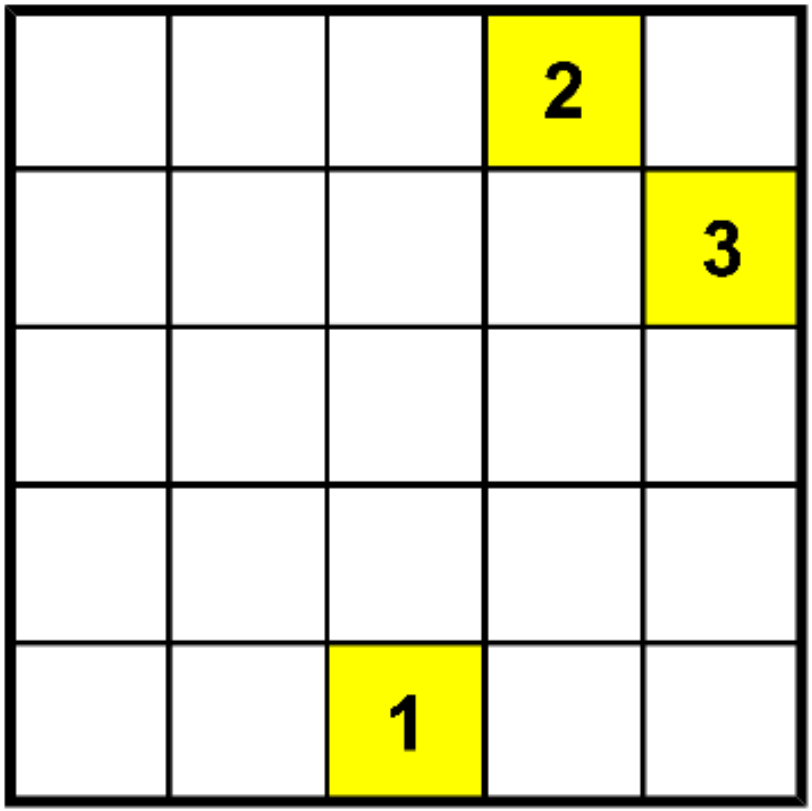
Carrés magiques d'ordre 5



Report sur la case à l'intérieur du carré

© Aimé Lachal – 2016

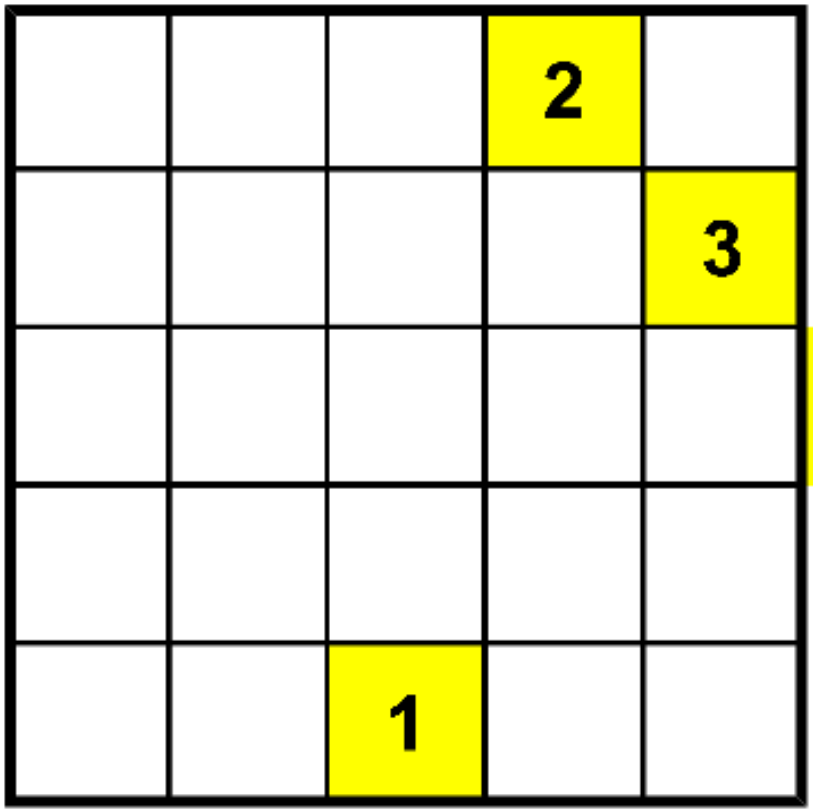
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale descendante

© Aimé Lachal – 2016

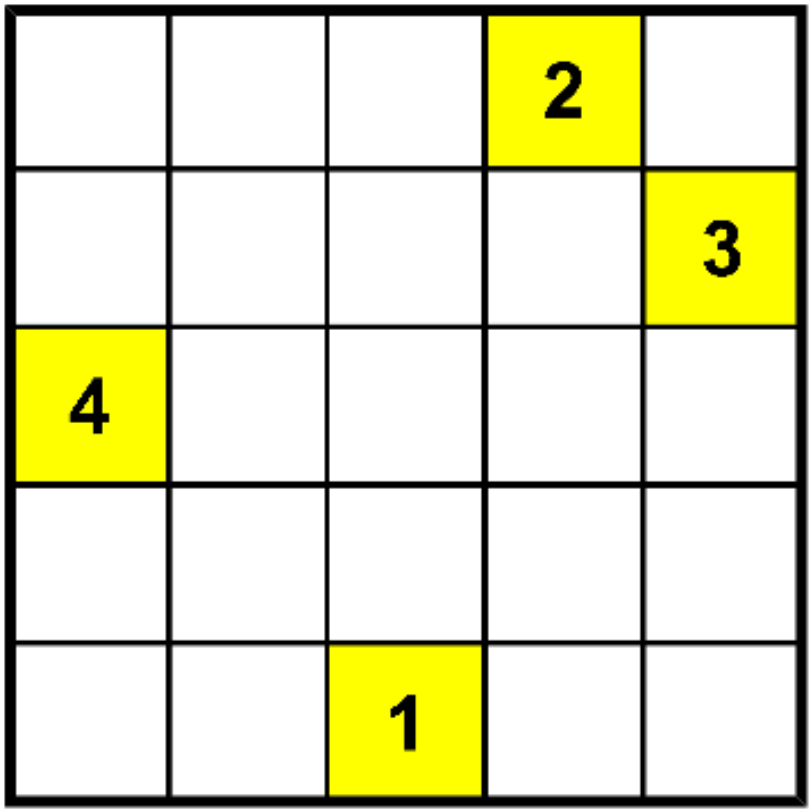
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale descendante

© Aimé Lachal – 2016

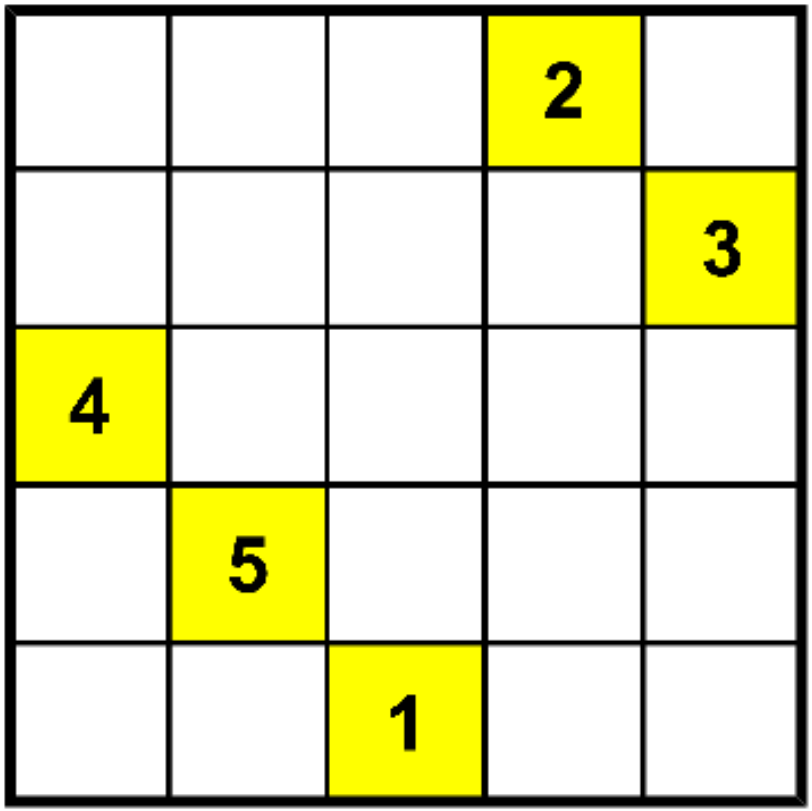
Carrés magiques d'ordre 5



Report sur la case à l'intérieur du carré

© Aimé Lachal – 2016

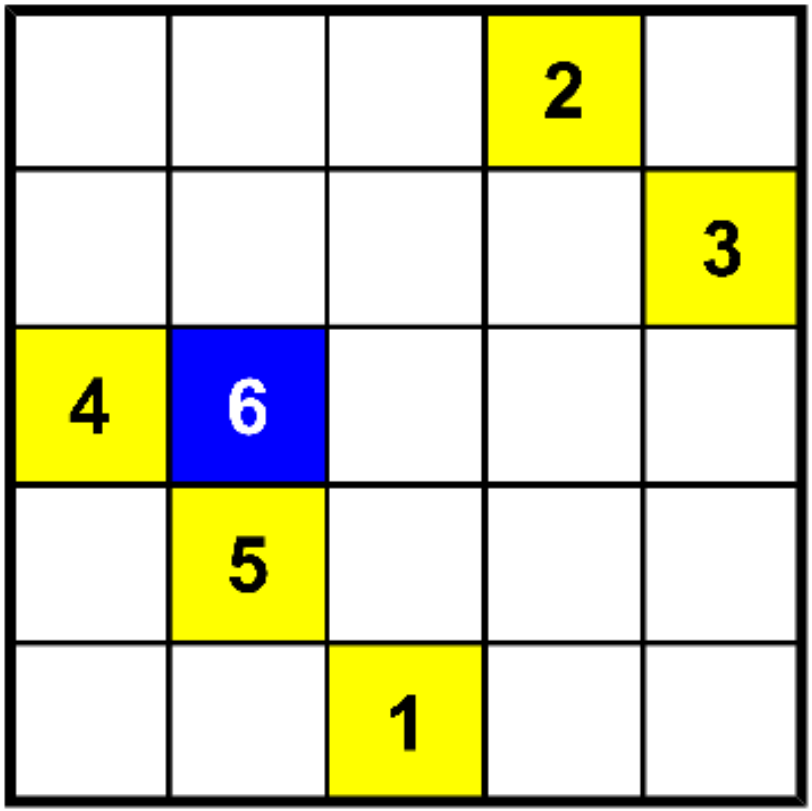
Carrés magiques d'ordre 5



Remplissage en diagonale descendante

© Aimé Lachal – 2016

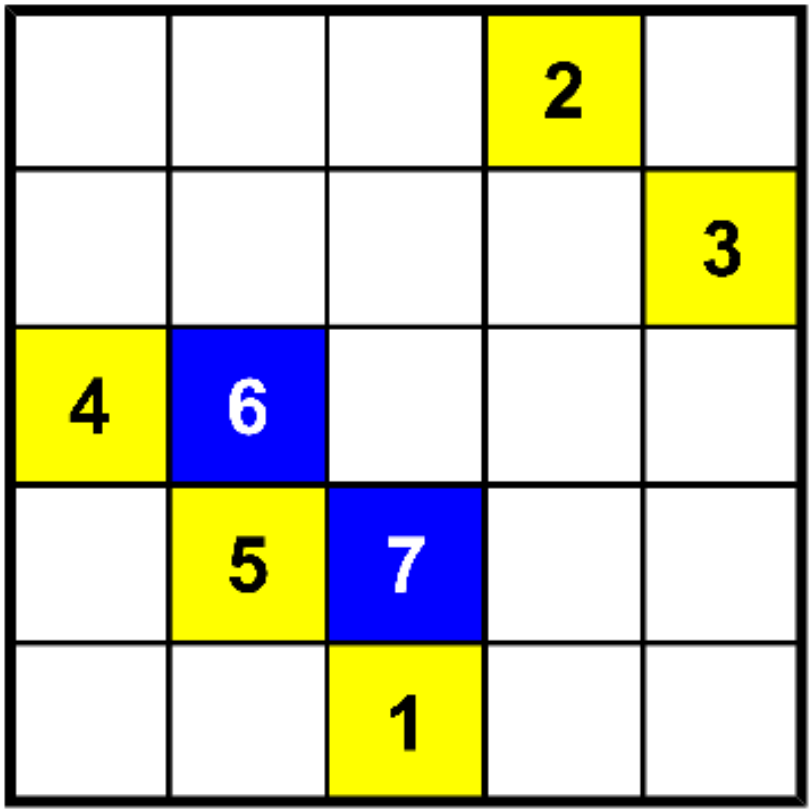
Carrés magiques d'ordre 5



Collision : saut vertical ascendant d'une case

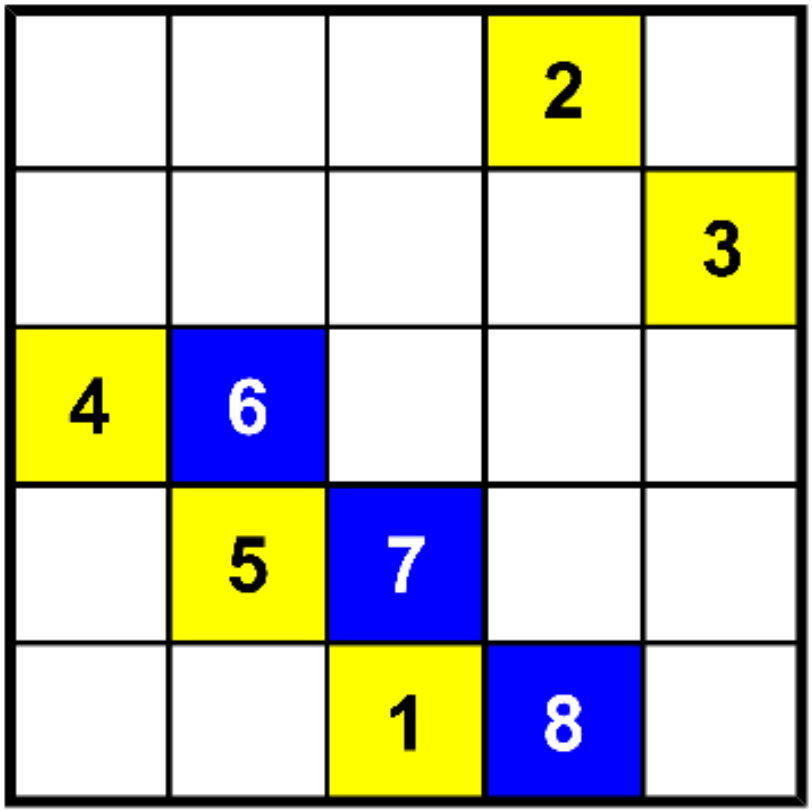
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



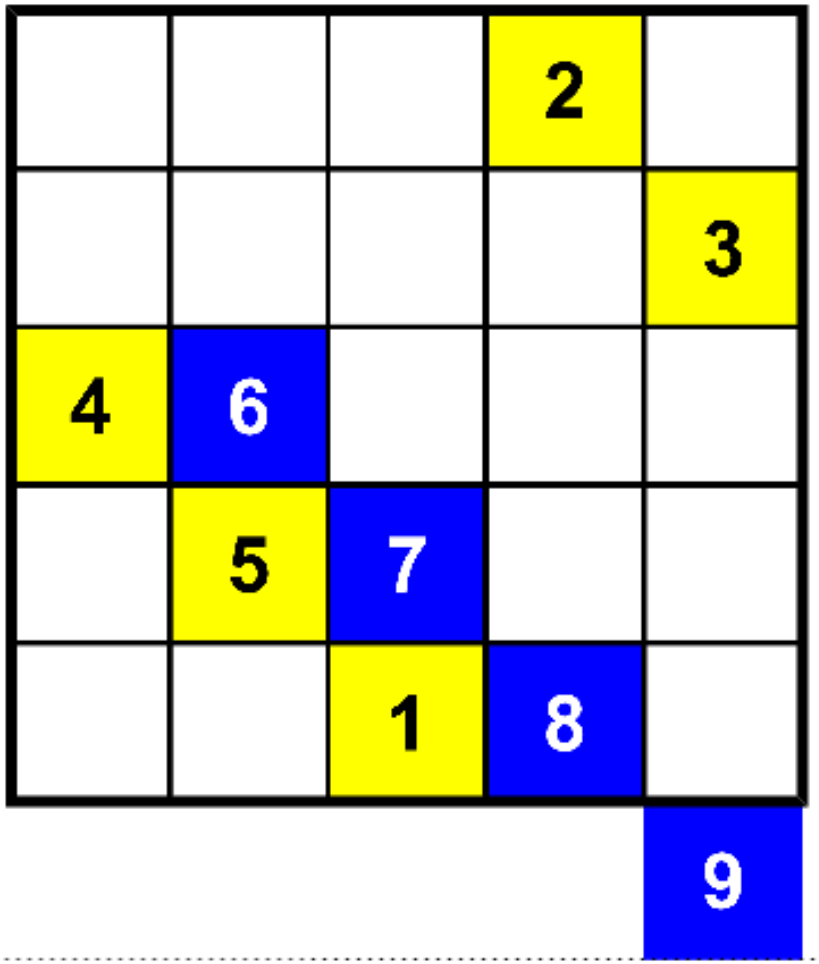
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



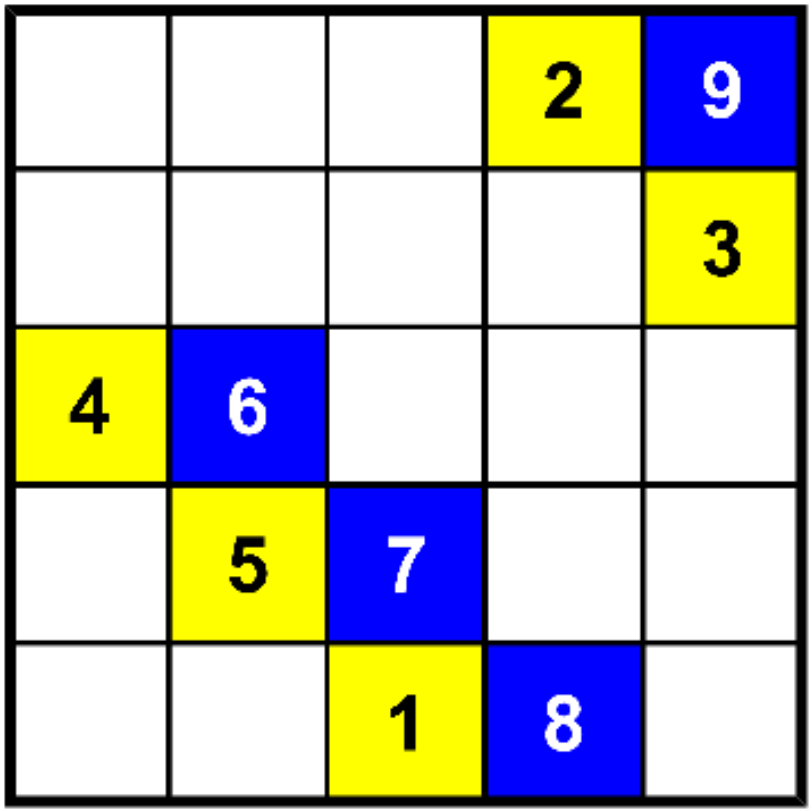
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



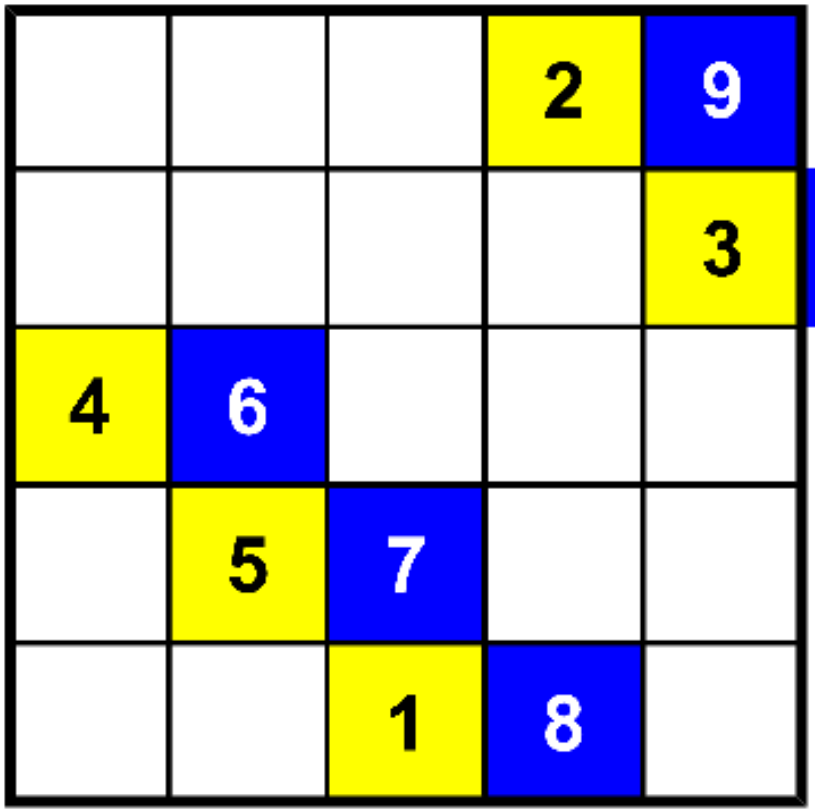
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



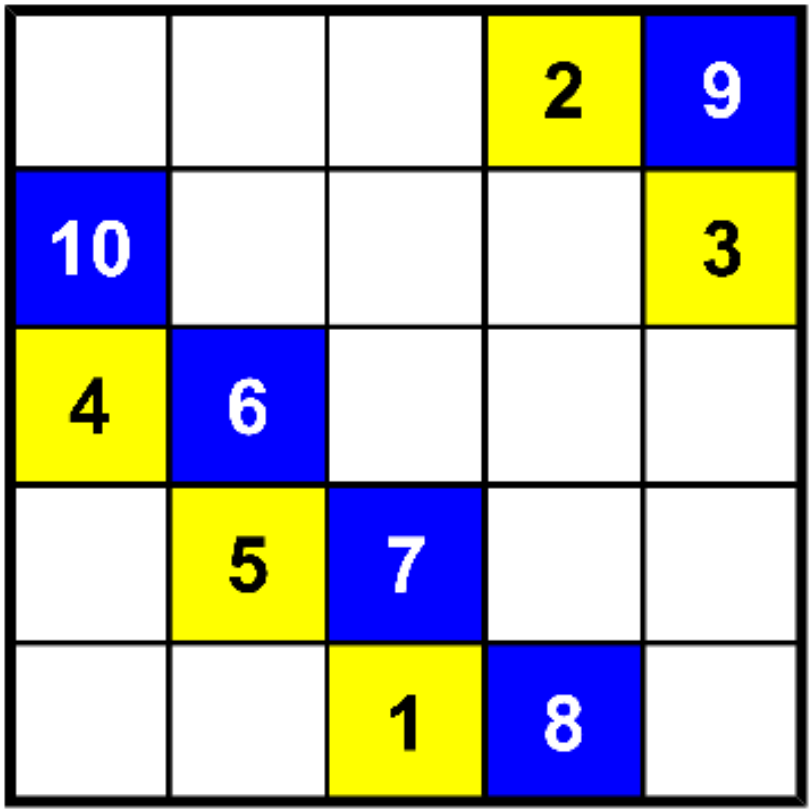
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



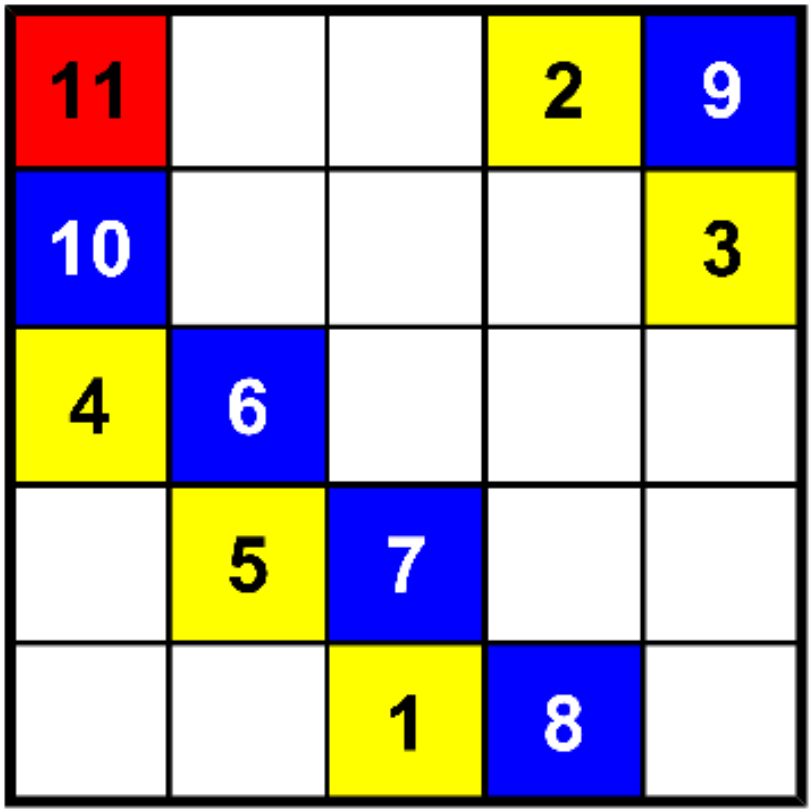
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



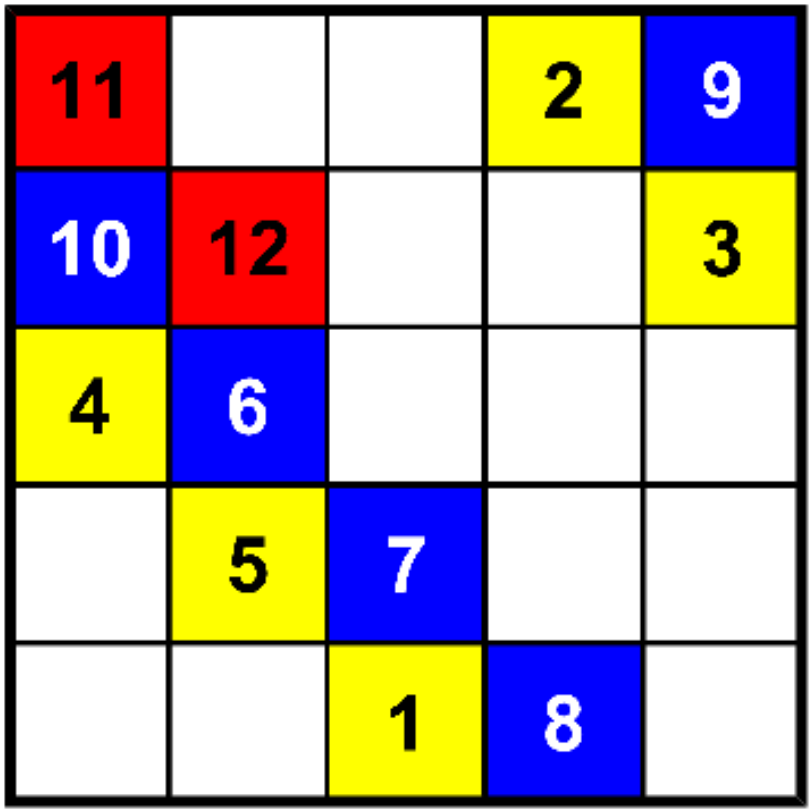
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



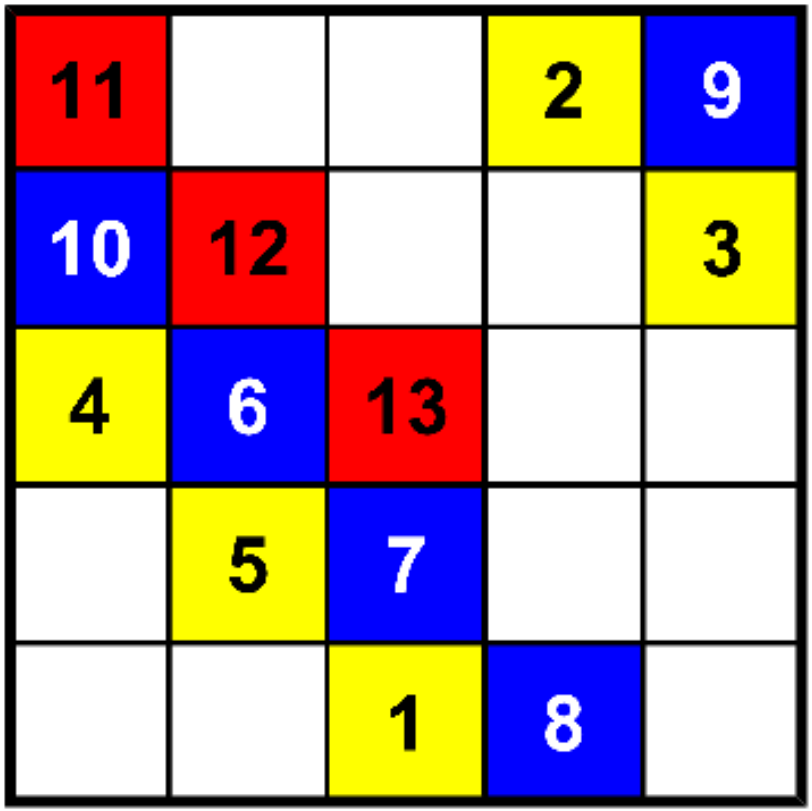
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



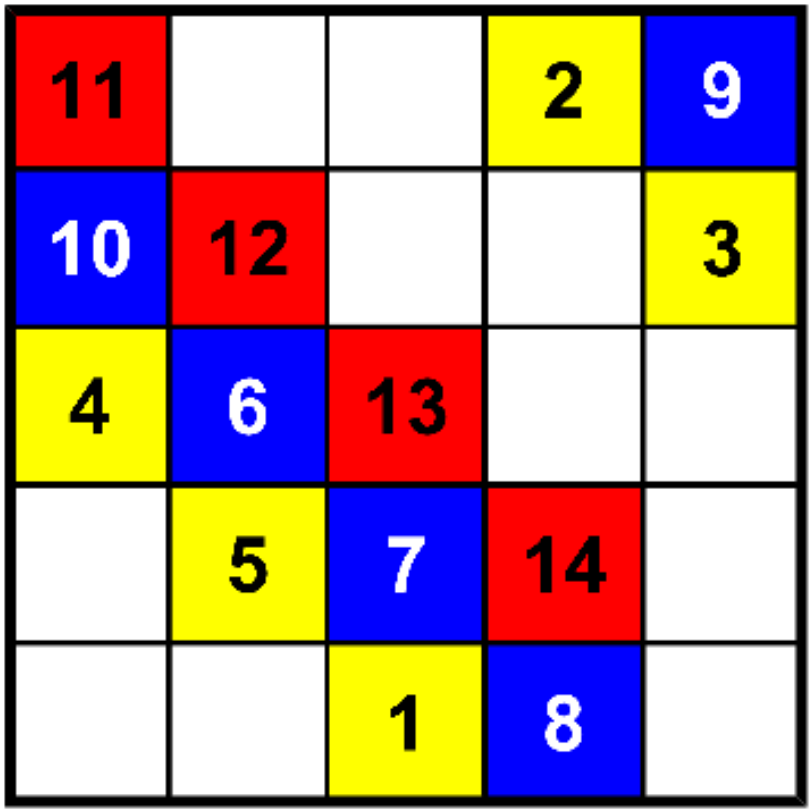
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



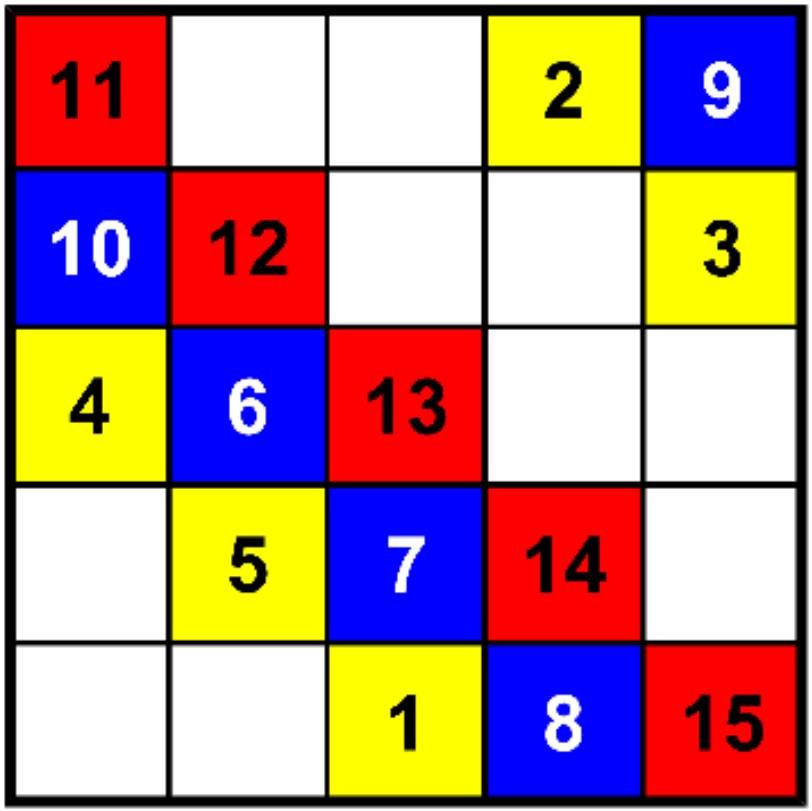
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



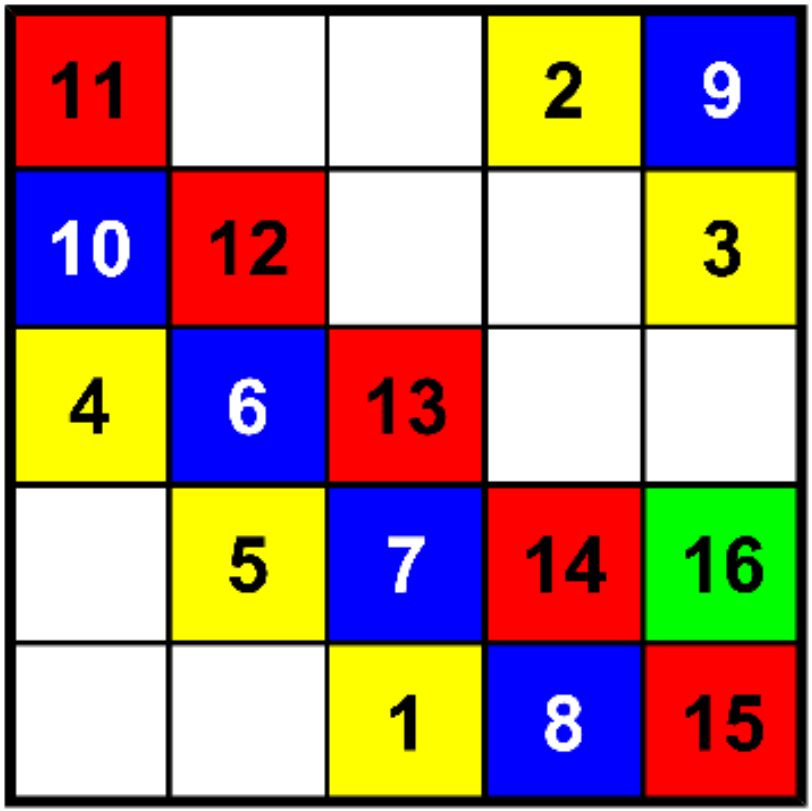
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



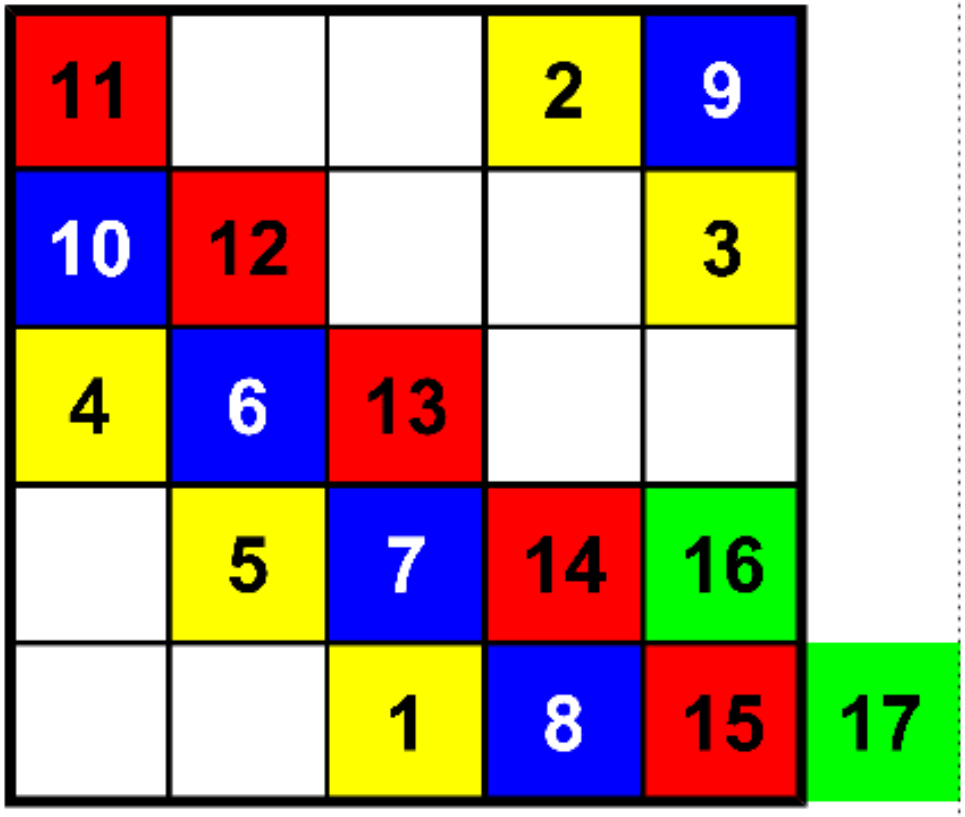
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



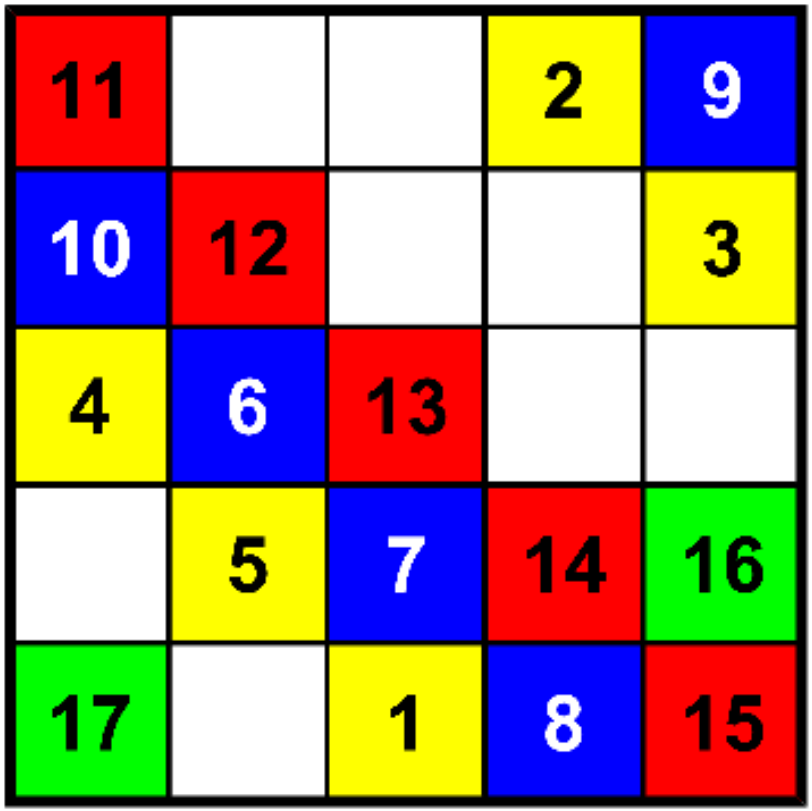
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



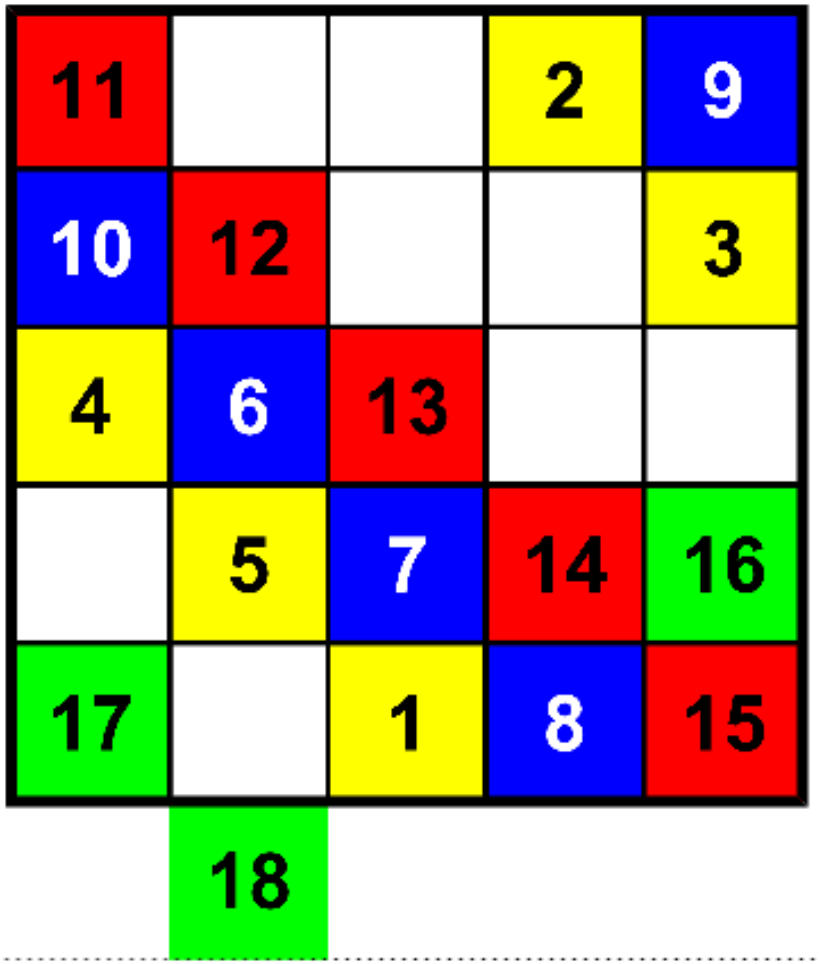
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



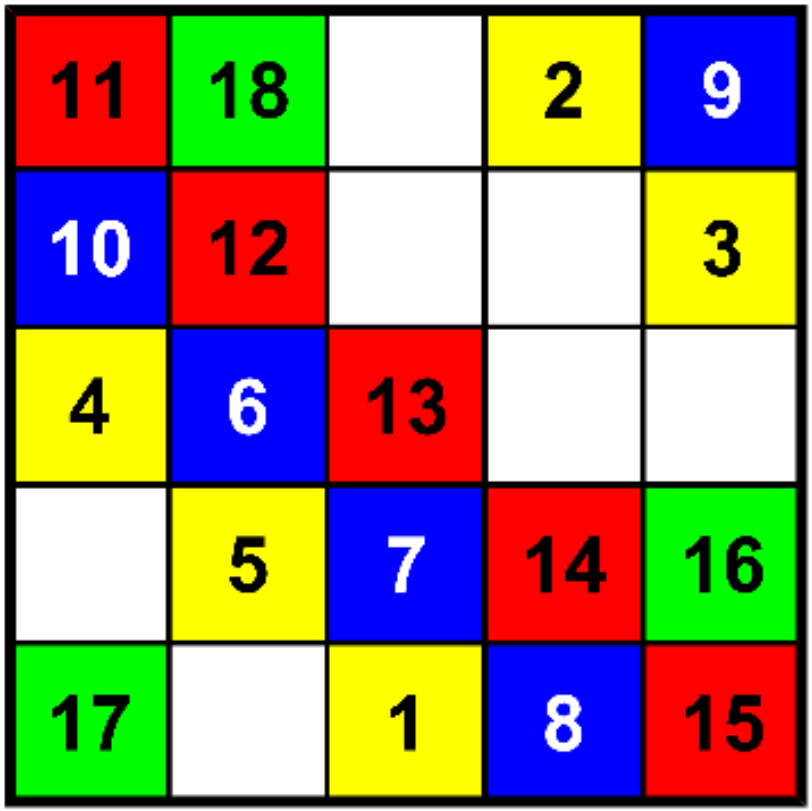
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



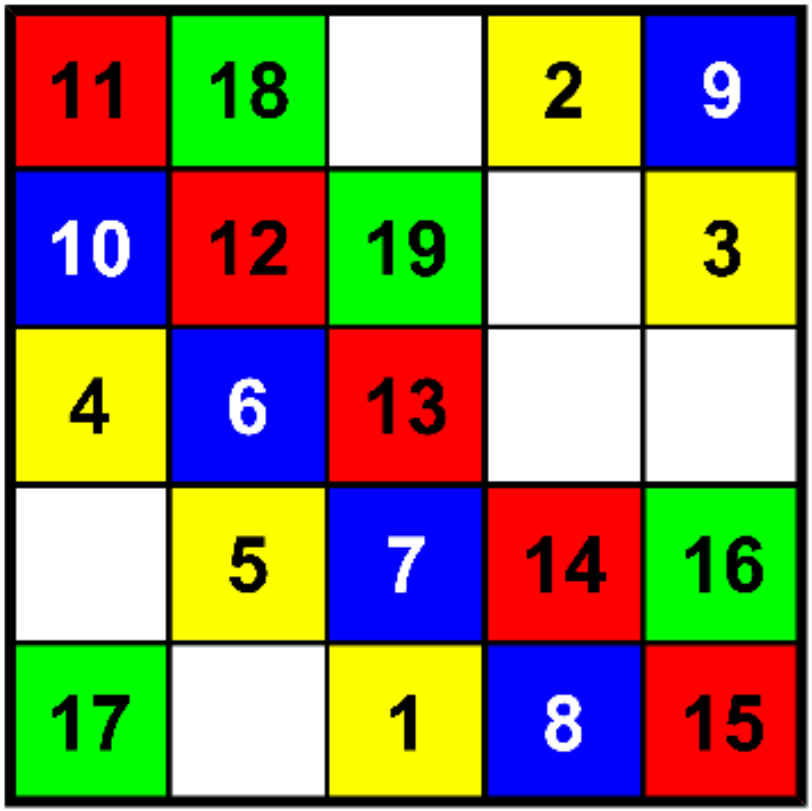
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



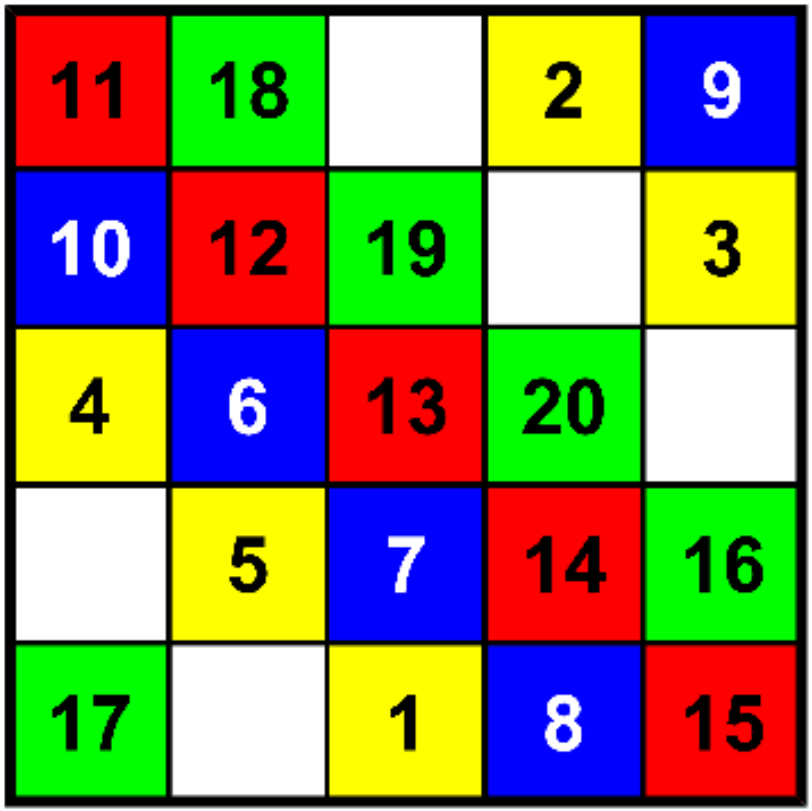
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



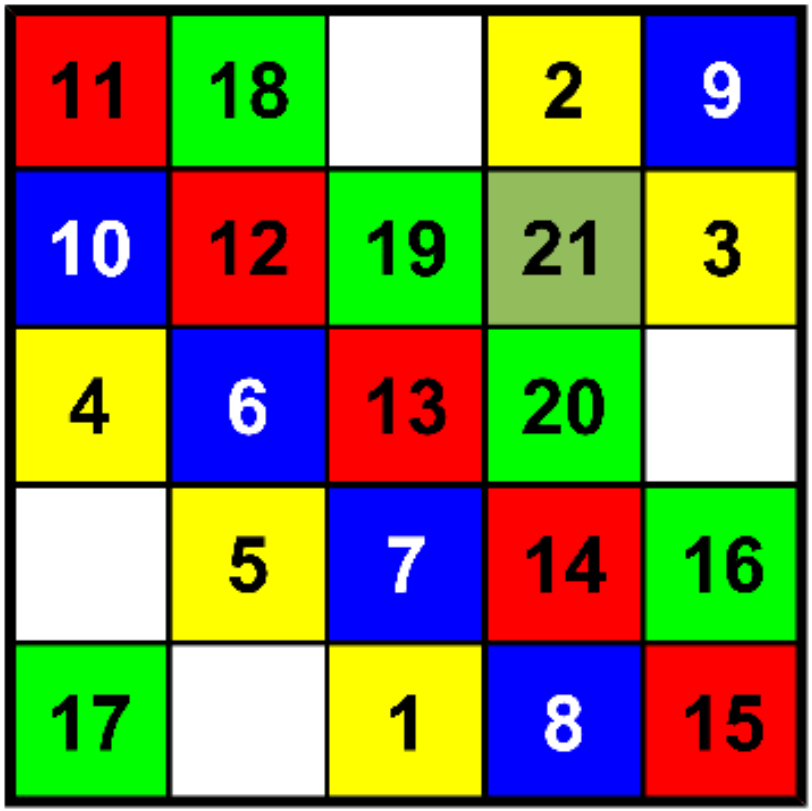
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



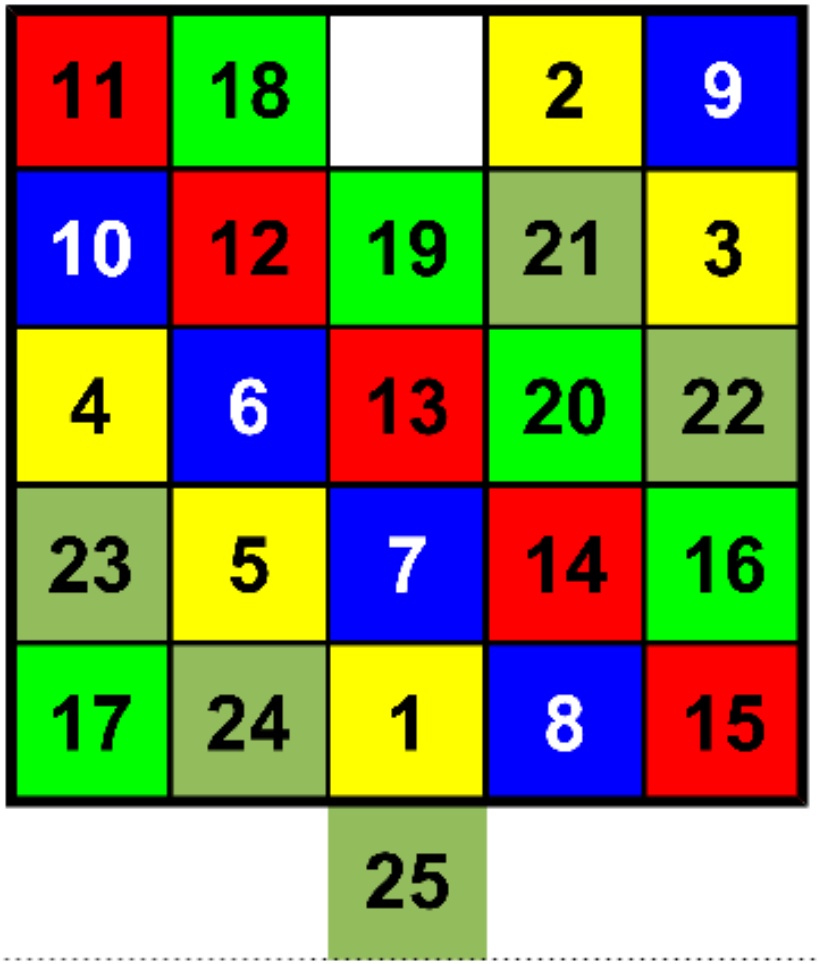
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

11	18	25	2	9
10	12	19	21	3
4	6	13	20	22
23	5	7	14	16
17	24	1	8	15

Un carré normal de somme 65

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

Formule explicite des éléments du carré

Élément situé sur les i^e ligne et j^e colonne

$$5\,[(j-i+2) \bmod 5] + [(2j-i-1) \bmod 5] + 1$$

Localisation du nombre k

$$i = [k - 2\,\mathrm{E}[\tfrac{1}{5}(k-1)] - 2] \bmod 5 + 1$$
$$j = [k - \mathrm{E}[\tfrac{1}{5}(k-1)] + 1] \bmod 5 + 1$$

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

11	18	25	2	9
10	12	19	21	3
4	6	13	20	22
23	5	7	14	16
17	24	1	8	15

Comparaison des deux procédés :

correspondance $(i,j) \longrightarrow (2i - j, j)$ modulo 5

lignes du 1er carré = pandiagonales ascendantes du 2e carré

© Aimé Lachal – 2016

Encore une autre façon de remplir le carré

© Aimé Lachal – 2016

Un des plus grands mathématiciens de tous les temps...

© Aimé Lachal – 2016

Sur un échiquier…

Leonhard Euler (1707–1783)

Mathématicien et physicien suisse.

→ *Étude du*
« problème du cavalier »

→ *« Solution d'une question curieuse qui ne paroit soumise à aucune analyse » (1766)*



© Aimé Lachal – 2016

Sur un échiquier…

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

ANNÉE MDCCLIX.



A BERLIN,
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour et de l'Académie Royale.
MDCCLXVI.

TABLE.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

Observations *sur l'état présent de la Dioptrique, sur les moyens de perfectionner les Lunettes à réfraction, & sur la découverte qu'on annonce d'un nouveau genre d'objectifs qui les porte au plus-haut degré de perfection, par* M. le Comte DE REDERN. 89

De *la propagation du Son, par* M. EULER. 185

Supplément aux Recherches *sur la propagation du son, par* M. EULER. 210

Continuation des Recherches *sur la propagation du son, par* M. EULER. 241

Recherches *sur le mouvement de rotation des corps celestes, par* M. EULER. 265

Solution *d'une Question curieuse qui ne paroit soumise à aucune analyse, par* M. EULER. 310

Recherches *sur le dérangement du mouvement d'une Planete, par l'action d'une autre Planete, ou d'une Comete, par* M. J. A. EULER. 338

© Aimé Lachal – 2016

Sur un échiquier…



SOLUTION

D'UNE

QUESTION CURIEUSE QUI NE PAROIT

SOUMISE À AUCUNE ANALYSE,

PAR M. EULER.

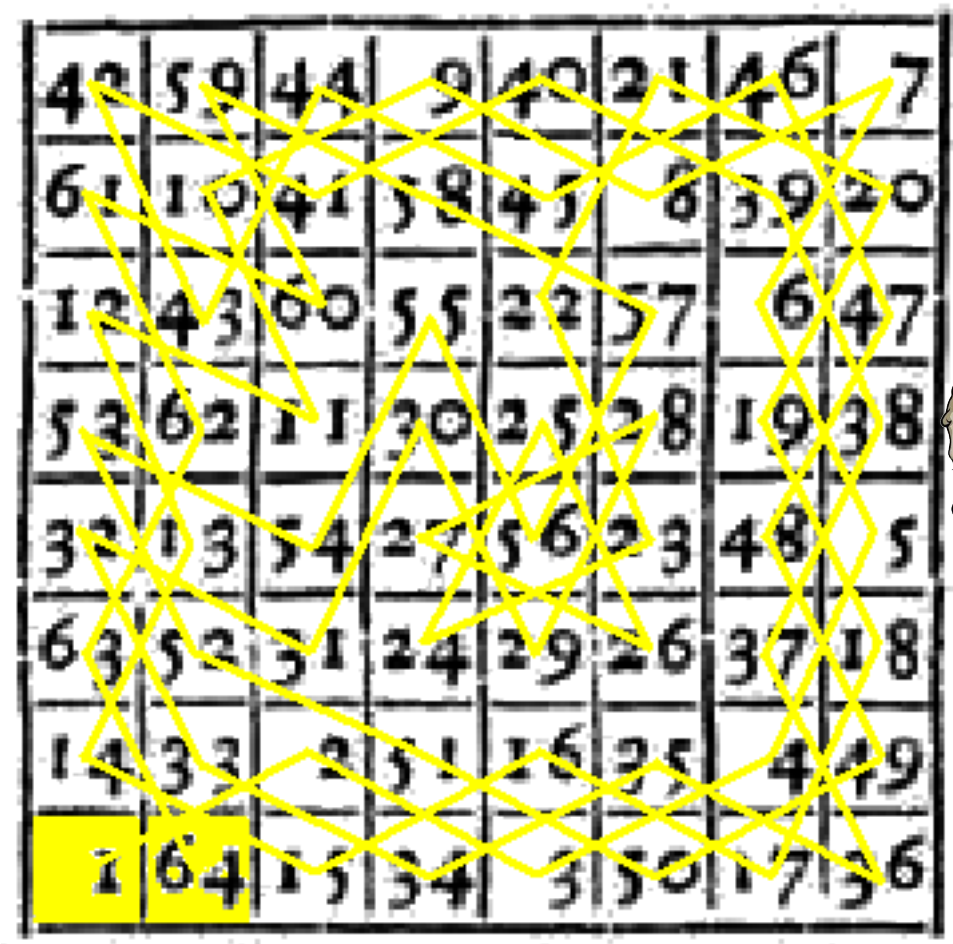
I.

Je me trouvai un jour dans une compagnie, où, à l'occaſion du jeu d'echecs quelqu'un propoſa cette queſtion: *de parcourir avec un cavalier toutes les caſes d'un échiquier, ſans parvenir jamais deux fois à la même, & en commençant par une caſe donnée.* On mettoit pour cette fin des jettons ſur toutes les 64 caſes de l'échiquier, à l'exception de celle où le Cavalier devoit commencer ſa route; & de chaque caſe où le Cavalier paſſoit conformément à ſa marche, on ôtoit le jetton, de ſorte qu'il s'agiſſoit d'enlever de cette façon ſucceſſivement tous les jettons. Il faloit donc éviter d'un côté, que le cavalier ne revint jamais à une caſe vuide, & d'un autre côté il faloit diriger en ſorte ſa courſe, qu'il parcourut enfin toutes les caſes.

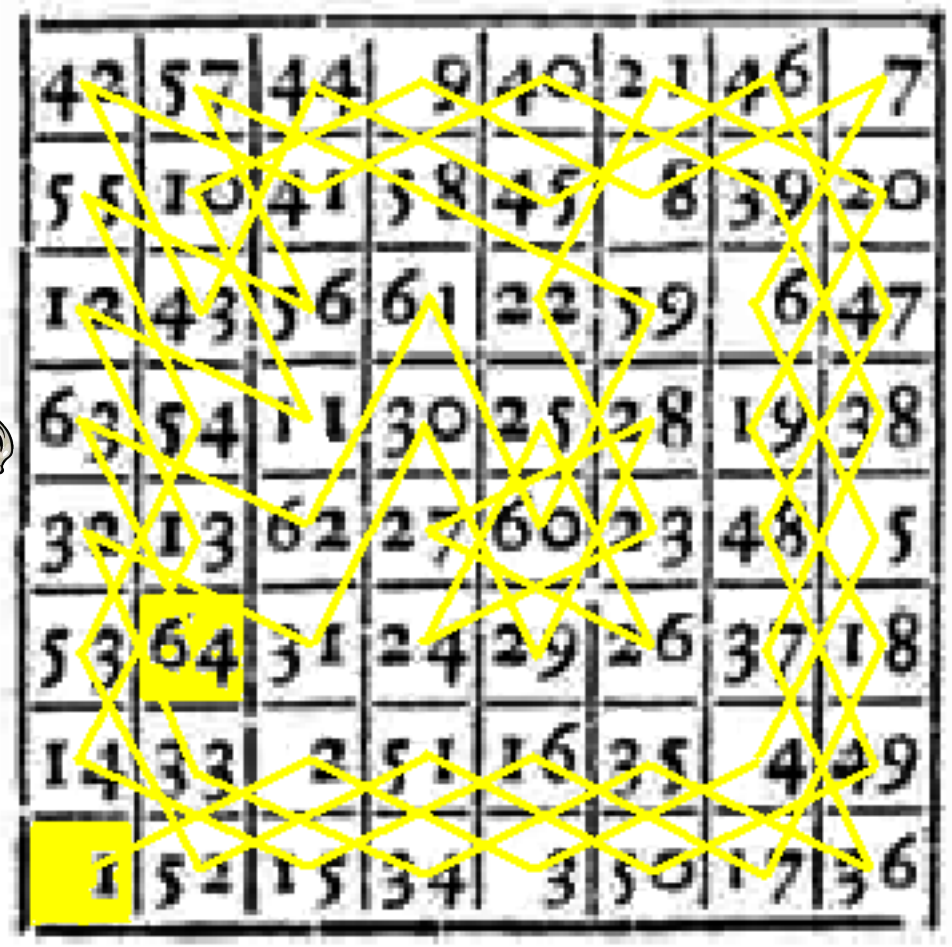


© Aimé Lachal – 2016

Deux échiquiers…







Parcours arrivant à côté de la case départ

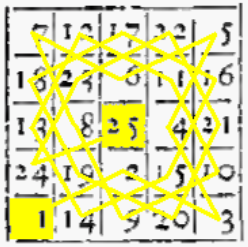
Parcours retournant à la case départ

Ces carrés ne sont pas magiques !

© Aimé Lachal – 2016

D'autres échiquiers…

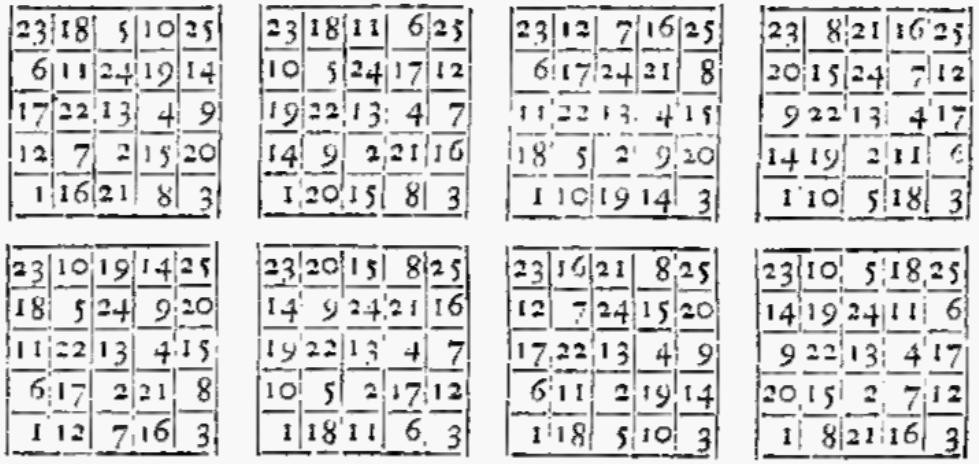
Le premier quarré que le cavalier puiſſe parcourir eſt celui de 25 caſes, qu'on pourra remplir moyennant les mêmes regles, en cas qu'on ne réuſſiſſe point au premier eſſai. Or la marche du cavalier produit toujours cette propriété, que les nombres pairs & impairs ſe ſuivent alternativement, comme on peut voir par toutes les figures rapportées juſqu'ici. D'où il eſt évident, que la derniere caſe contenant 25 ne ſauroit jamais communiquer avec la premiere 1: & partant il eſt impoſſible de trouver une route rentrante en elle-même dans le quarré de 25, ni dans aucune autre figure, qui contient un nombre impair de caſes.



Ici on peut encore ajouter cette condition, que les nombres qui ſe trouvent en deux caſes oppoſées, faſſent partout la même ſomme, ſavoir 26. Il faut donc que la premiere & derniere caſes ſe trouvent en des angles oppoſés; & pour trouver une telle route, on n'a qu'à commencer à remplir le quarré, & mettre à l'oppoſite de chaque nombre ſon complément à 26; & continuer auſſi loin qu'on pourra. Mais, puiſqu'on ſait que la caſe du milieu doit contenir 13, on ne ſauroit presque manquer: & alors, en conſervant la même propriété, on en peut tirer pluſieurs formes différentes: dont voici quelques unes.



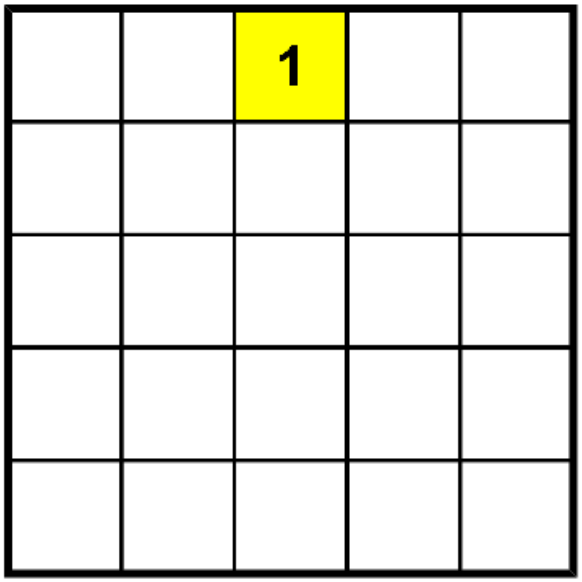
Dans toutes ces variations, tant les quatre premiers nombres 1 . . . 4, que les quatre derniers 22 . . . 25, avec celui du milieu 13, demeurent invariables, de ſorte que les variations ne s'étendent que ſur les autres. D'où il ſemble auſſi, que la route trouvée avec les 7 variations épuiſent entierement cette eſpece: voici donc toutes ces 8 routes repréſentées à la fois.



Ces carrés ne sont pas magiques !

© Aimé Lachal – 2016

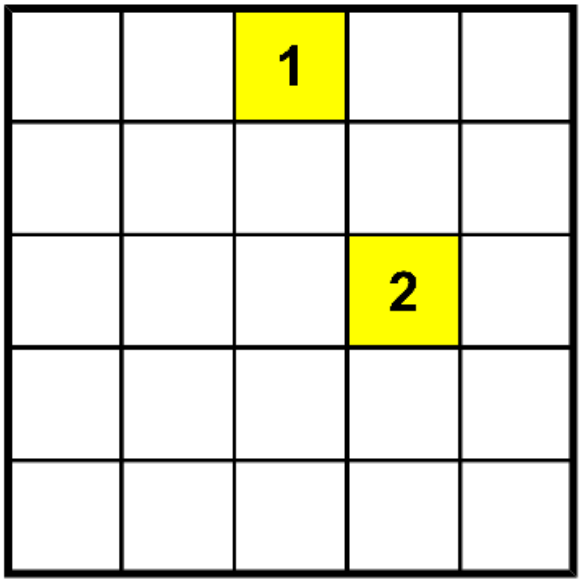
Carrés magiques d'ordre 5



Partant de la case médiane de la première rangée

© Aimé Lachal – 2016

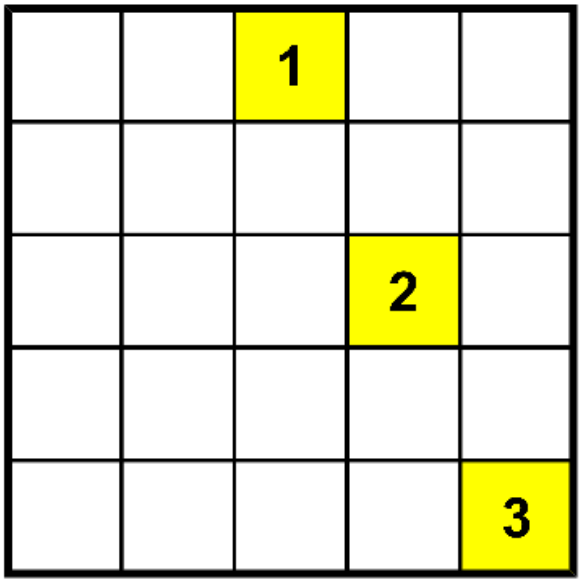
Carrés magiques d'ordre 5



Un saut de cavalier

© Aimé Lachal – 2016

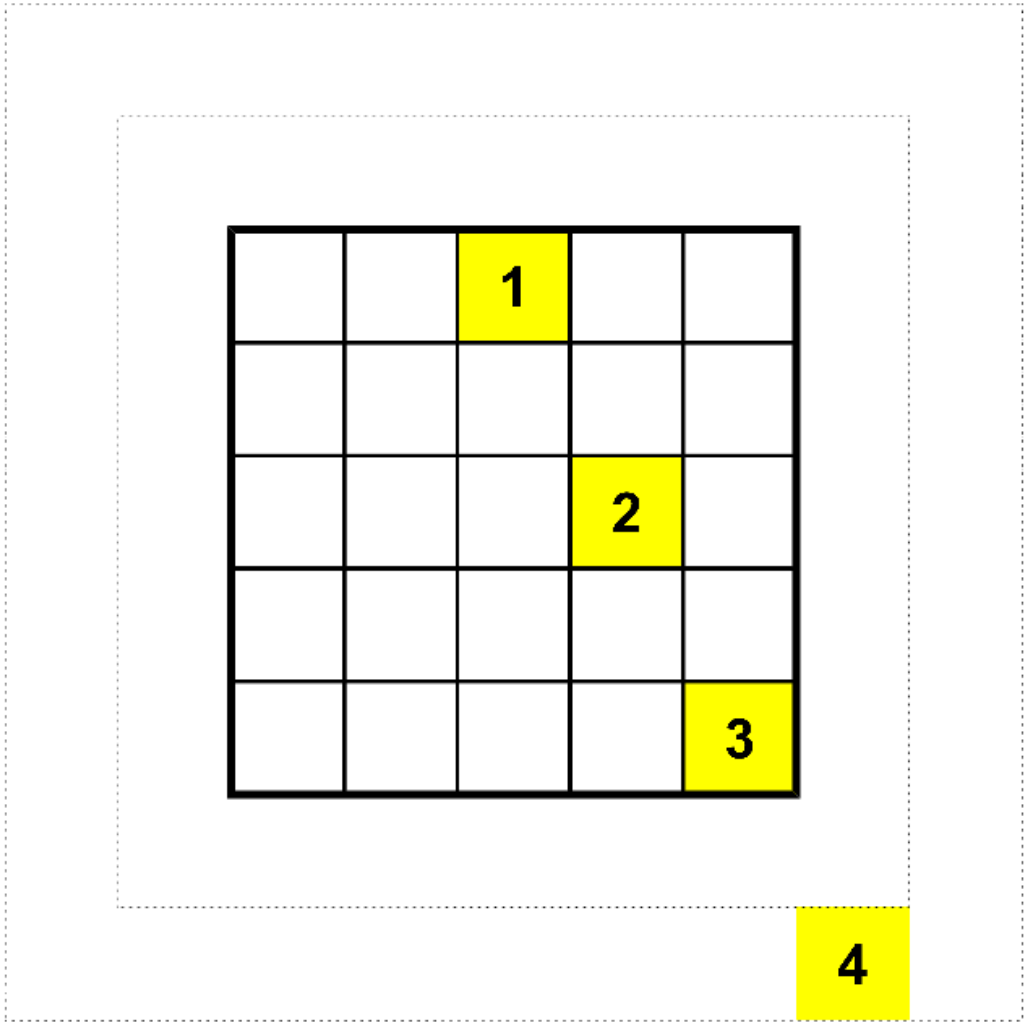
Carrés magiques d'ordre 5



Un saut de cavalier

© Aimé Lachal – 2016

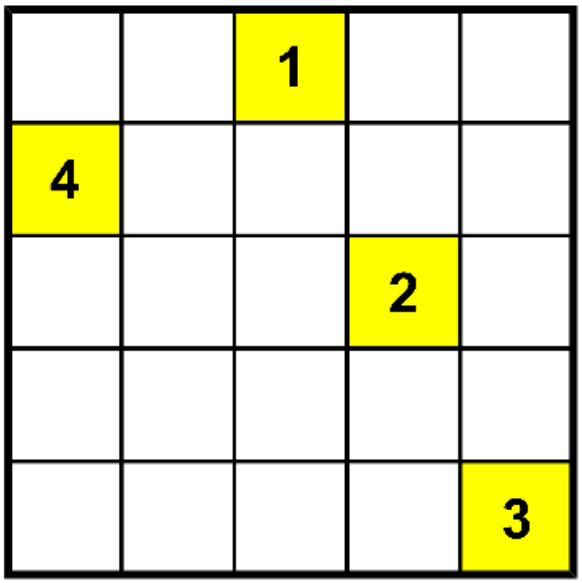
Carrés magiques d'ordre 5



Un saut de cavalier

© Aimé Lachal – 2016

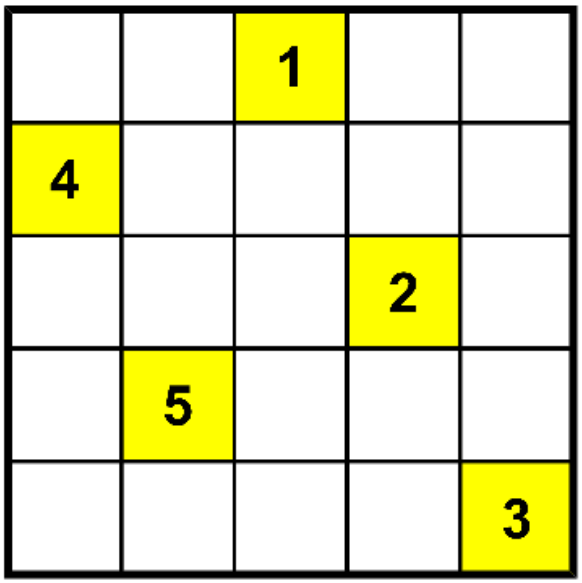
Carrés magiques d'ordre 5



Report sur la case à l'intérieur du carré

© Aimé Lachal – 2016

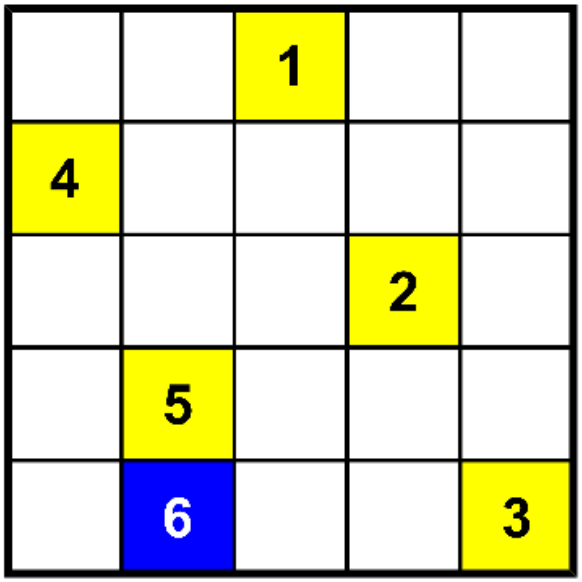
Carrés magiques d'ordre 5



Un saut de cavalier

© Aimé Lachal – 2016

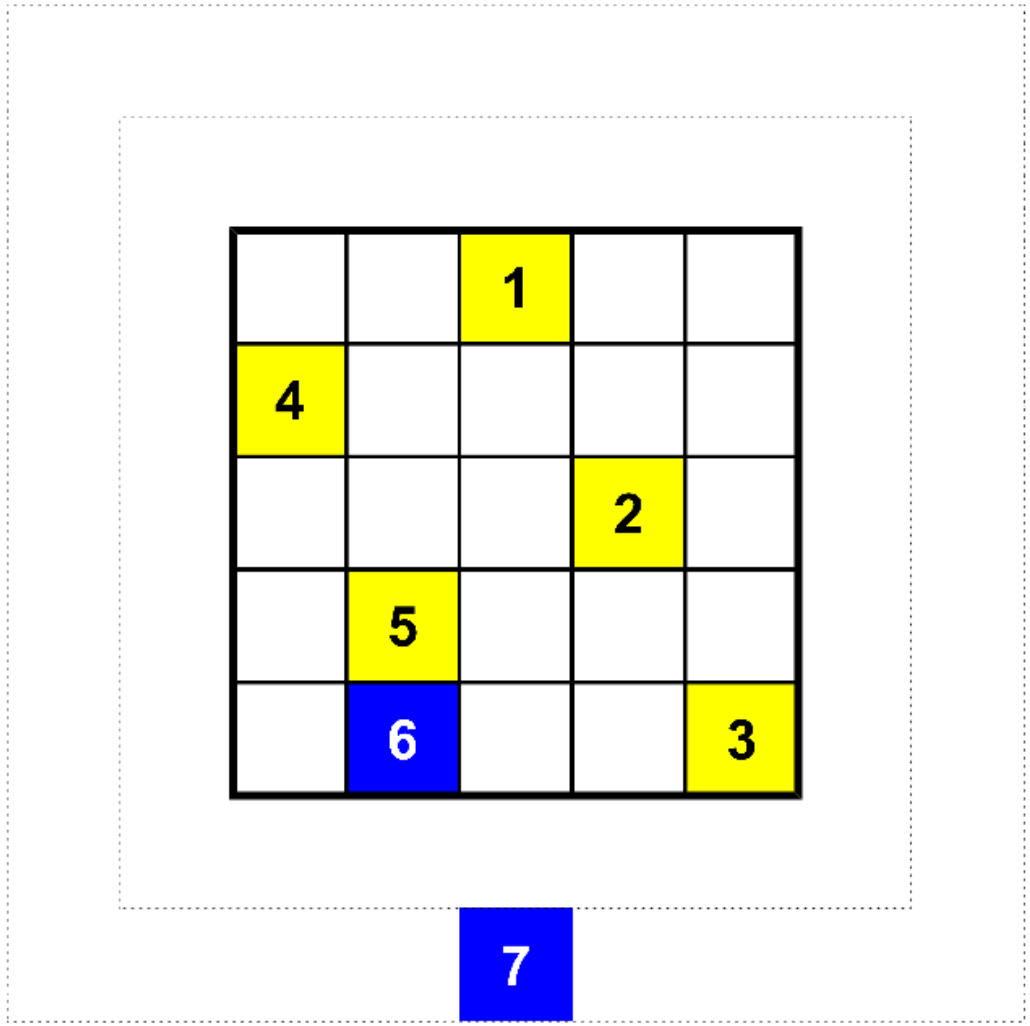
Carrés magiques d'ordre 5



Collision : saut vertical descendant d'une case

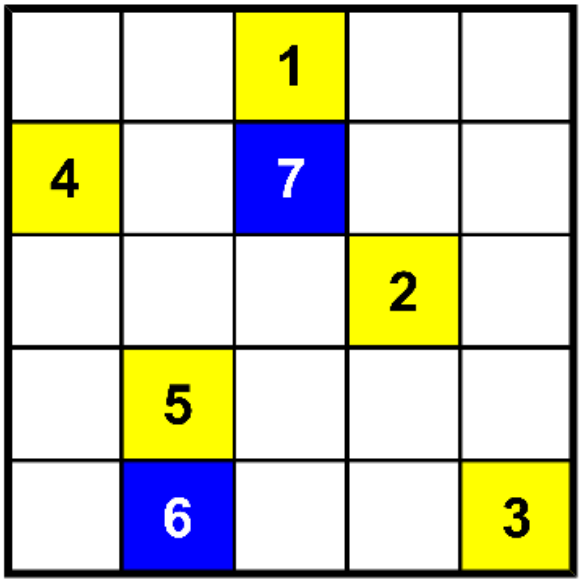
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



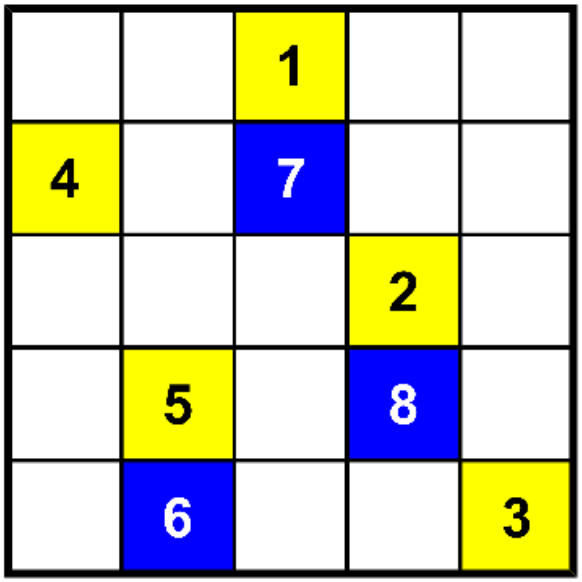
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



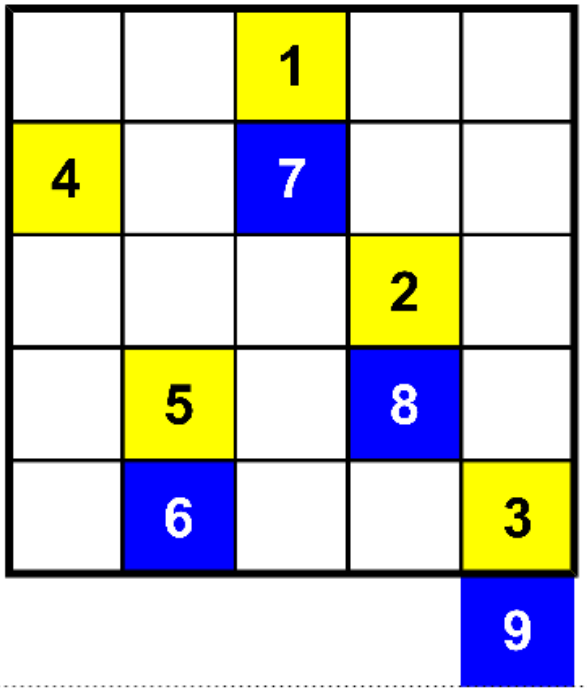
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



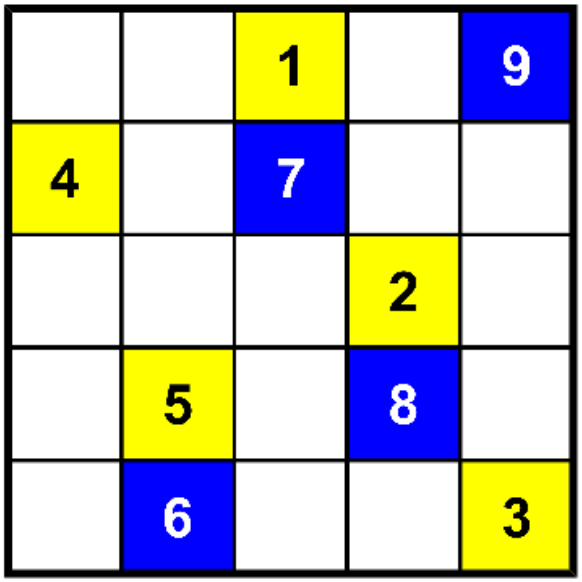
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



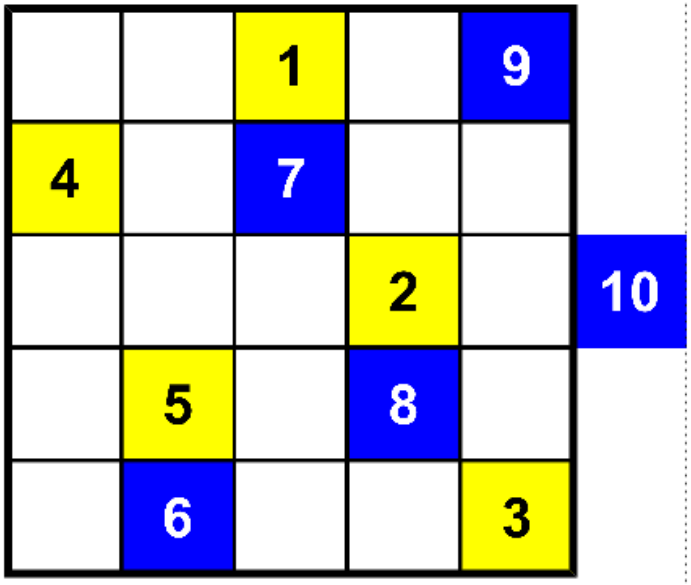
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



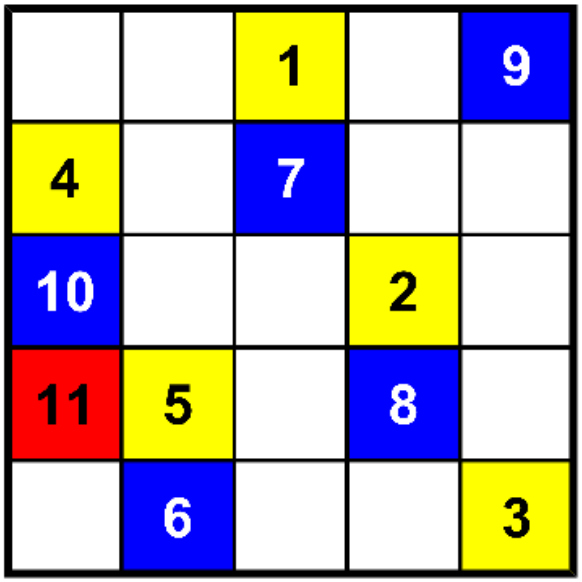
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

		1		9
4		7		
10			2	
	5		8	
	6			3

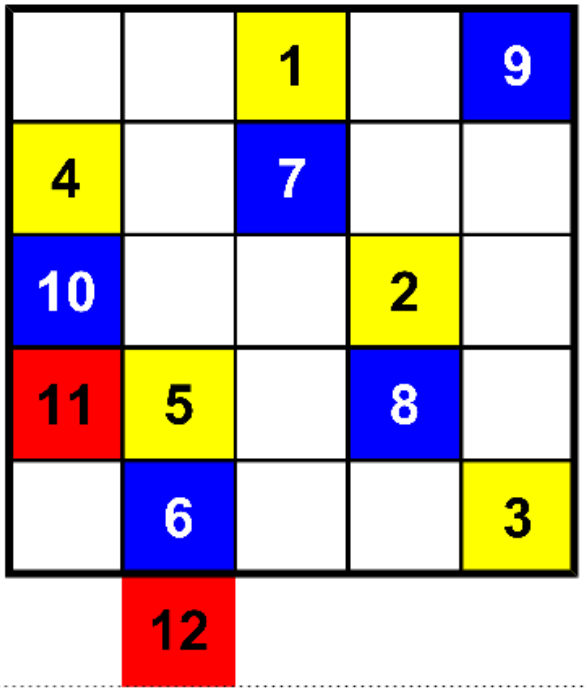
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



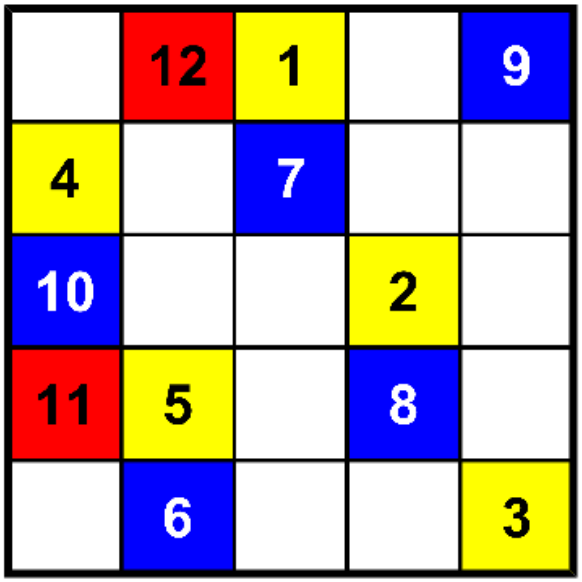
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



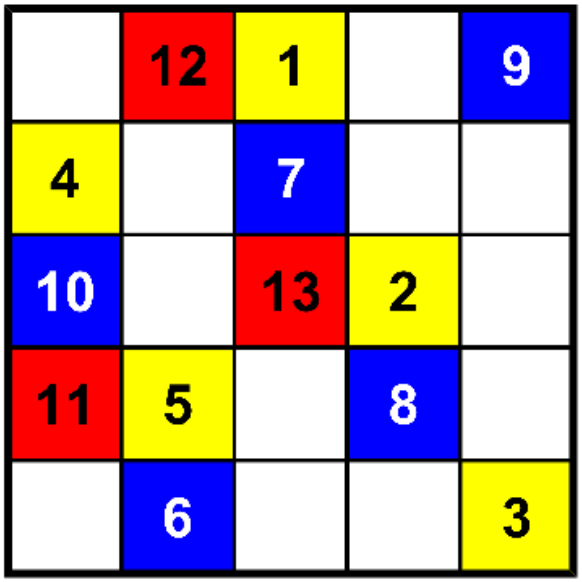
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



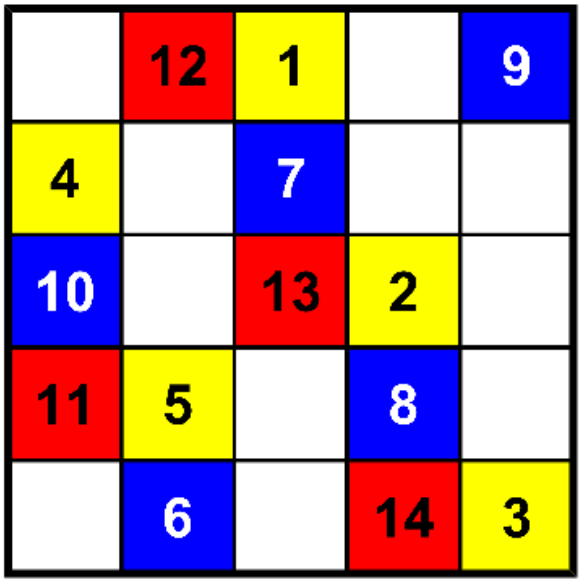
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



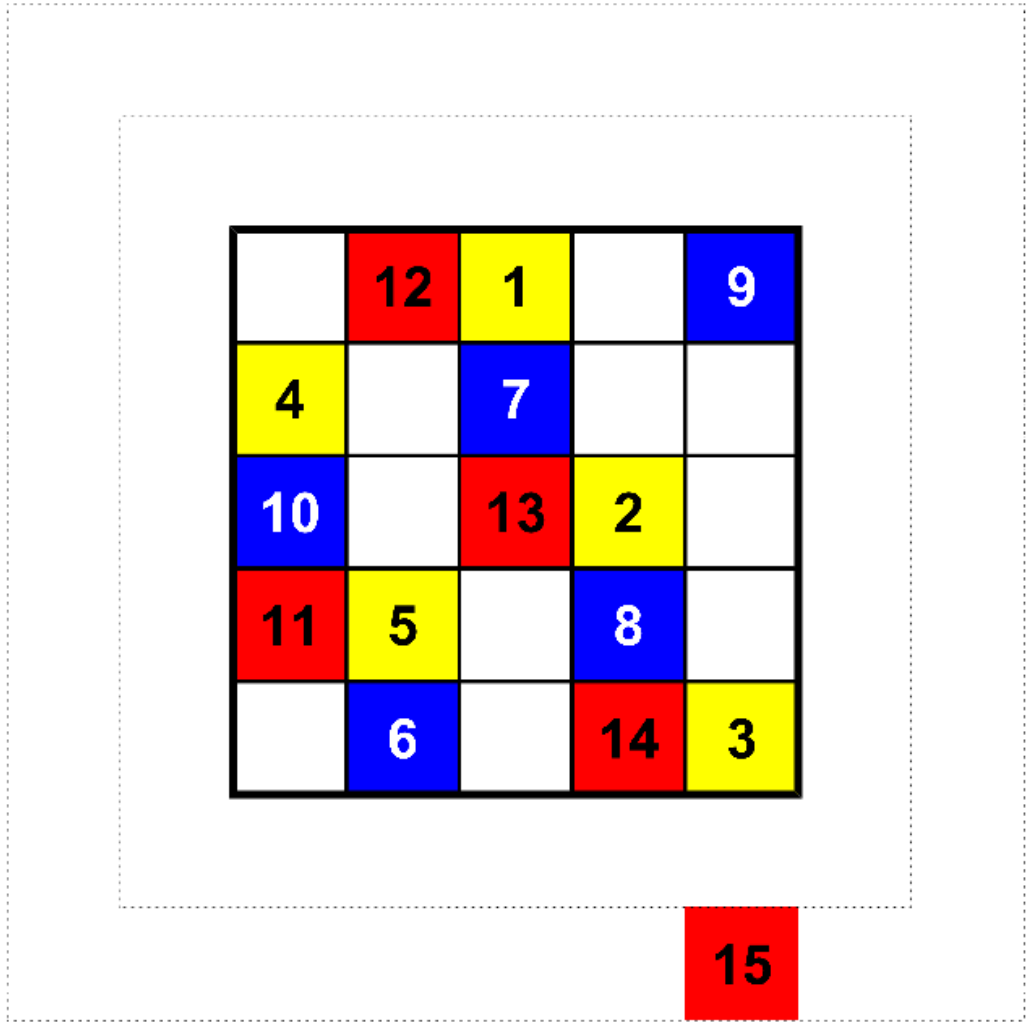
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



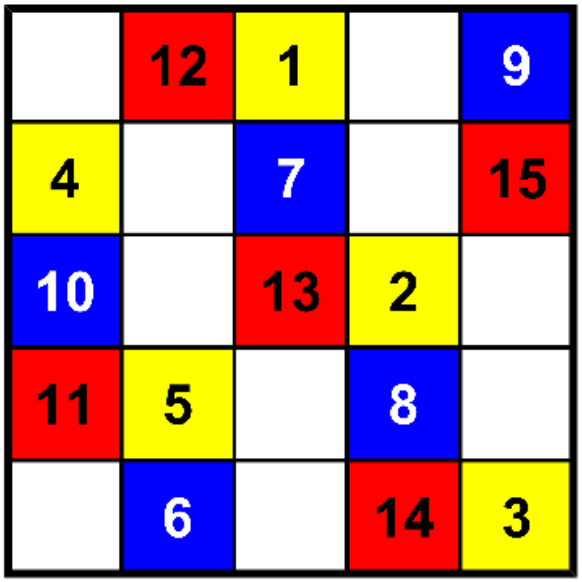
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



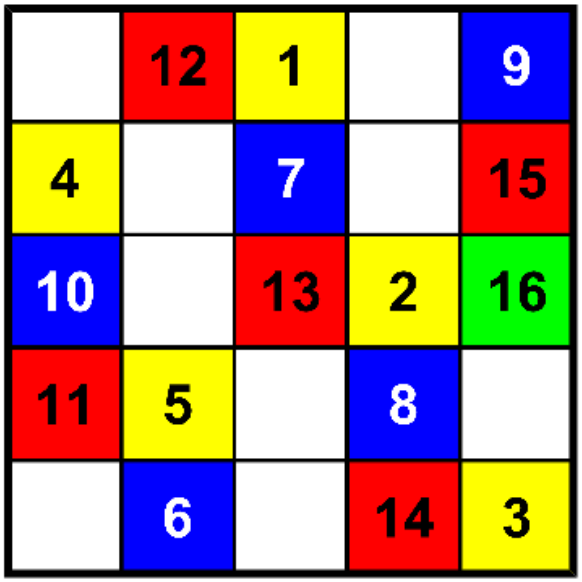
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



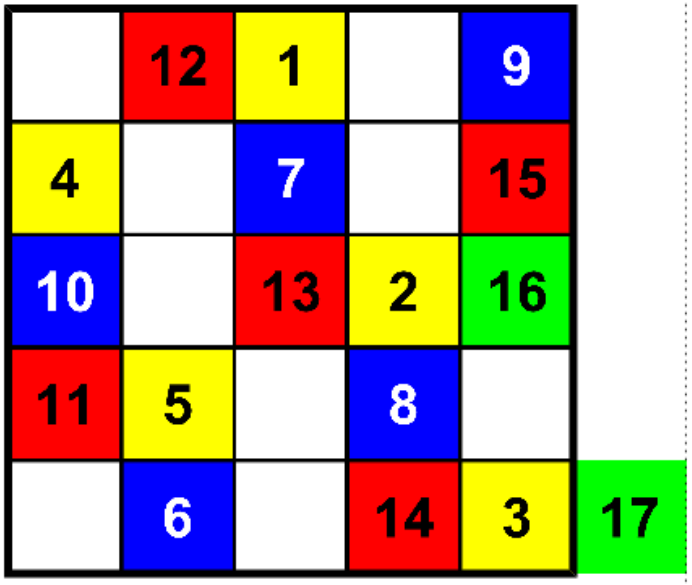
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



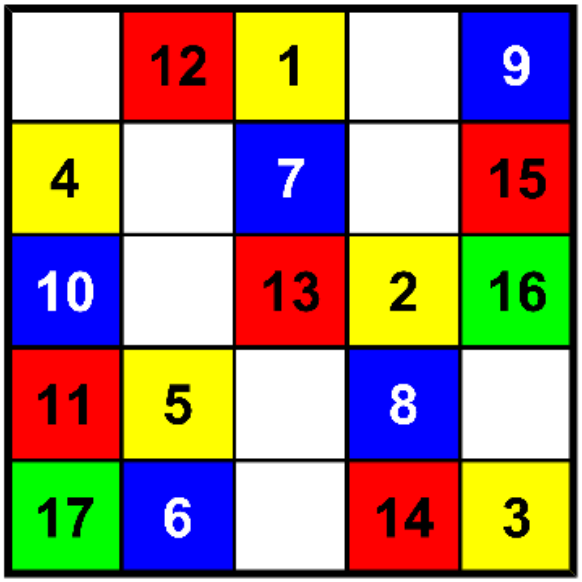
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



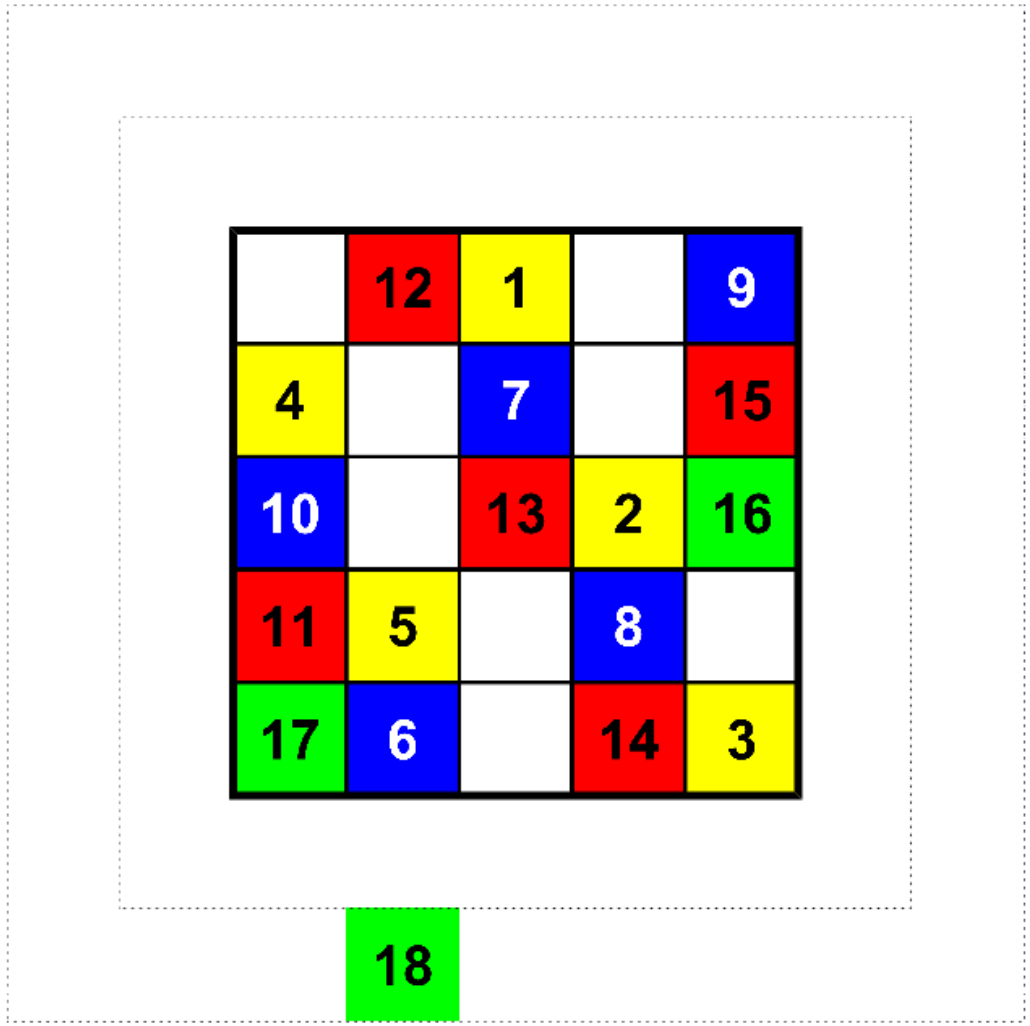
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



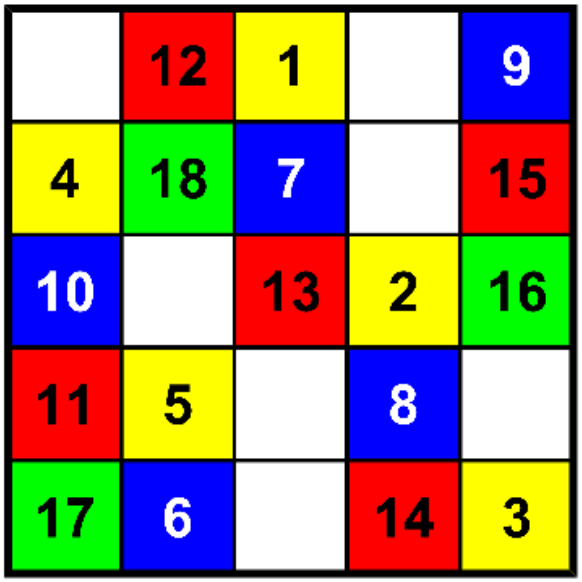
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



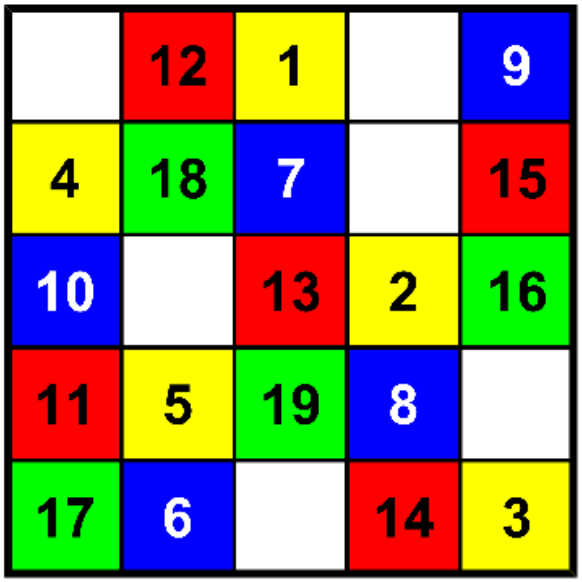
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



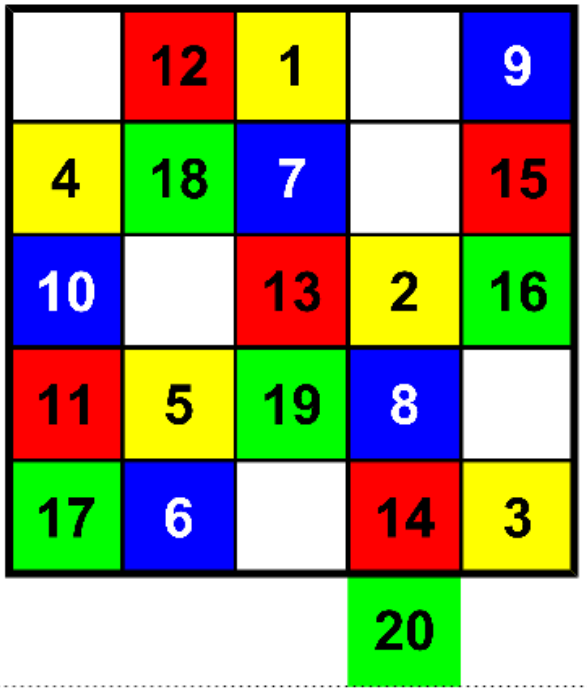
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



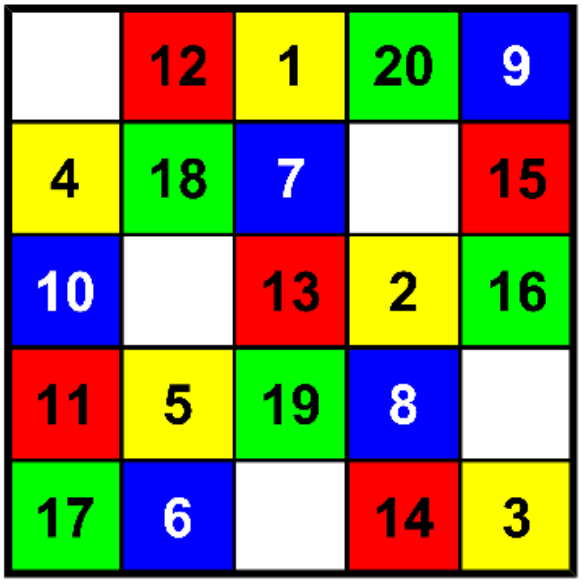
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



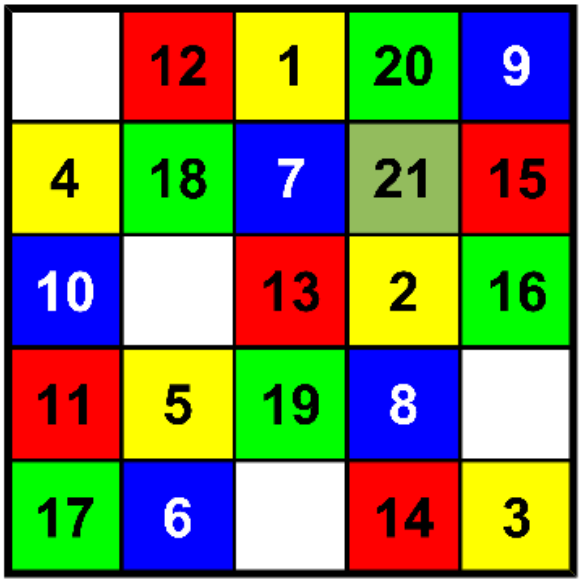
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



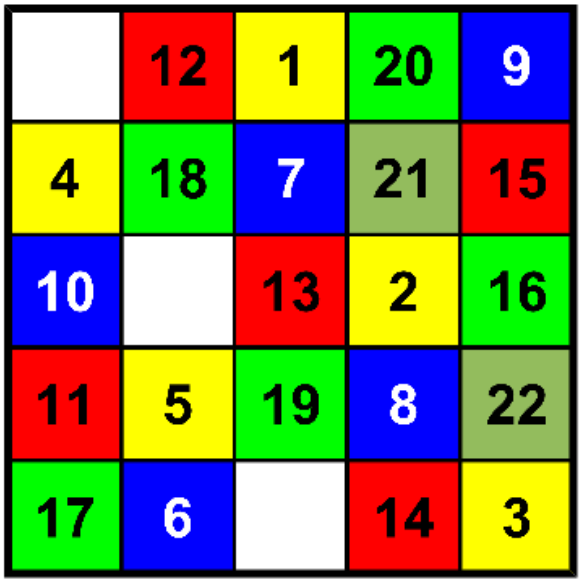
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



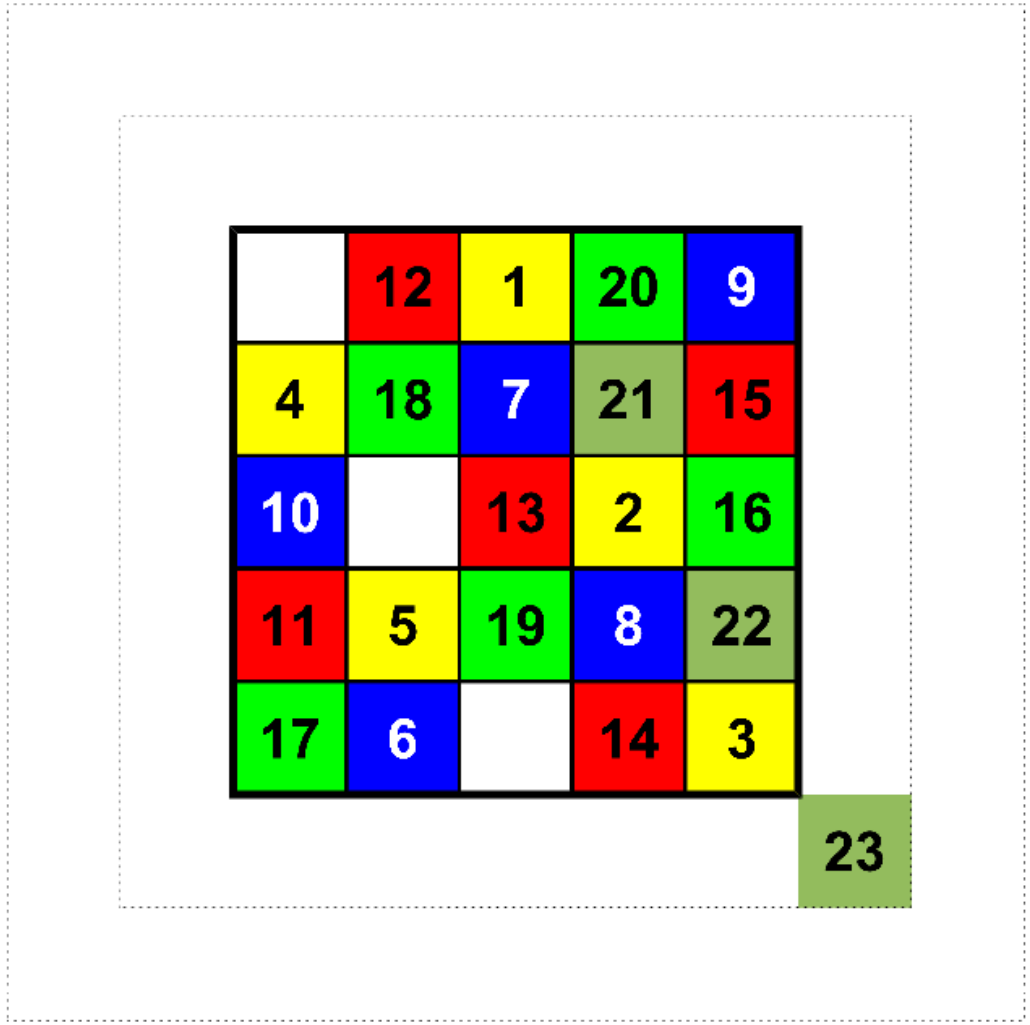
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



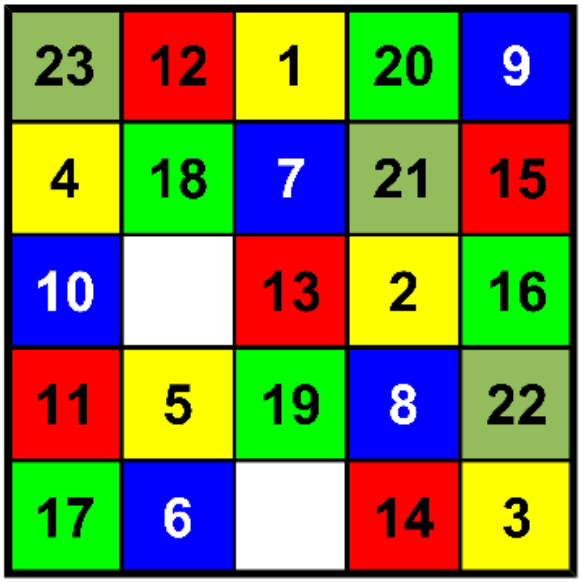
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



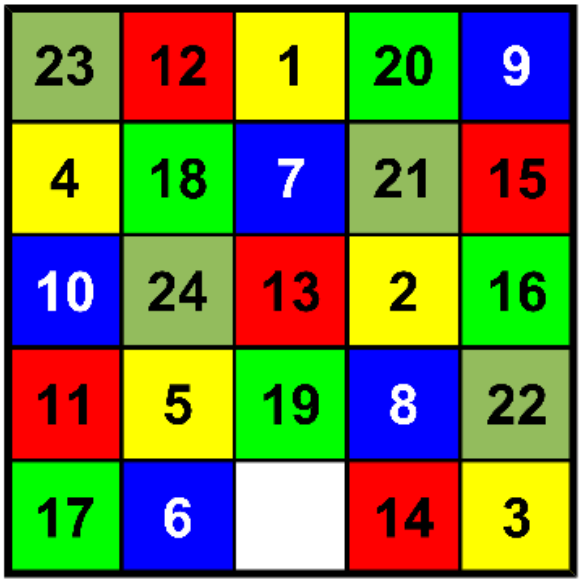
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



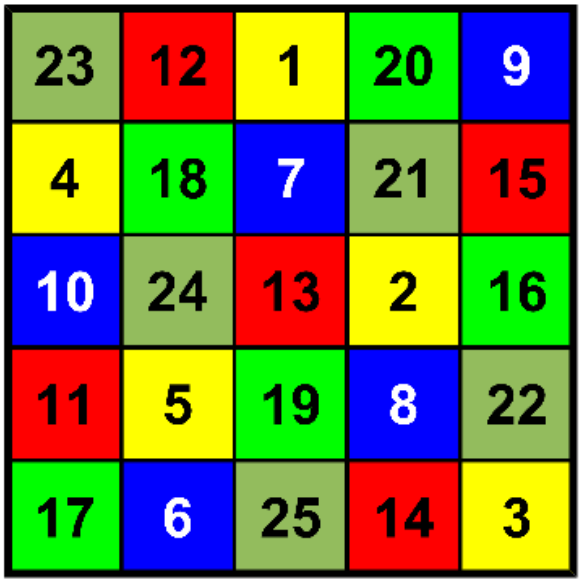
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



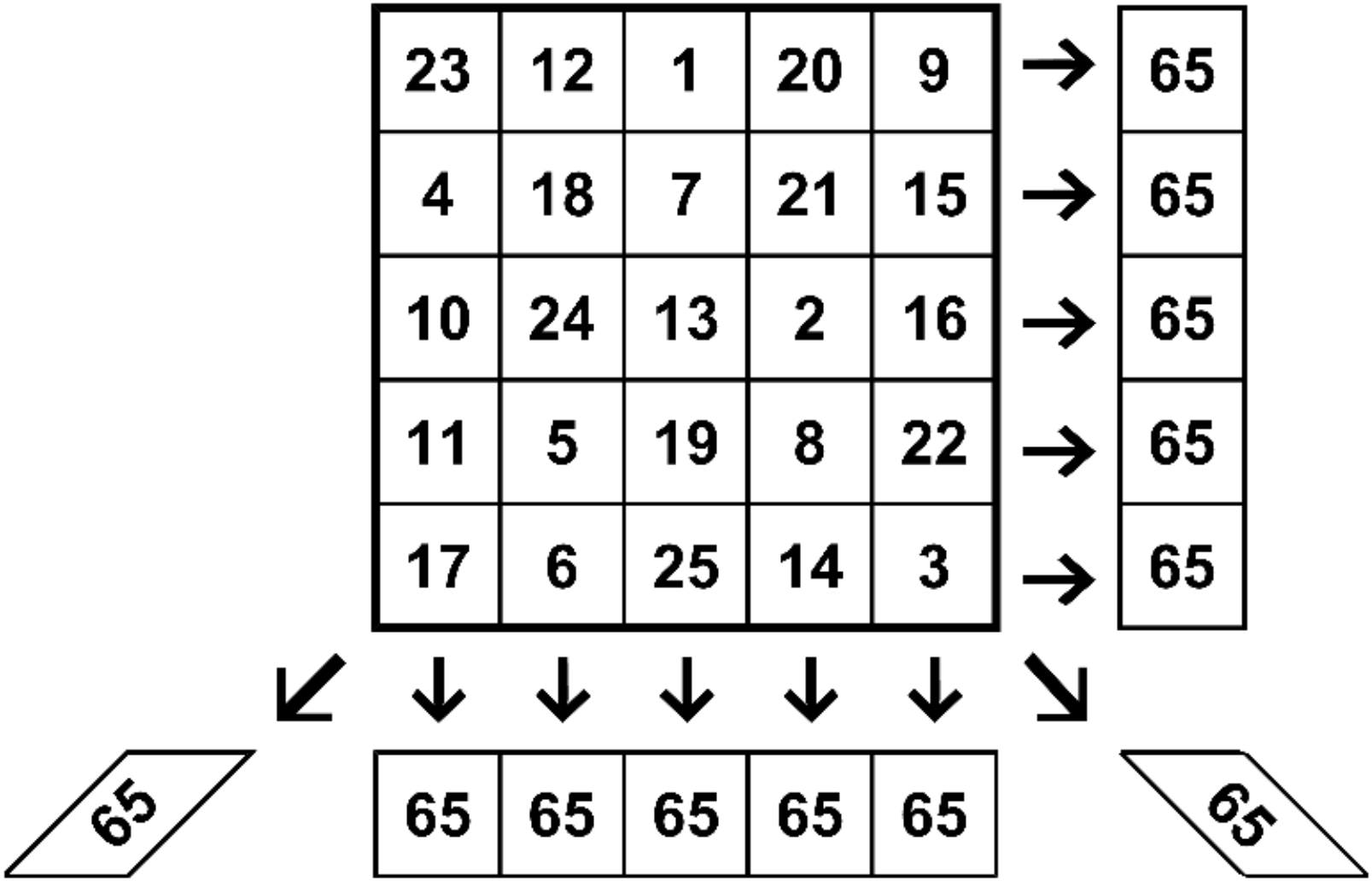
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

23	12	1	20	9
4	18	7	21	15
10	24	13	2	16
11	5	19	8	22
17	6	25	14	3

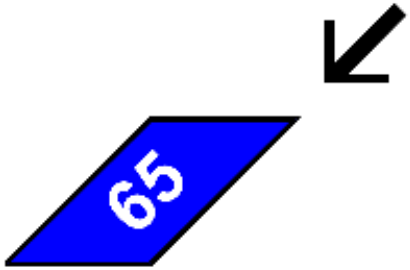
↘ 65

Non seulement les diagonales principales…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

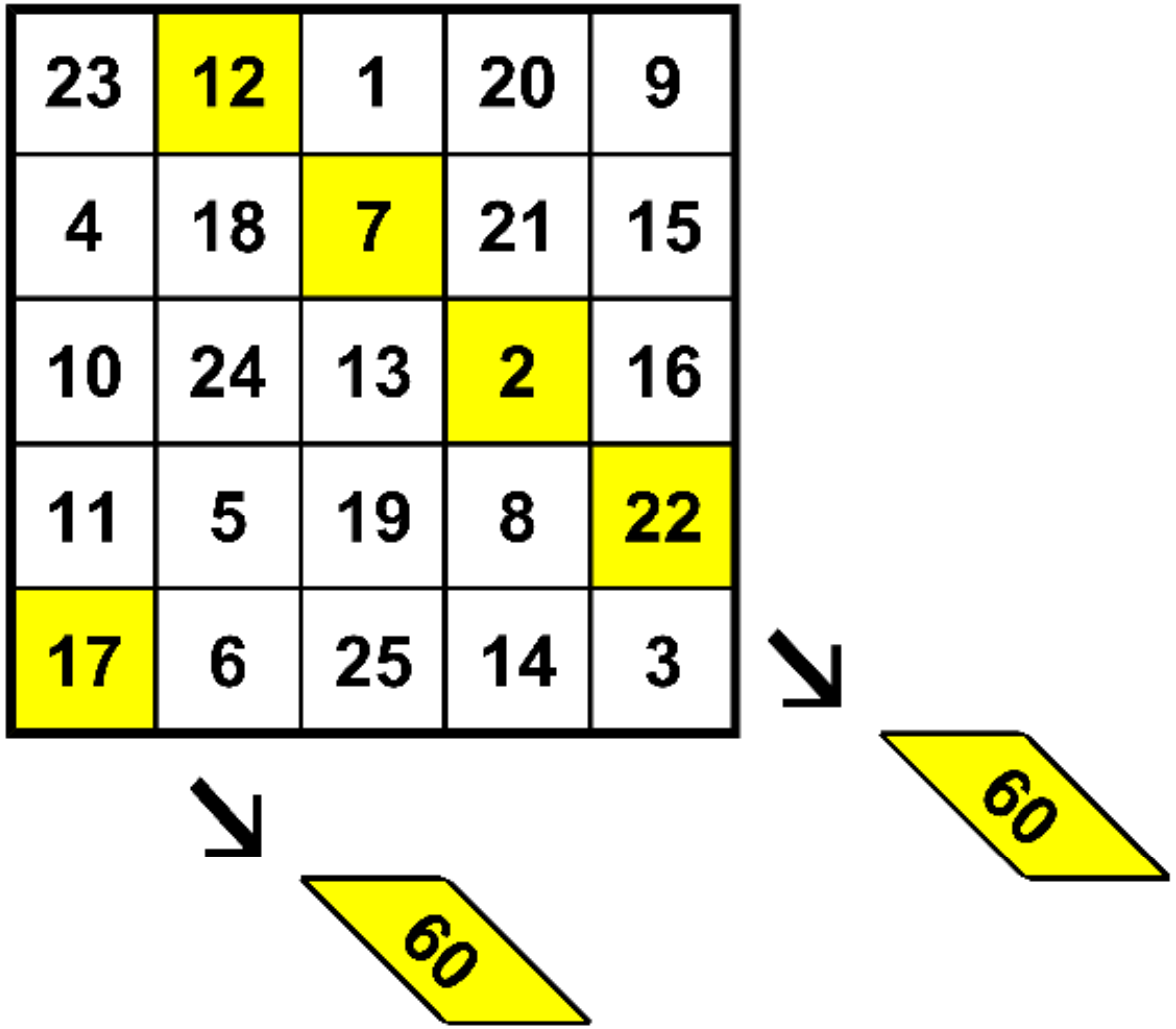
23	12	1	20	9
4	18	7	21	15
10	24	13	2	16
11	5	19	8	22
17	6	25	14	3



Non seulement les diagonales principales…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

23	12	1	20	9
4	18	7	21	15
10	24	13	2	16
11	5	19	8	22
17	6	25	14	3

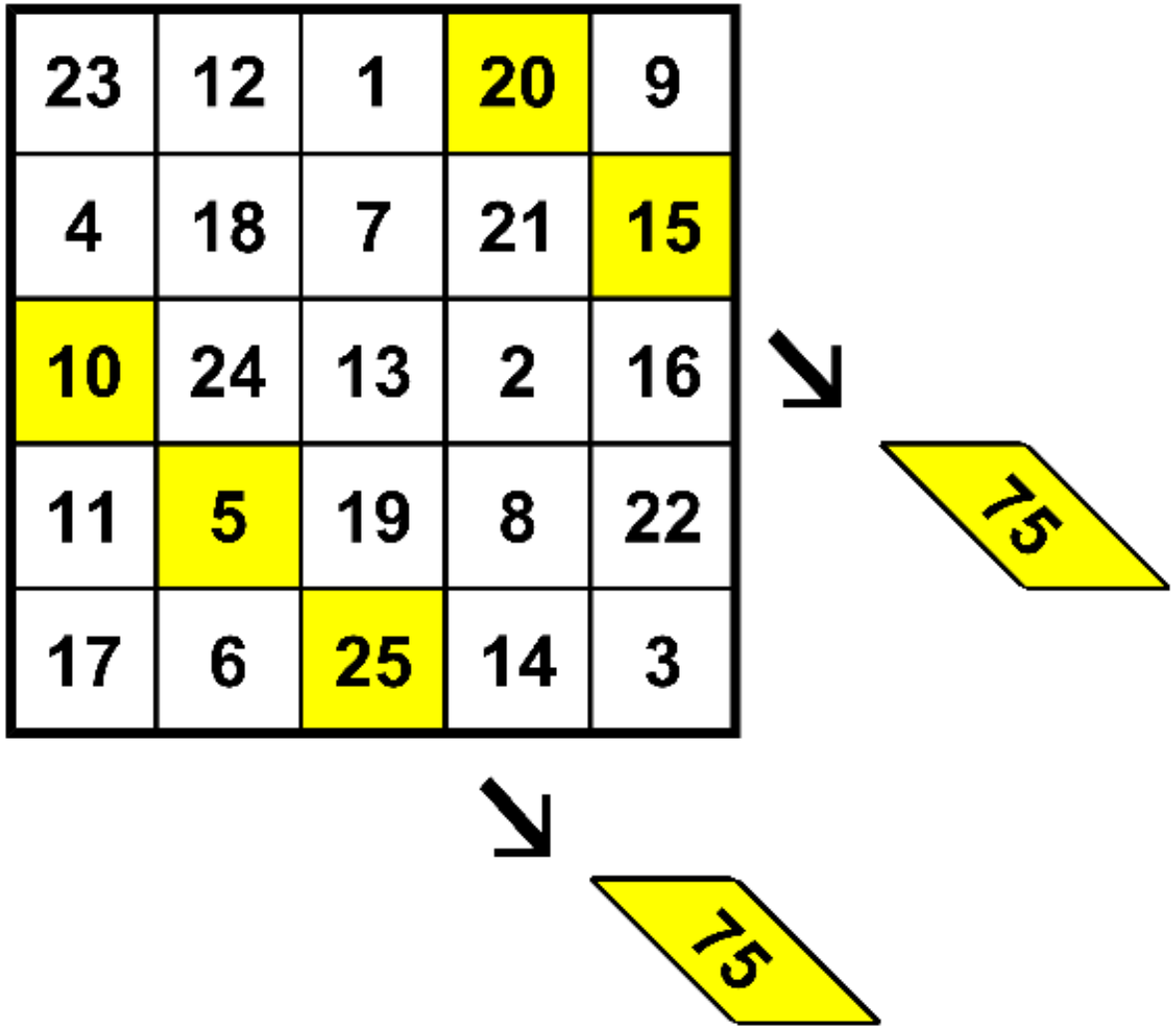
↘ 55

↘ 55

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

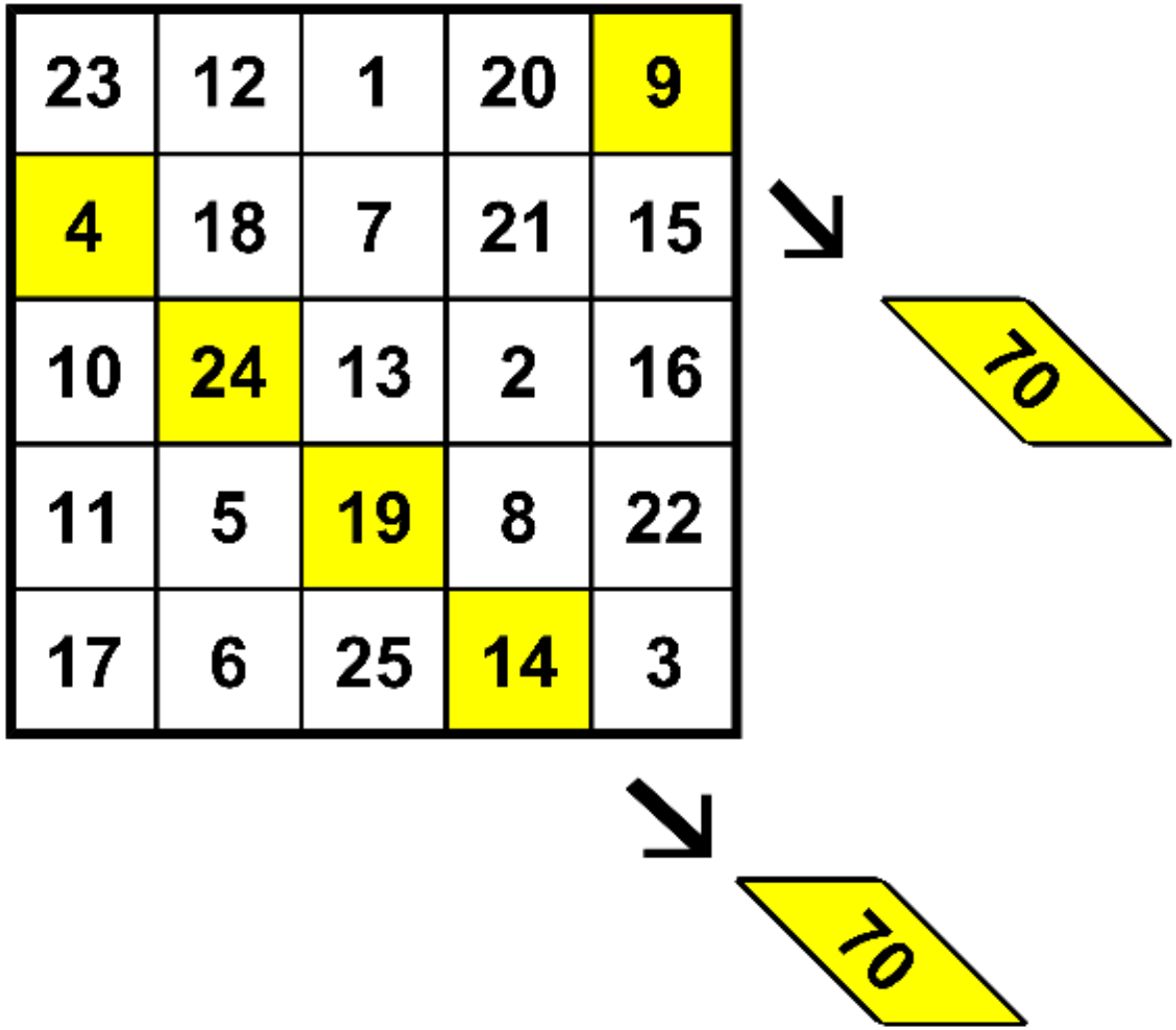
Carrés magiques d'ordre 5



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

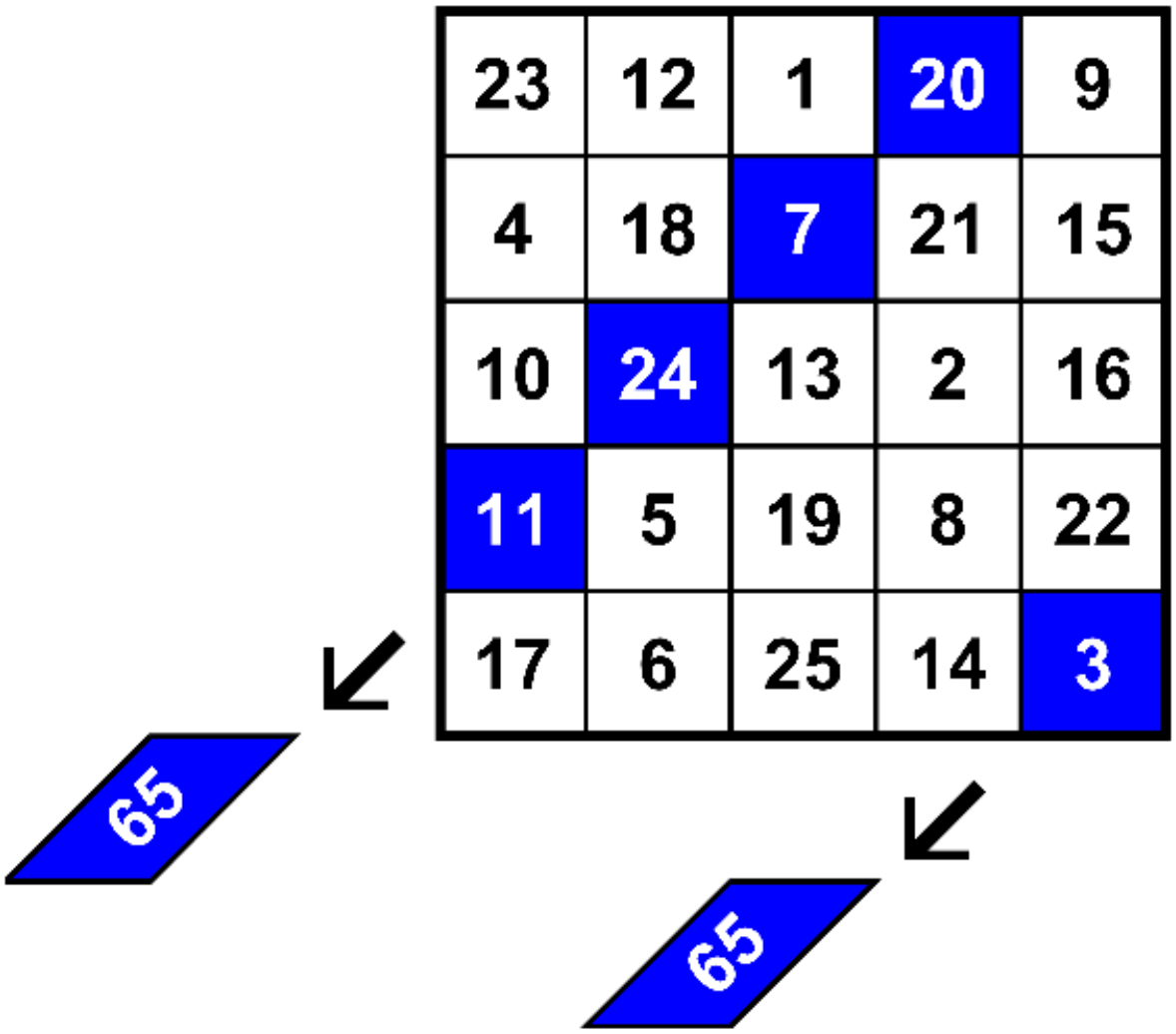
Carrés magiques d'ordre 5



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

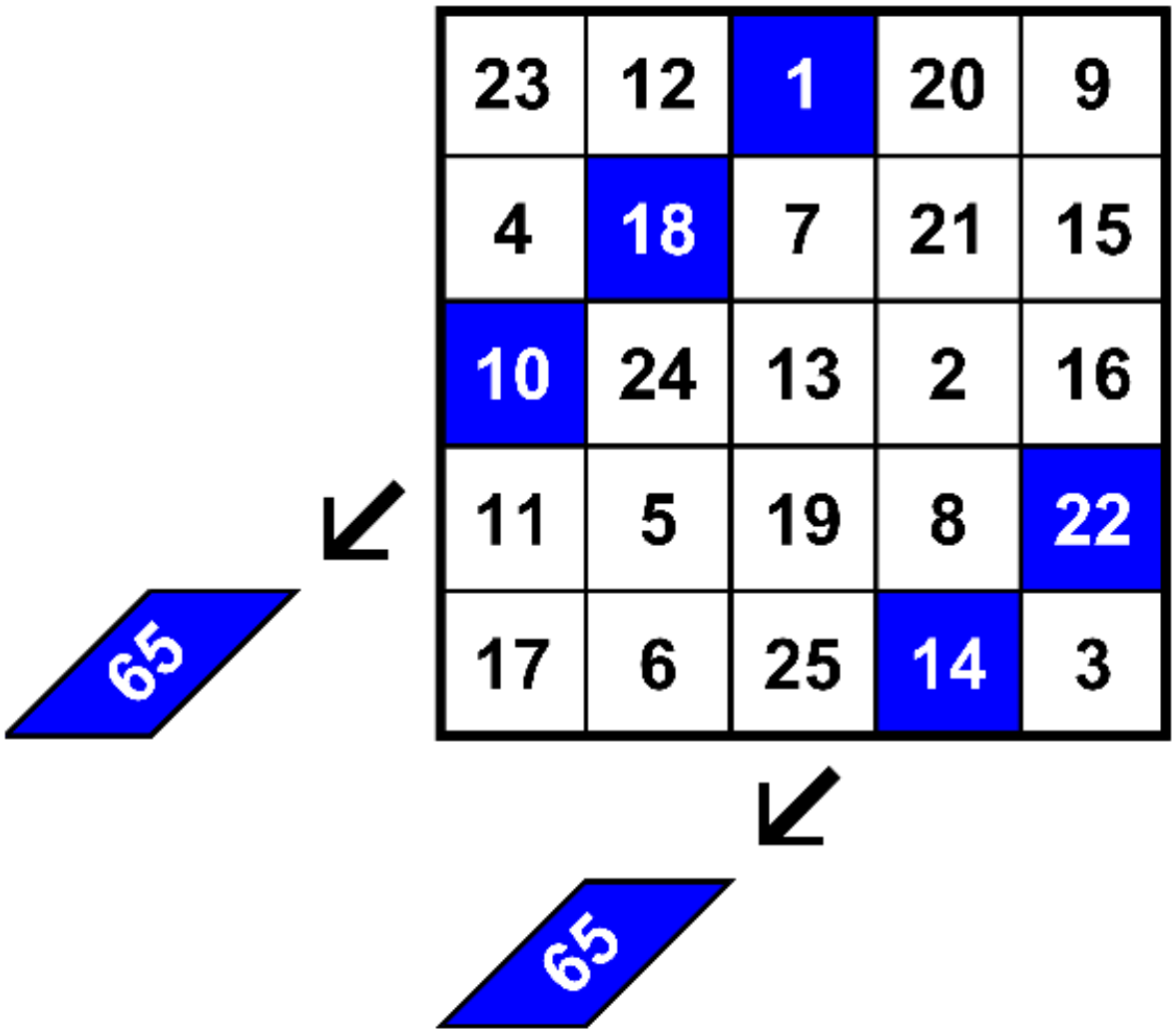
Carrés magiques d'ordre 5



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

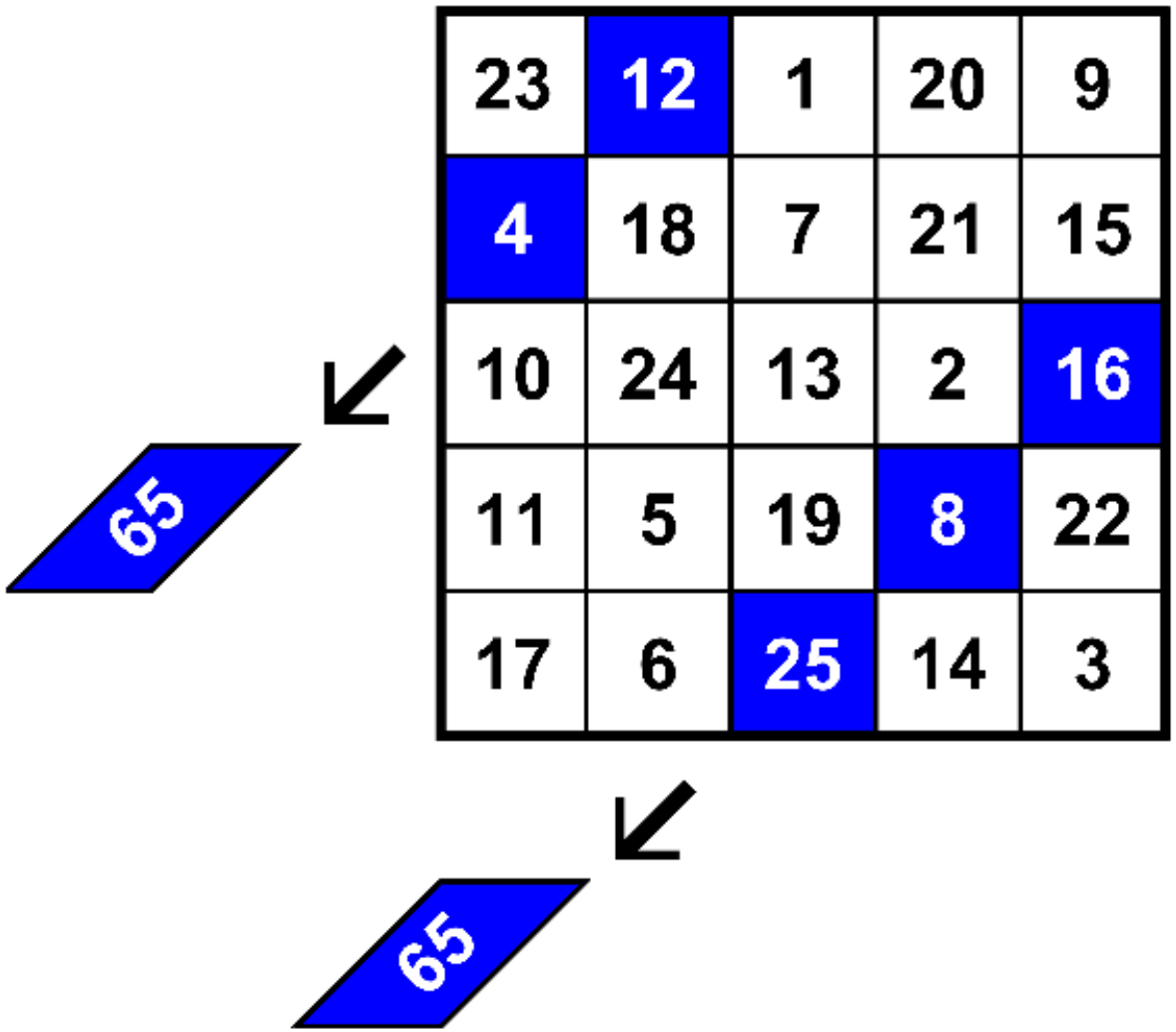
Carrés magiques d'ordre 5



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

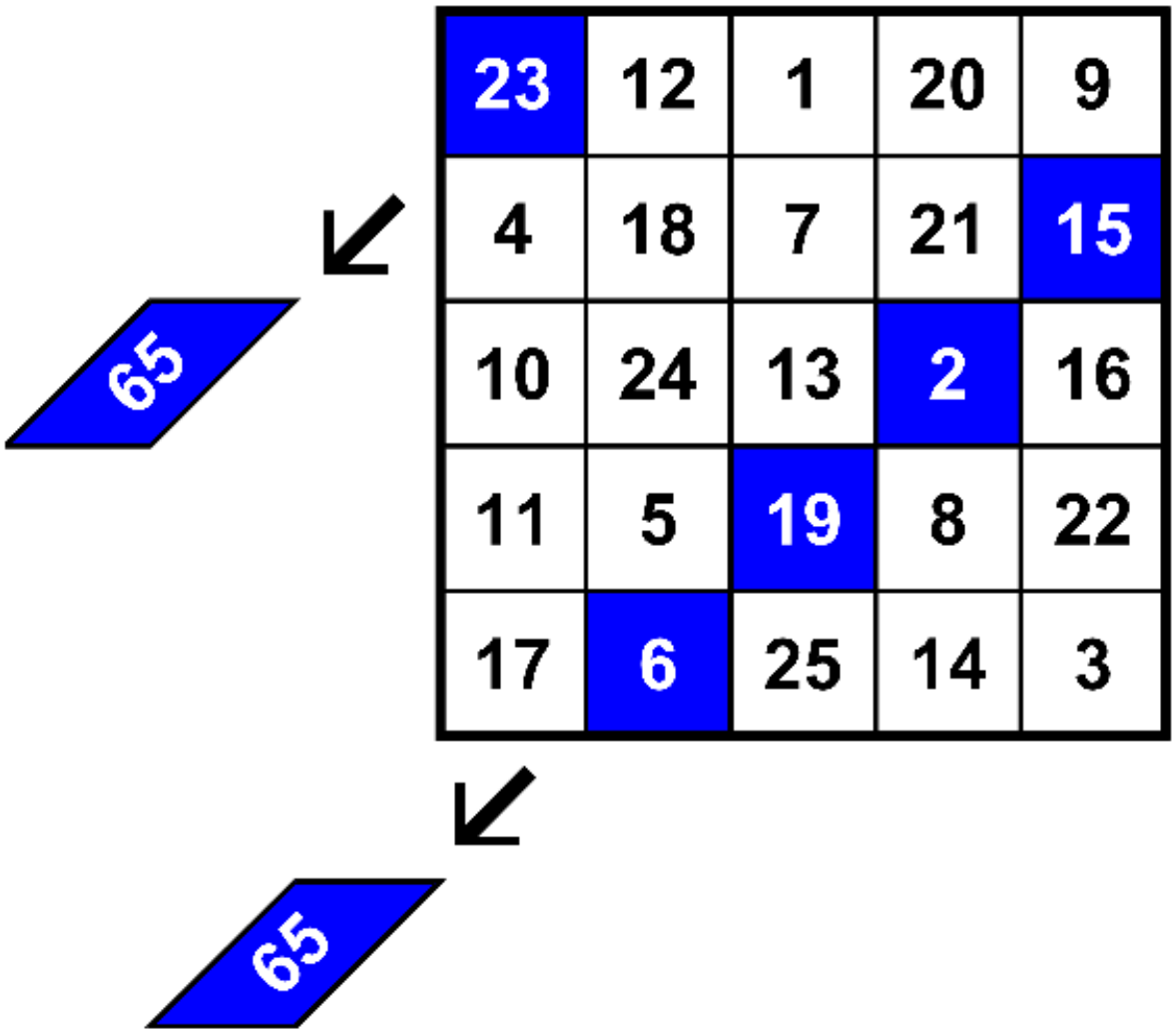
Carrés magiques d'ordre 5



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

23	12	1	20	9
4	18	7	21	15
10	24	13	2	16
11	5	19	8	22
17	6	25	14	3

Un carré normal diabolique de somme 65

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

Formule explicite des éléments du carré

Élément situé sur les i^e ligne et j^e colonne

$$5\,[(i-2j) \bmod 5] + [(i-j+2) \bmod 5] + 1$$

Localisation du nombre k

$$i = [k - \mathrm{E}[\tfrac{1}{5}(k-1)] - 2] \bmod 5 + 1$$
$$j = [k - \mathrm{E}[\tfrac{1}{5}(k-1)] + 1] \bmod 5 + 1$$

© Aimé Lachal – 2016

Encore et toujours une autre manière de remplir le carré !

© Aimé Lachal – 2016

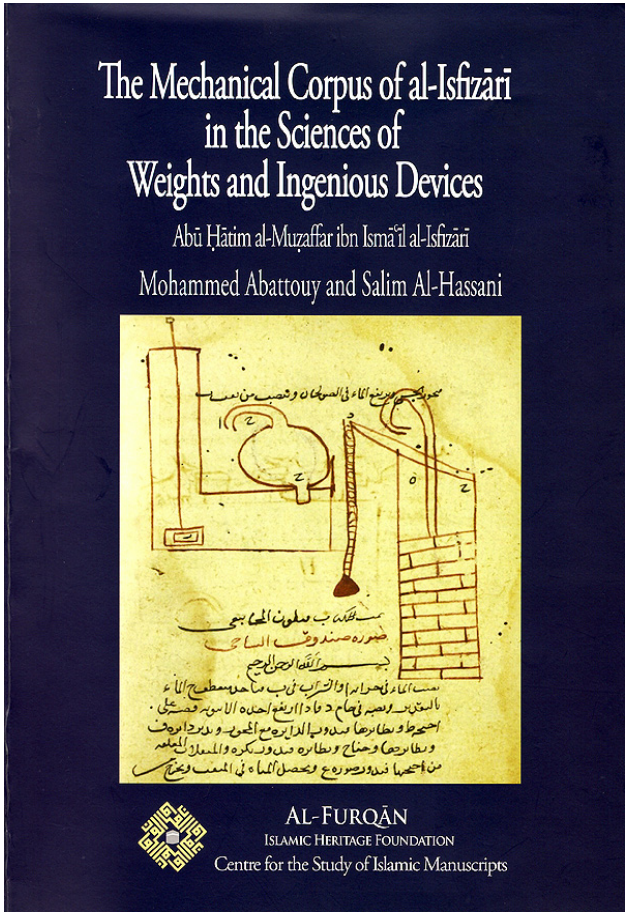
Carrés magiques d'ordre 5

Abū Ḥātim al-Muẓaffar al-Isfazārī

(1050 ?–1110 ?)

Mathématicien et mécanicien persan.

→ *Une méthode de remplissage en losange (séparation des nombres pairs et impairs)*



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

		5		
	3			
1				

Remplissage des impairs en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

		5		
	3	9		
1	7			

Remplissage des impairs en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

		5		
	3	9	15	
1	7	13		
	11			

Remplissage des impairs en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

		5		
	3	9	15	
1	7	13	19	
	11	17		

Remplissage des impairs en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

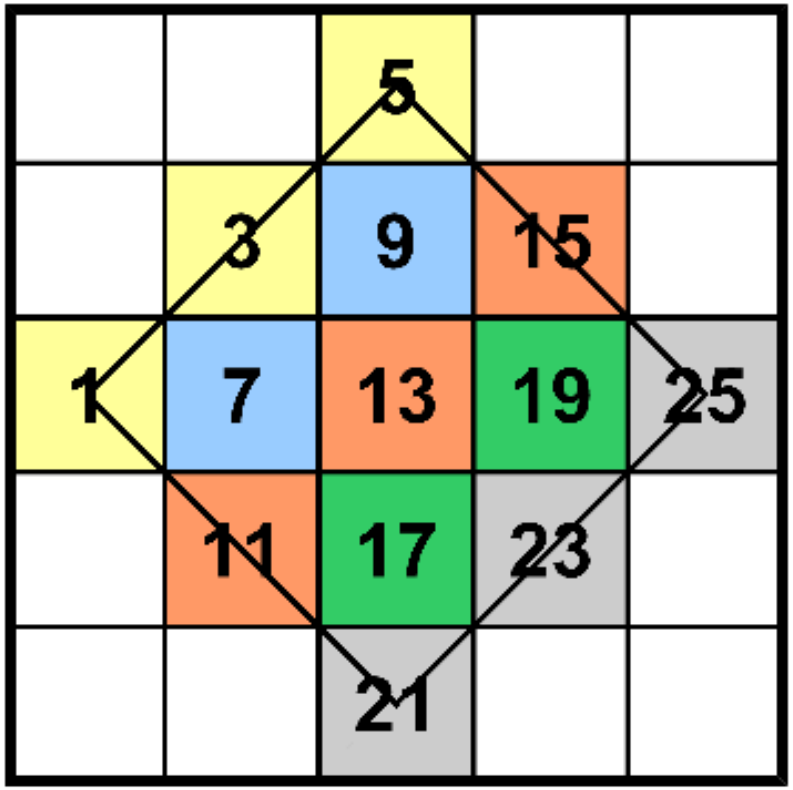
Carrés magiques d'ordre 5

		5		
	3	9	15	
1	7	13	19	25
	11	17	23	
		21		

Remplissage des impairs en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

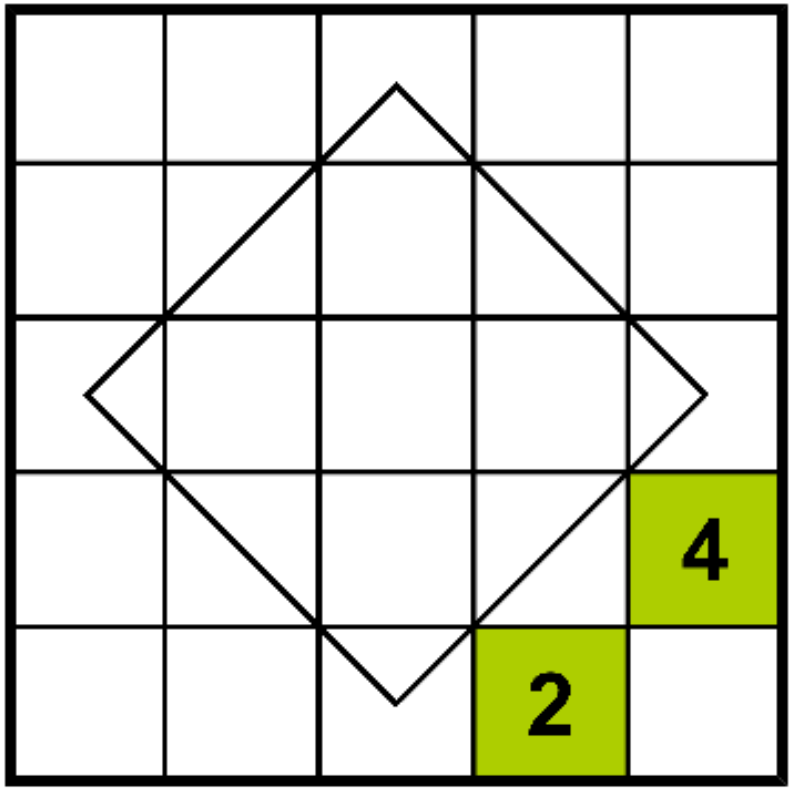
Carrés magiques d'ordre 5



Un losange…

© Aimé Lachal – 2016

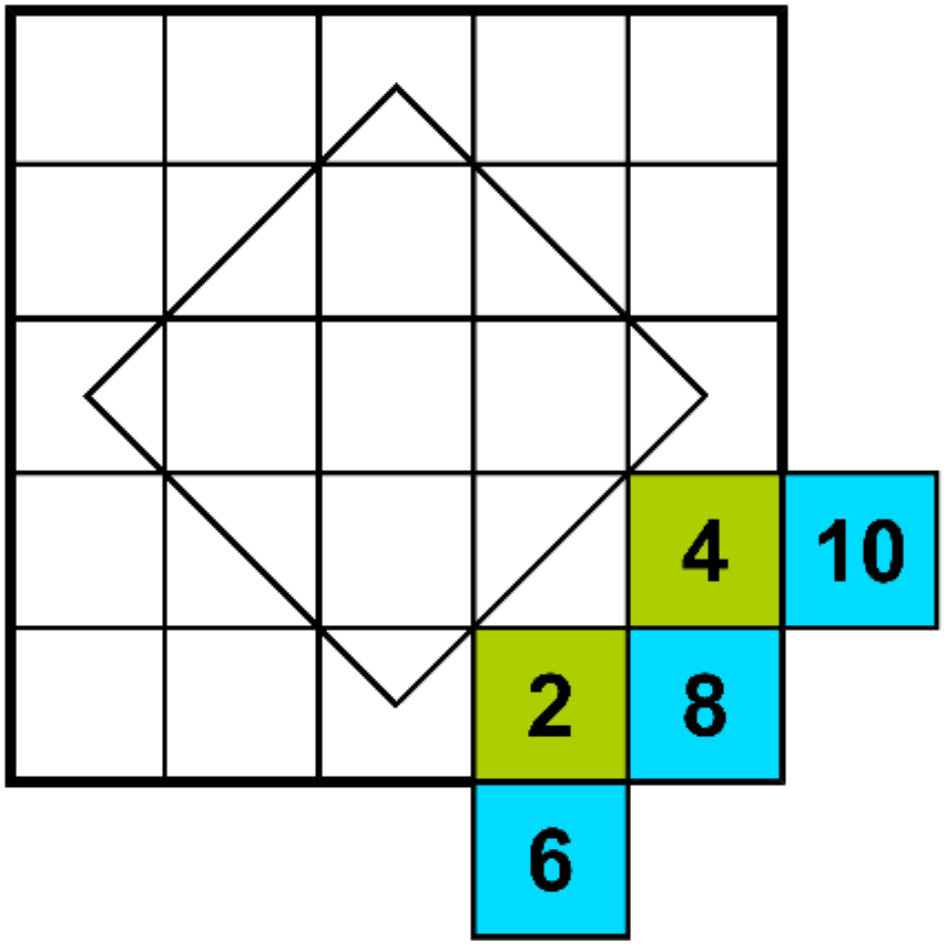
Carrés magiques d'ordre 5



Puis remplissage des pairs en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

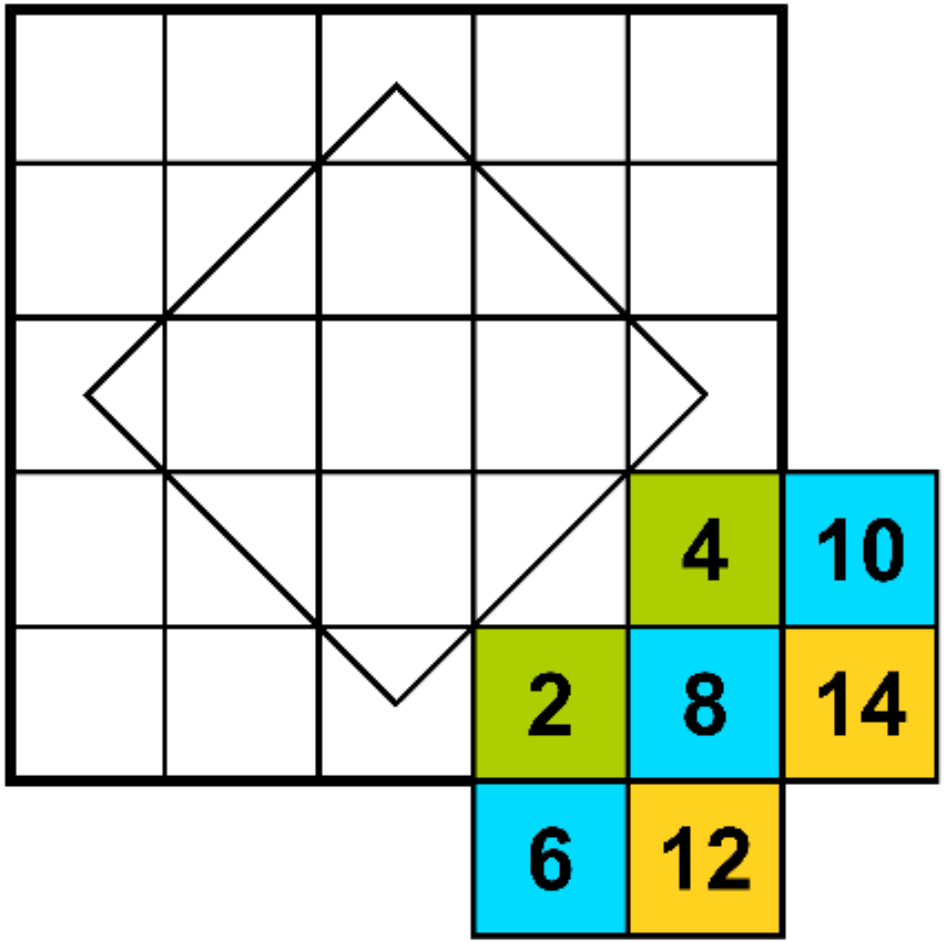
Carrés magiques d'ordre 5



Puis remplissage des pairs en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

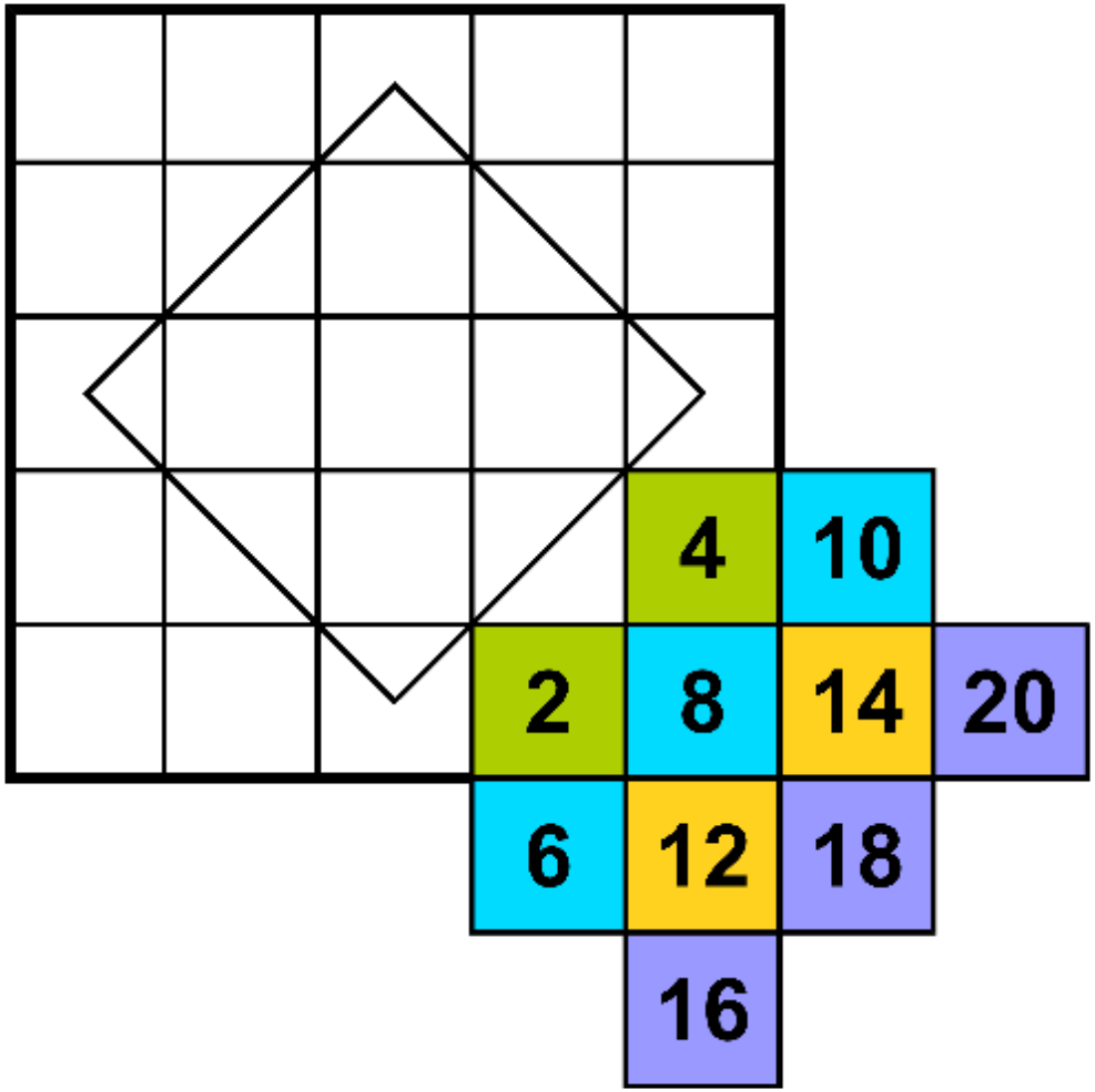
Carrés magiques d'ordre 5



Puis remplissage des pairs en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

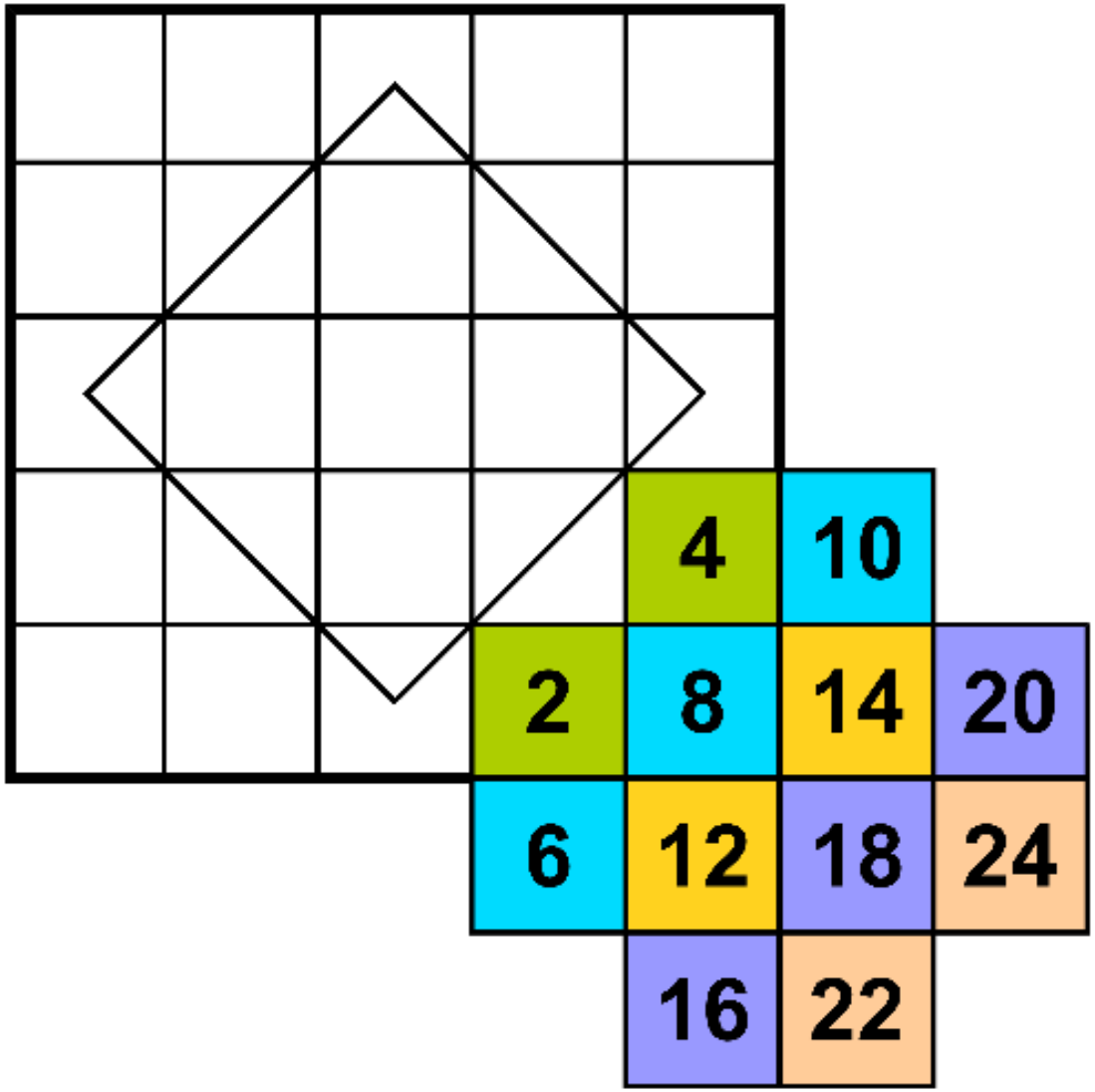
Carrés magiques d'ordre 5



Puis remplissage des pairs en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

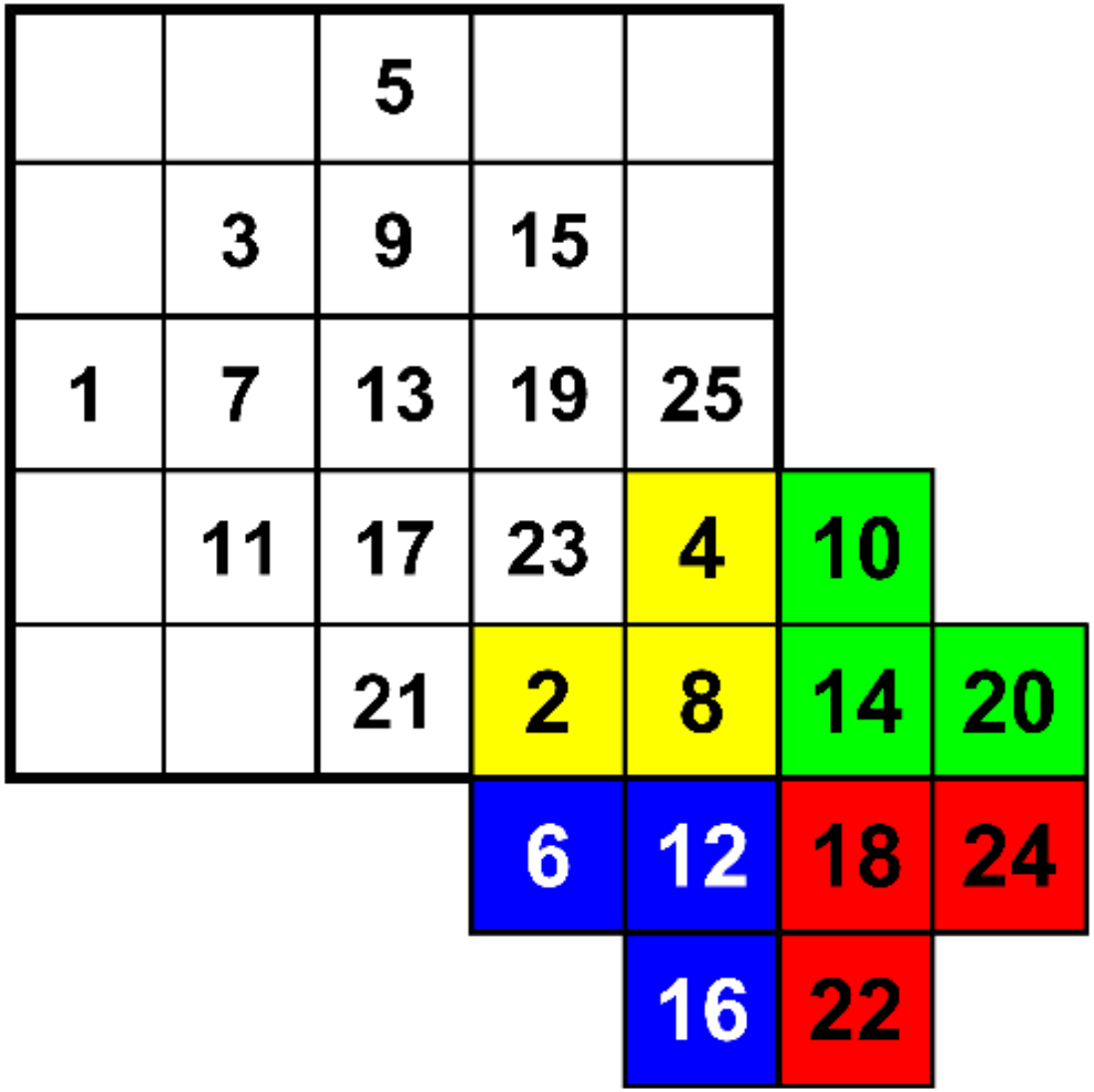
Carrés magiques d'ordre 5



Puis remplissage des pairs en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

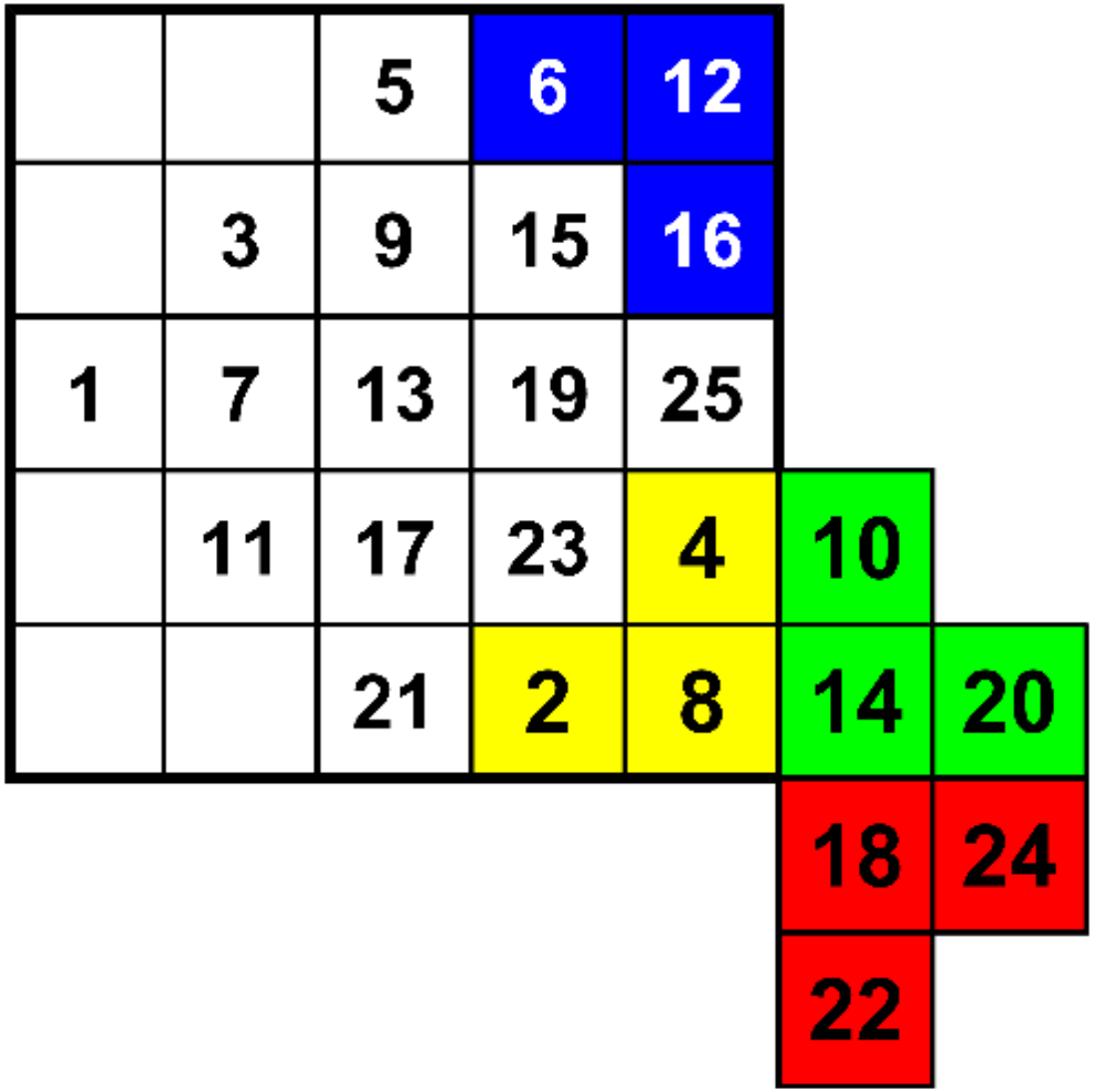
Carrés magiques d'ordre 5



Puis remplissage des pairs en diagonale

© Aimé Lachal – 2016

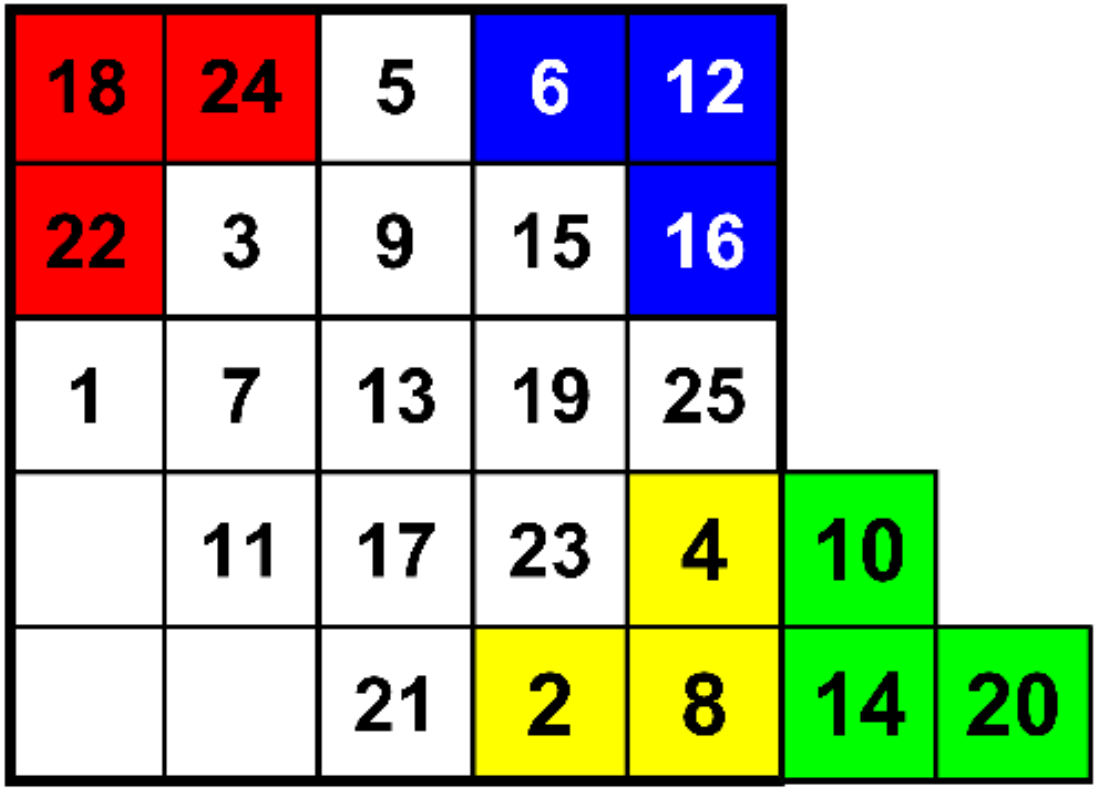
Carrés magiques d'ordre 5



Enfin, translation des terrasses

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5



Enfin, translation des terrasses

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

18	24	5	6	12
22	3	9	15	16
1	7	13	19	25
10	11	17	23	4
14	20	21	2	8

Enfin, translation des terrasses

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

18	24	5	6	12
22	3	9	15	16
1	7	13	19	25
10	11	17	23	4
14	20	21	2	8

Un carré normal en losange de somme 65

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

Formule explicite des éléments du carré

Élément situé sur les i^e ligne et j^e colonne

$$5\,[(i+j+1) \bmod 5] + [(j-i+2) \bmod 5] + 1$$

Localisation du nombre k

$$i = [3(\mathrm{E}[\tfrac{1}{5}(k-1)] - k)] \bmod 5 + 1$$
$$j = [3(k - \mathrm{E}[\tfrac{1}{5}(k-1)] - 1)] \bmod 5 + 1$$

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 5

Méthode des terrasses

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Méthode siamoise

11	18	25	2	9
10	12	19	21	3
4	6	13	20	22
23	5	7	14	16
17	24	1	8	15

En résumé

Marche du cavalier

23	12	1	20	9
4	18	7	21	15
10	24	13	2	16
11	5	19	8	22
17	6	25	14	3

Méthode du losange

18	24	5	6	12
22	3	9	15	16
1	7	13	19	25
10	11	17	23	4
14	20	21	2	8

© Aimé Lachal – 2016

Généralisation

Carrés magiques d'ordre impair :

quelques formules explicites

Carrés magiques d'ordre impair

Méthode des terrasses

Élément situé
sur les i^e ligne et j^e colonne

$$n\,[\tfrac{1}{2}(n-1)(j-i+1) \bmod n] + [\tfrac{1}{2}(n+1)(i+j-2) \bmod n] + 1$$

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Localisation du nombre k

$$i = [k + E[(k-1)/n] - \tfrac{1}{2}(n+1)] \bmod n + 1$$
$$j = [k - E[(k-1)/n] + \tfrac{1}{2}(n-3)] \bmod n + 1$$

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

Méthode siamoise

Élément situé sur les i^e ligne et j^e colonne

$$n\,[(j-i+\tfrac{1}{2}(n-1)) \bmod n] + [(2j-i-1) \bmod n] + 1$$

11	18	25	2	9
10	12	19	21	3
4	6	13	20	22
23	5	7	14	16
17	24	1	8	15

Localisation du nombre k

$$i = [k-2\mathrm{E}[(k-1)/n]-2)] \bmod n + 1$$
$$j = [k-\mathrm{E}[(k-1)/n] + \tfrac{1}{2}(n-3)] \bmod n + 1$$

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

Méthode du cavalier

Élément situé
sur les i^e ligne et j^e colonne

$$n\,[(i-2j) \bmod n] + [(i-j+\tfrac{1}{2}(n-1)) \bmod n] + 1$$

23	12	1	20	9
4	18	7	21	15
10	24	13	2	16
11	5	19	8	22
17	6	25	14	3

Localisation du nombre k

$$i = [2k - E[(k-1)/n] - 2)] \bmod n + 1$$
$$j = [k - E[(k-1)/n] + \tfrac{1}{2}(n-3)] \bmod n + 1$$

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre impair

Méthode du losange

Élément situé sur les i^e ligne et j^e colonne

$$n\,[(i+j+\tfrac{1}{2}(n-3)) \bmod n] + [(j-i+\tfrac{1}{2}(n-1)) \bmod n] + 1$$

18	24	5	6	12
22	3	9	15	16
1	7	13	19	25
10	11	17	23	4
14	20	21	2	8

Localisation du nombre k

$$i = [\tfrac{1}{2}(n+1)(\mathrm{E}[(k-1)/n] - k)] \bmod n + 1$$
$$j = [\tfrac{1}{2}(n+1)(k + \mathrm{E}[(k-1)/n] - 1)] \bmod n + 1$$

© Aimé Lachal – 2016

Remarque

Toutes ces méthodes de construction sont « linéaires » !

Carrés magiques d'ordre impair

TRAITÉ COMPLET

DES

CARRÉS MAGIQUES

PAIRS ET IMPAIRS,

SIMPLES ET COMPOSÉS, A BORDURES, COMPARTIMENS, CROIX, CHASSIS, ÉQUERRES, BANDES DÉTACHÉES, ETC.;

SUIVI

D'UN TRAITÉ DES CUBES MAGIQUES,

ET D'UN

ESSAI SUR LES CERCLES MAGIQUES;

PAR B. VIOLLE, GÉOMÈTRE,

CHEVALIER DE SAINT-LOUIS.

AVEC ATLAS DE 54 GRANDES FEUILLES, COMPRENANT 400 FIGURES.

PRIX : 36 FRANCS.

A PARIS,

CHEZ BACHELIER, LIBRAIRE, QUAI DES AUGUSTINS.

A DIJON,

CHEZ { L'AUTEUR, RUE CHABOT-CHARNI, COUR DE L'ANCIEN ÉVÊCHÉ;
DOUILLIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE, RUE DES CODRANS.

1837.

ARTICLE IV.

MÉTHODE EXPÉDITIVE POUR LES CARRÉS IMPAIRS,

QUELLE QUE SOIT LA RACINE.

Voici une méthode très-expéditive pour faire sur le champ un carré magique impair quelconque, et même si les progressions sont interrompues.

On place le premier terme de la progression au dessus de la verticale du milieu du carré; le second au bas de la suivante, on suppose que ce soit celle de droite; les nombres suivans se mettent par ordre, et en diagonale en remontant d'une case, jusqu'à ce que l'on sorte du carré; alors on place le nombre, qui ne peut se mettre dans la case manquante, à l'autre extrémité de la ligne où il aurait dû se trouver. Ainsi, sort-on du carré par la droite, on le place à gauche, à la première case de la bande supérieure; sort-on par le dessus, il se place à la case inférieure de la verticale suivante; si l'on rencontre une case déjà remplie, on met le nombre sous le précédent; on agit de même si l'on sort par un angle, et l'on continue toujours en diagonale et dans le même sens.

TABLE.

TROISIÈME SECTION.

Méthodes de divers auteurs pour les carrés impairs.

§ 1.er

Système de La Hire..... 378

§ 2.

Méthode de Bachet de Mézériac..... 393

§ 3.

Méthode de Poignard..... 398

§ 4.

Méthode de Frénicle..... 399

§ 5.

Méthodes de Sauveur..... ib.

§ 6.

Méthode de d'Ons-en-Bray..... 410

§ 7.

Méthode de Rallier des Ourmes..... ib.

§ 8.

Méthode du père Kircher..... 412

§ 9.

Méthode de Meerman..... ib.

Alias méthodes expéditives... !

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre N

Un joli théorème…

Théorème de de La Hire
Conditions pour lesquelles un carré d'ordre N est magique

*Les coordonnées du vecteur « **déplacement** » (C,L) et du vecteur « **collision** » (C + c,L + ℓ) doivent respecter les conditions suivantes :*

C, c, L et ℓ sont des entiers non nuls ;
C, c, L et ℓ sont tous premiers avec N ;
(C × ℓ) – (c × L) est premier avec N.

*De plus, le carré ainsi construit est « **diabolique** » si :*

(C + L) et (c + ℓ) sont tous deux premiers avec N
et (C – L) et (c – ℓ) sont tous deux premiers avec N.



Philippe de La Hire (1640–1718)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

(et d'ordre doublement pair)

Carrés magiques d'ordre pair

Manuel Moschopoulos

(~1265–1316)

Philologue et grammairien byzantin.

→ « *Παράδοσις εἰς τὴν εὕρεσιν τῶν τετραγώνων ἀριθμῶν* »

→ *Méthode pour les ordres doublement pairs*

LE TRAITÉ DE MANUEL MOSCHOPOULOS

SUR

LES CARRÉS MAGIQUES

TEXTE GREC ET TRADUCTION

PAR M. PAUL TANNERY

Le petit traité de Manuel Moschopoulos sur les carrés magiques est connu depuis l'analyse qu'en a donnée le mathématicien français La Hire (1), qui le trouva accidentellement dans le manuscrit 2428 de la Bibliothèque nationale. Il paraît en avoir fait une traduction latine, mais elle n'a pas vu le jour.

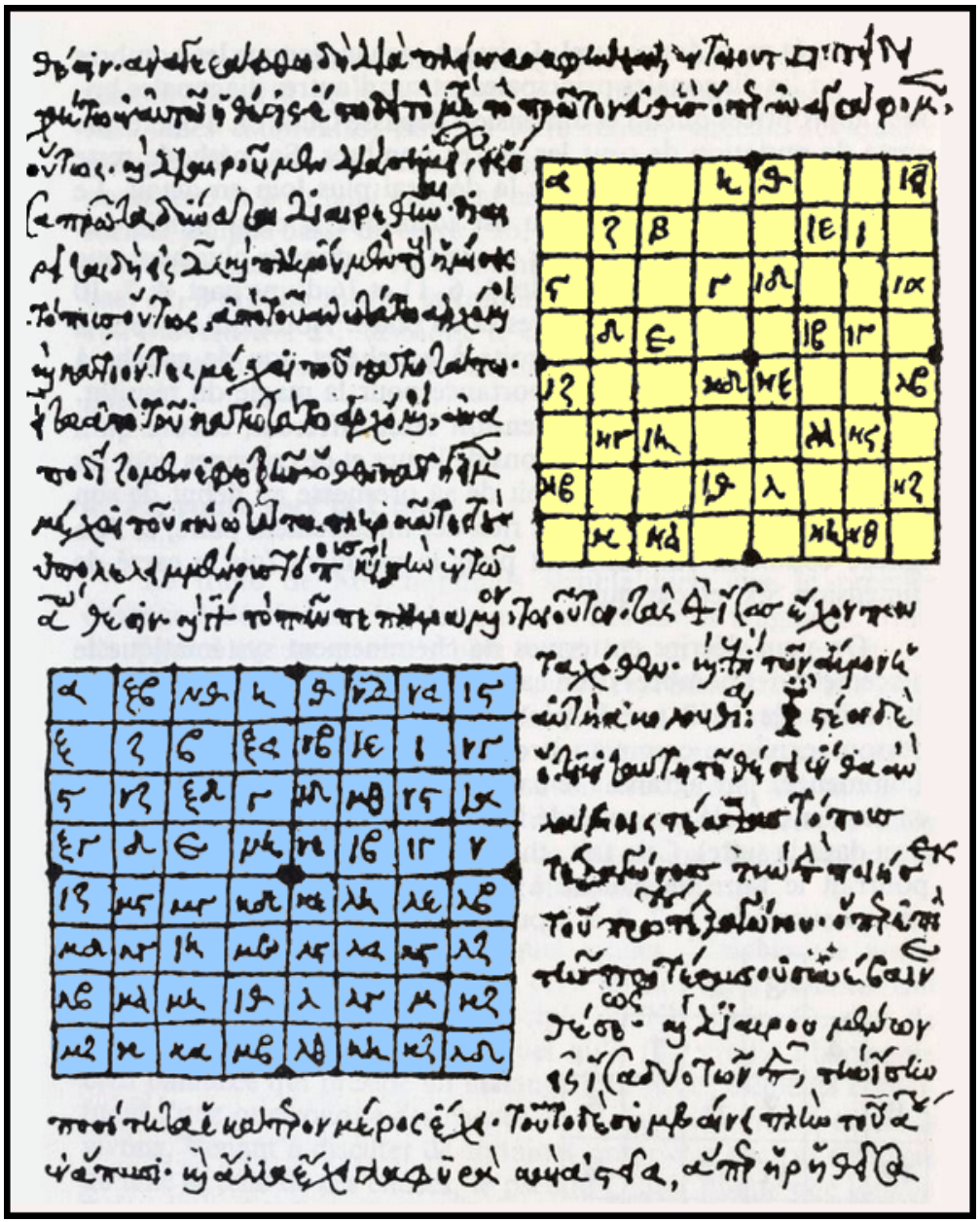
Le texte grec a été publié pour la première fois par Siegmund Günther dans les *Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften* (2), d'après un manuscrit de Munich malheureusement trop incorrect pour qu'une nouvelle édition ne soit pas désirable.

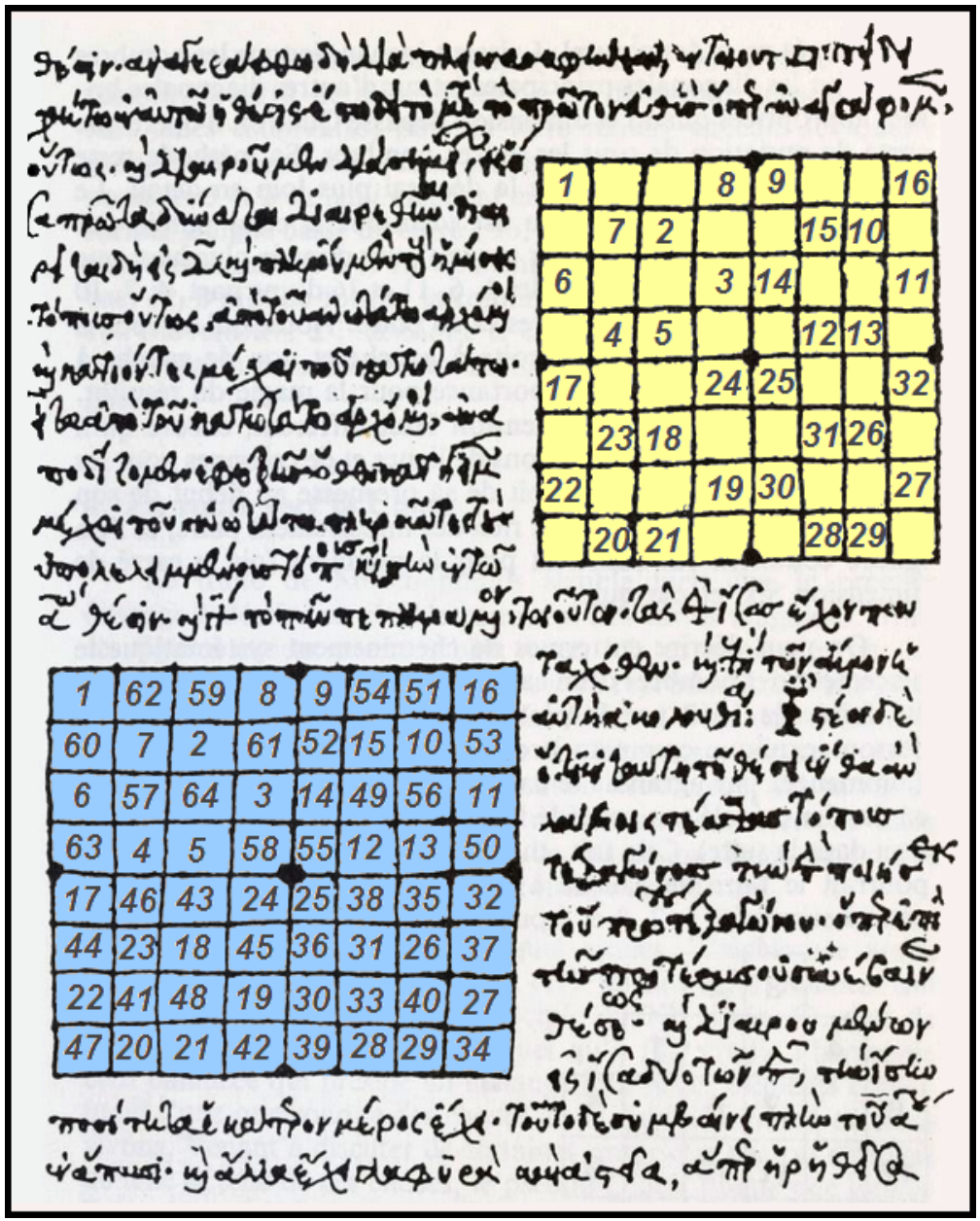
(1) *Nouvelles constructions et considérations sur les quarrés magiques avec les démonstrations*, dans les *Mém. de Math. et de Phys. de l'Acad. Royale des Sciences*, Année 1705, p. 162.

(2) Leipzig, Teubner, 1876, pp. 195-203 ; les variantes sont p. 267-268.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre pair





© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre pair

Claude-Gaspard Bachet
dit de Méziriac (1581–1638)
Mathématicien, poète et linguiste français.



→ *« Problèmes plaisans et delectables qui se font par les nombres »* (1612)

→ *Méthode pour les ordres simplement et doublement pairs*

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre pair

PROBLEMES
PLAISANS ET
DELECTABLES, QVI
se font par les nombres.

Partie recueillis de diuers Autheurs, partie inuentez de nouueau auec leur demonſtration.

Par CLAVDE GASPAR BACHET, Sieur de Meziriac.

Seconde Edition, reueuë, corrigée, & augmentée de pluſieurs propoſitions, & de pluſieurs Problemes, par le meſme Autheur.

Tres-vtile pour toutes ſortes de perſonnes curieuſes, qui ſe ſeruent de l'Arithmetique, & Mathematique.



A LYON,

Chez PIERRE RIGAVD & ASSOCIEZ, ruë Merciere, au coing de ruë Ferrandiere, à l'Enſeigne de la Fortune.

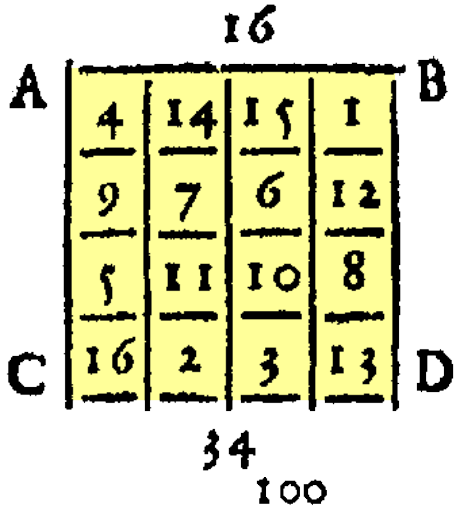
M. DC. XXIIII.

Problemes plaiſans & delectables,

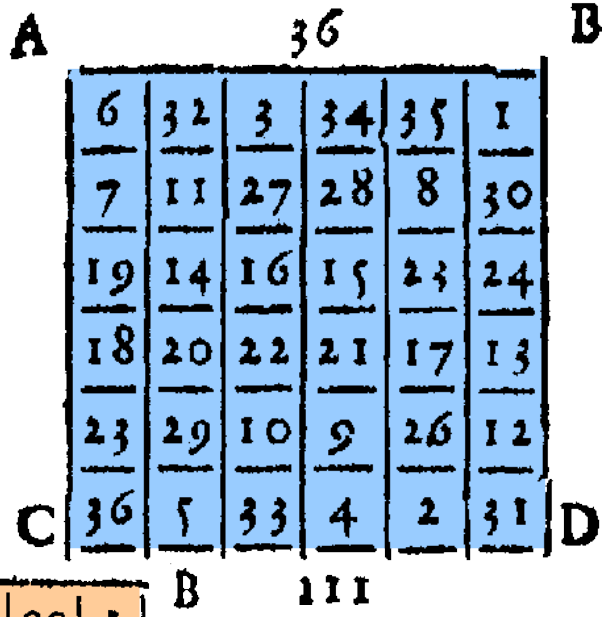
Quant à la reigle des quarrez pairs, i'ay deſia dit que ie n'en ay point encor treuué vne parfaicte. C'eſt pourquoy ie ne m'amuſeray pas à mettre, par eſcrit, pluſieurs particulieres obſeruations que i'ay faictes ſur ce ſubiet, auec leſquelles neantmoins, i'ay diſpoſé tous les nombres deſpuis l'vnité, iuſques aux quarrez 100 & 144. ce que perſonne n'auoit encore faict deuant moy. Mais i'aduertiray bien le lecteur, que pour ces quarrez pairs, il faut neceſſairement donner deux reigles differentes, à cauſe que ceux dont le coſté eſt pairement pair ne ſe diſpoſent pas du tout de la meſme façon, que ceux dont le coſté eſt pairement impair. Et pour le faire voir clairement, comme auſſi pour donner quelque lumiere à ceux qui apres moy voudront prendre la peine de chercher ces reigles, i'ay mis icy les figures des cinq premiers quarrez pairs, à ſçauoir de 16. 36. 64. 100. 144 diſpoſez comme il faut, & deſſous chaſque figure i'ay coſté le nombre quarré, deſſus i'ay mis la ſomme que font les nombres de chaſque rang.

© Aimé Lachal – 2016

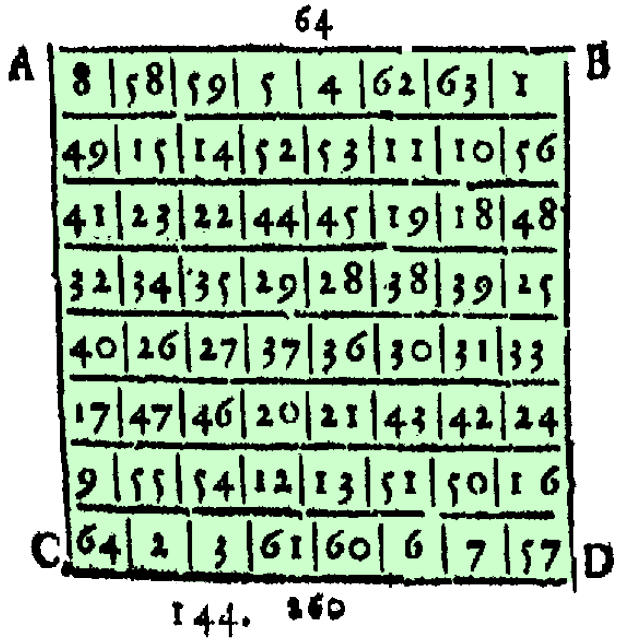
Carrés magiques d'ordre pair



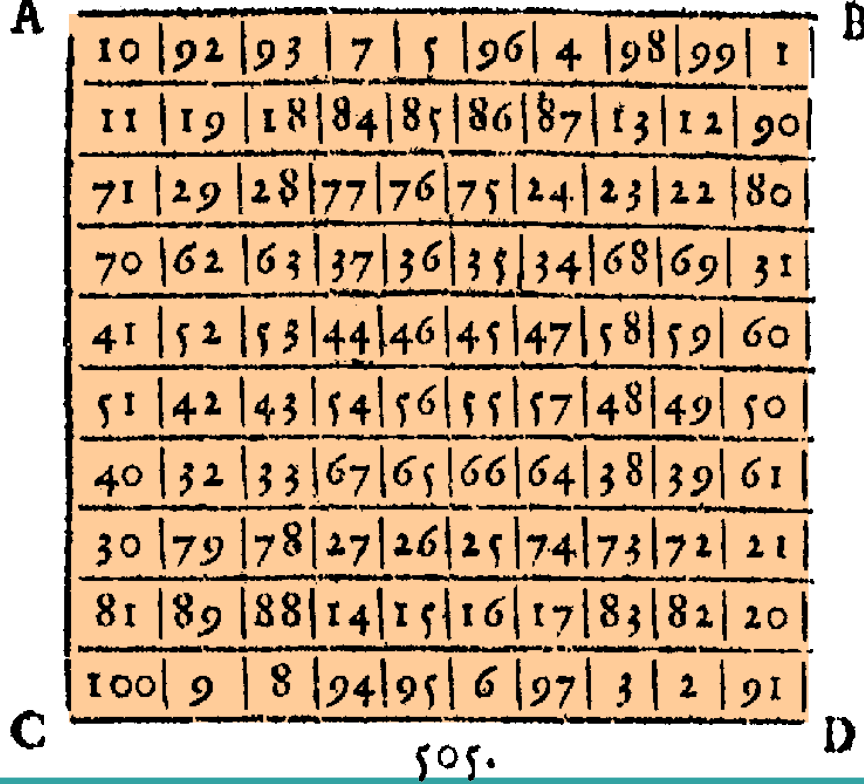
	16			
A	4	14	15	1 B
	9	7	6	12
	5	11	10	8
C	16	2	3	13 D
	34		100	



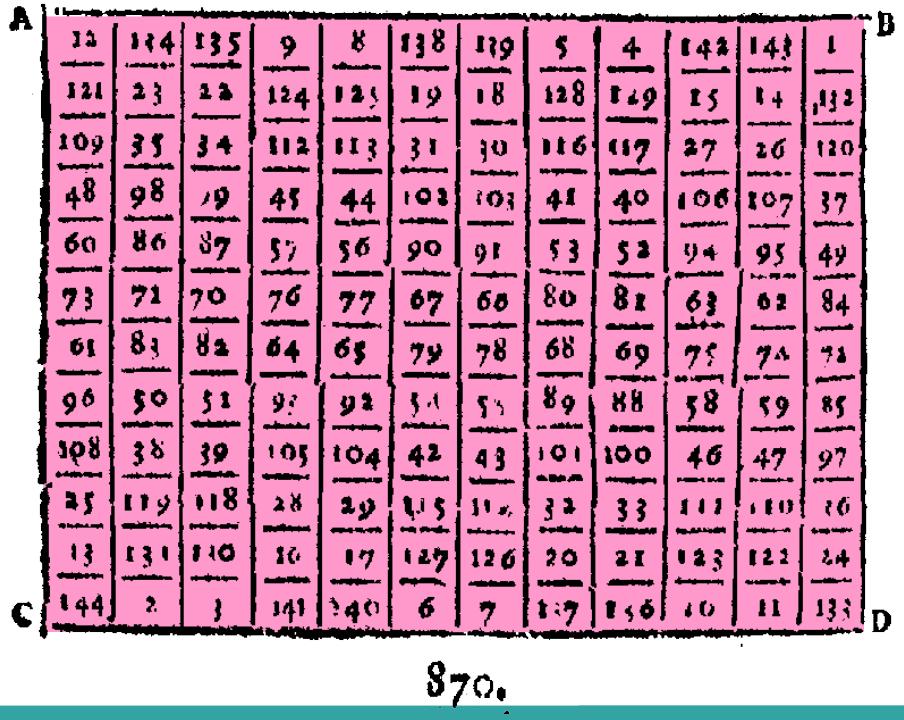
		36				
A	6	32	3	34	35	1 B
	7	11	27	28	8	30
	19	14	16	15	23	24
	18	20	22	21	17	13
	23	29	10	9	26	12
C	36	5	33	4	2	31 D
	B		111			



			64					
A	8	58	59	5	4	62	63	1 B
	49	15	14	52	53	11	10	56
	41	23	22	44	45	19	18	48
	32	34	35	29	28	38	39	25
	40	26	27	37	36	30	31	33
	17	47	46	20	21	43	42	24
	9	55	54	12	13	51	50	16
C	64	2	3	61	60	6	7	57 D
			144.		260			



A	10	92	93	7	5	96	4	98	99	1
	11	19	18	84	85	86	87	13	12	90
	71	29	28	77	76	75	24	23	22	80
	70	62	63	37	36	35	34	68	69	31
	41	52	53	44	46	45	47	58	59	60
	51	42	43	54	56	55	57	48	49	50
	40	32	33	67	65	66	64	38	39	61
	30	79	78	27	26	25	74	73	72	21
	81	89	88	14	15	16	17	83	82	20
C	100	9	8	94	95	6	97	3	2	91 D
				505.						



A	22	134	135	9	8	138	139	5	4	142	143	1 B
	121	23	22	124	125	19	18	128	129	15	14	132
	109	35	34	112	113	31	30	116	117	27	26	120
	48	98	99	45	44	102	103	41	40	106	107	37
	60	86	87	57	56	90	91	53	52	94	95	49
	73	72	70	76	77	67	66	80	81	63	62	84
	61	83	82	64	65	79	78	68	69	75	74	72
	96	50	51	97	92	54	55	89	88	58	59	85
	108	38	39	105	104	42	43	101	100	46	47	97
	25	119	118	28	29	115	114	32	33	111	110	86
	13	131	130	16	17	127	126	20	21	123	122	24
C	144	2	3	141	140	6	7	137	136	10	11	133 D
					870.							

© Aimé Lachal – 2016

Un procédé par pointage

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

64	63	62	61	60	59	58	57
56	55	54	53	52	51	50	49
48	47	46	45	44	43	42	41
40	39	38	37	36	35	34	33
32	31	30	29	28	27	26	25
24	23	22	21	20	19	18	17
16	15	14	13	12	11	10	9
8	7	6	5	4	3	2	1

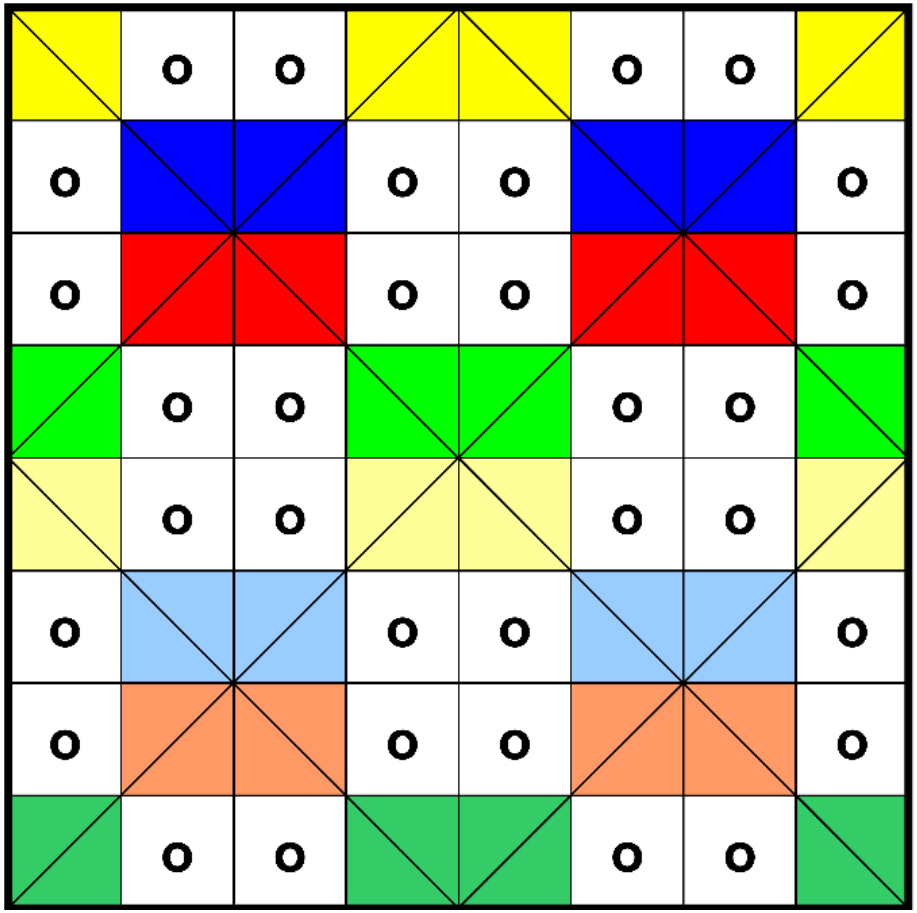
À partir de 2 carrés naturels inversés…

(symétrie $i \rightarrow 65 - i$)

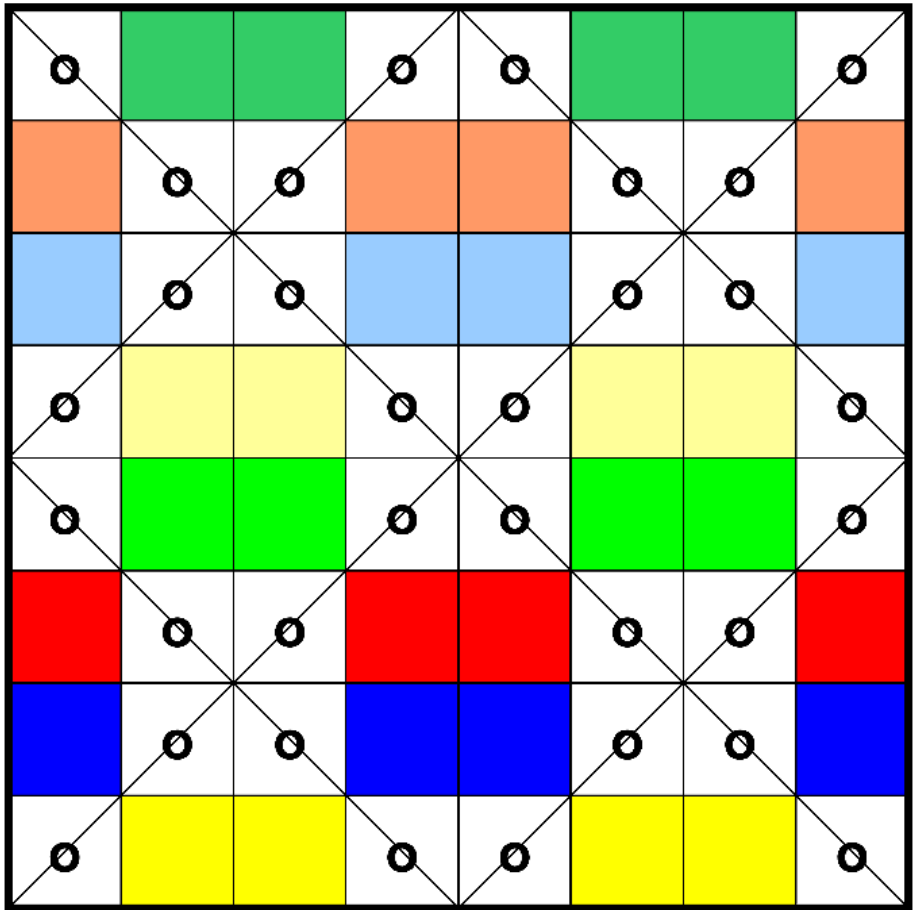
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Procédé par pointage



Diagonales conservées



Diagonales retirées

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Procédé par pointage

1			4	5			8
	10	11			14	15	
	18	19			22	23	
25			28	29			32
33			36	37			40
	42	43			46	47	
	50	51			54	55	
57			60	61			64

Diagonales conservées

	63	62			59	58	
56			53	52			49
48			45	44			41
	39	38			35	34	
	31	30			27	26	
24			21	20			17
16			13	12			9
	7	6			3	2	

Diagonales retirées

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	62	4	5	59	58	8
56	10	11	53	52	14	15	49
48	18	19	45	44	22	23	41
25	39	38	28	29	35	34	32
33	31	30	36	37	27	26	40
24	42	43	21	20	46	47	17
16	50	51	13	12	54	55	9
57	7	6	60	61	3	2	64

Après superposition…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	62	4	5	59	58	8
56	10	11	53	52	14	15	49
48	18	19	45	44	22	23	41
25	39	38	28	29	35	34	32
33	31	30	36	37	27	26	40
24	42	43	21	20	46	47	17
16	50	51	13	12	54	55	9
57	7	6	60	61	3	2	64

Un carré normal de somme 260

(Mercure après permutation des colonnes)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Explication par lignes

1	63	62	4	5	59	58	8
56	10	11	53	52	14	15	49
48	18	19	45	44	22	23	41
25	39	38	28	29	35	34	32
33	31	30	36	37	27	26	40
24	42	43	21	20	46	47	17
16	50	51	13	12	54	55	9
57	7	6	60	61	3	2	64

1+ 4	=	130 – (63+62)	5+ 8	=	130 – (59+58)
56+53	=	130 – (10+11)	52+49	=	130 – (14+15)
48+45	=	130 – (18+19)	44+41	=	130 – (22+23)
25+28	=	130 – (39+38)	29+32	=	130 – (35+34)
33+36	=	130 – (31+30)	37+40	=	130 – (27+26)
24+21	=	130 – (42+43)	20+17	=	130 – (46+47)
16+13	=	130 – (50+51)	12+ 9	=	130 – (54+55)
57+60	=	130 – (7+ 6)	61+64	=	130 – (3+ 2)

→ Complémentarité

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Explication par colonnes

1	63	62	4	5	59	58	8
56	10	11	53	52	14	15	49
48	18	19	45	44	22	23	41
25	39	38	28	29	35	34	32
33	31	30	36	37	27	26	40
24	42	43	21	20	46	47	17
16	50	51	13	12	54	55	9
57	7	6	60	61	3	2	64

1+25	=	130 – (56+48)	33+57	=	130 – (24+16)
63+39	=	130 – (10+18)	31+ 7	=	130 – (42+50)
62+38	=	130 – (11+19)	30+ 6	=	130 – (43+51)
4+28	=	130 – (53+45)	36+60	=	130 – (21+13)
5+29	=	130 – (52+44)	37+61	=	130 – (20+12)
59+35	=	130 – (14+22)	27+ 3	=	130 – (46+54)
58+34	=	130 – (15+23)	26+ 2	=	130 – (47+55)
8+32	=	130 – (49+41)	40+64	=	130 – (17+ 9)

→ Complémentarité

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Explication par diagonales

1	63	62	4	5	59	58	8
56	10	11	53	52	14	15	49
48	18	19	45	44	22	23	41
25	39	38	28	29	35	34	32
33	31	30	36	37	27	26	40
24	42	43	21	20	46	47	17
16	50	51	13	12	54	55	9
57	7	6	60	61	3	2	64

1+64 = 10+55 = 19+46 = 28+37 = 65

8+57 = 15+50 = 22+43 = 29+36 = 65

→ Complémentarité

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Formule explicite des éléments du carré

Élément situé sur les i^e ligne et j^e colonne

- **sur les diagonales : $8i + j - 8$**
(si $i = j$ ou $i = j \pm 4$ ou $i + j = 5$, 9 ou 13)
- **hors des diagonales : $73 - 8i - j$**

© Aimé Lachal – 2016

Une construction en mosaïque

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

64	63	62	61	60	59	58	57
56	55	54	53	52	51	50	49
48	47	46	45	44	43	42	41
40	39	38	37	36	35	34	33
32	31	30	29	28	27	26	25
24	23	22	21	20	19	18	17
16	15	14	13	12	11	10	9
8	7	6	5	4	3	2	1

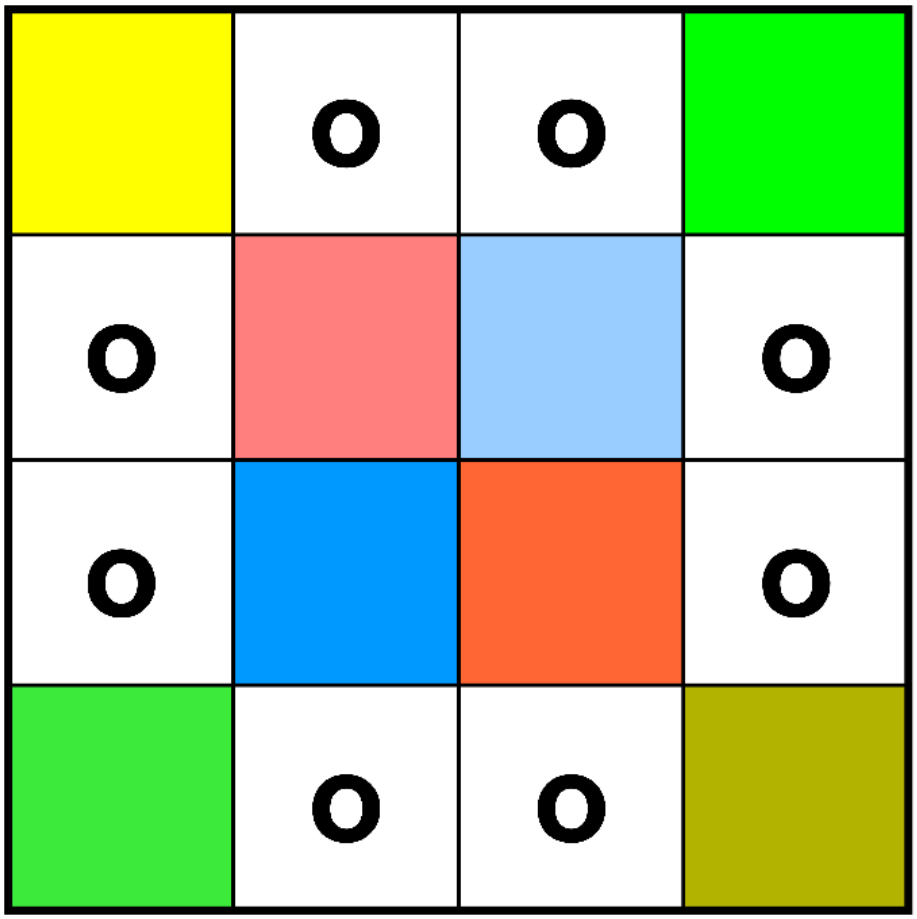
À partir de 2 carrés naturels inversés…

(symétrie $i \rightarrow 65 - i$)

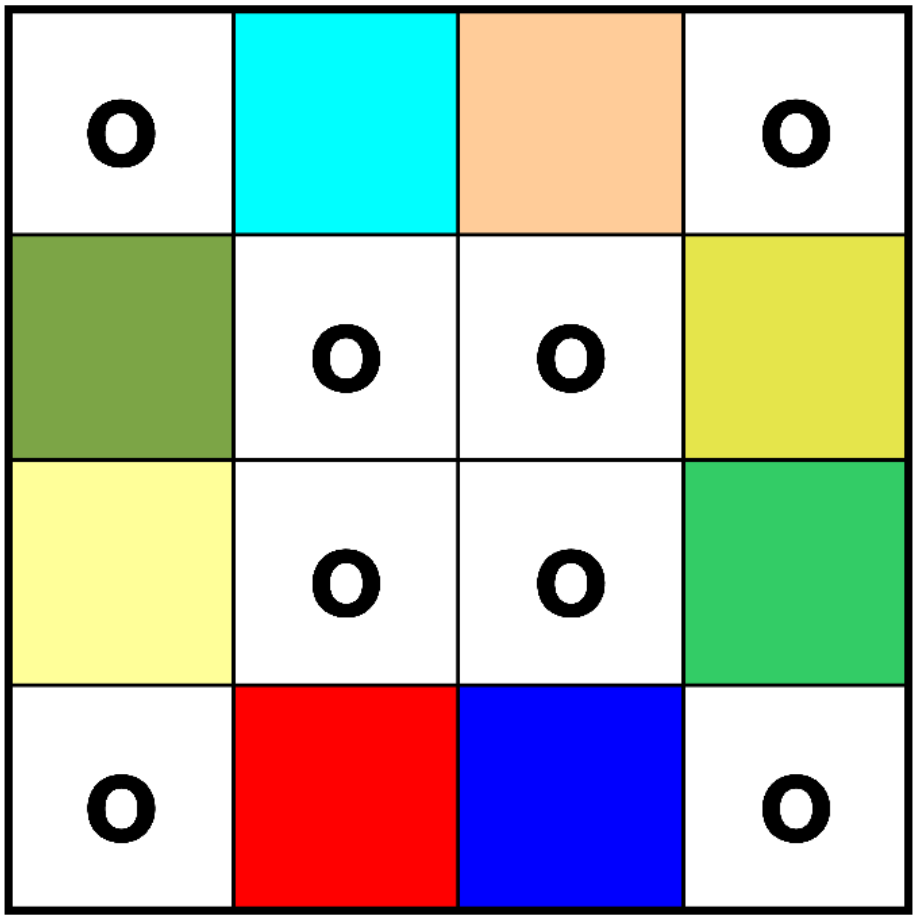
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Procédé par pointage



Diagonales par bloc conservées

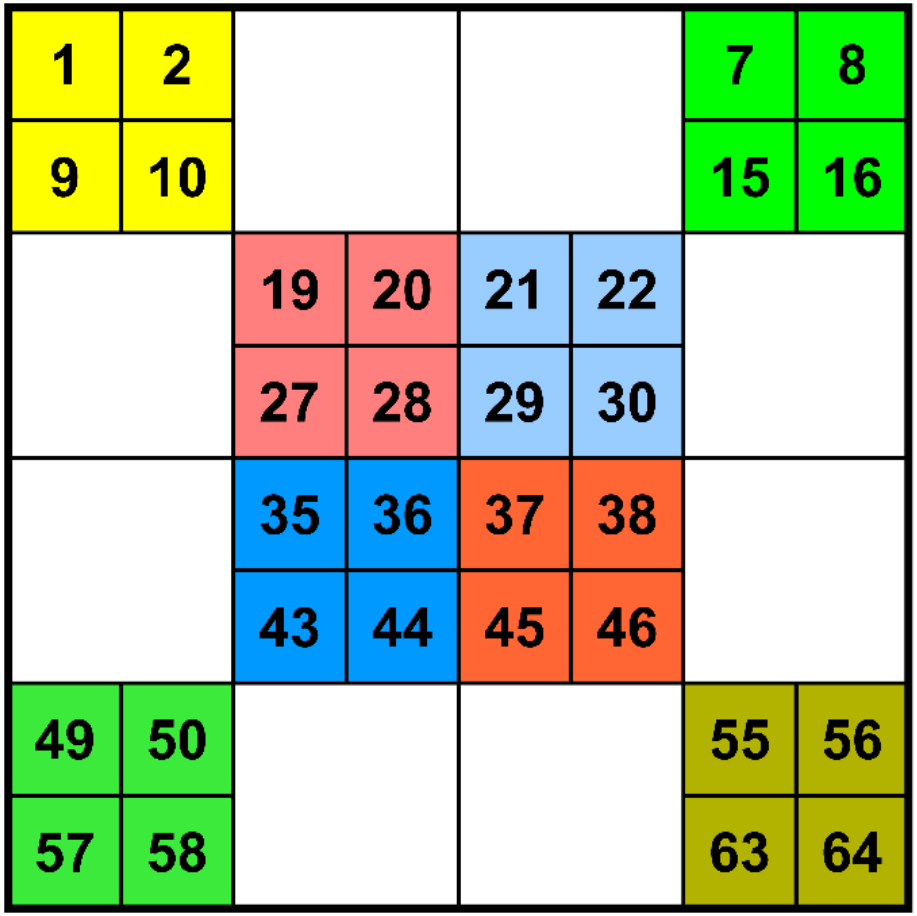


Diagonales par bloc retirées

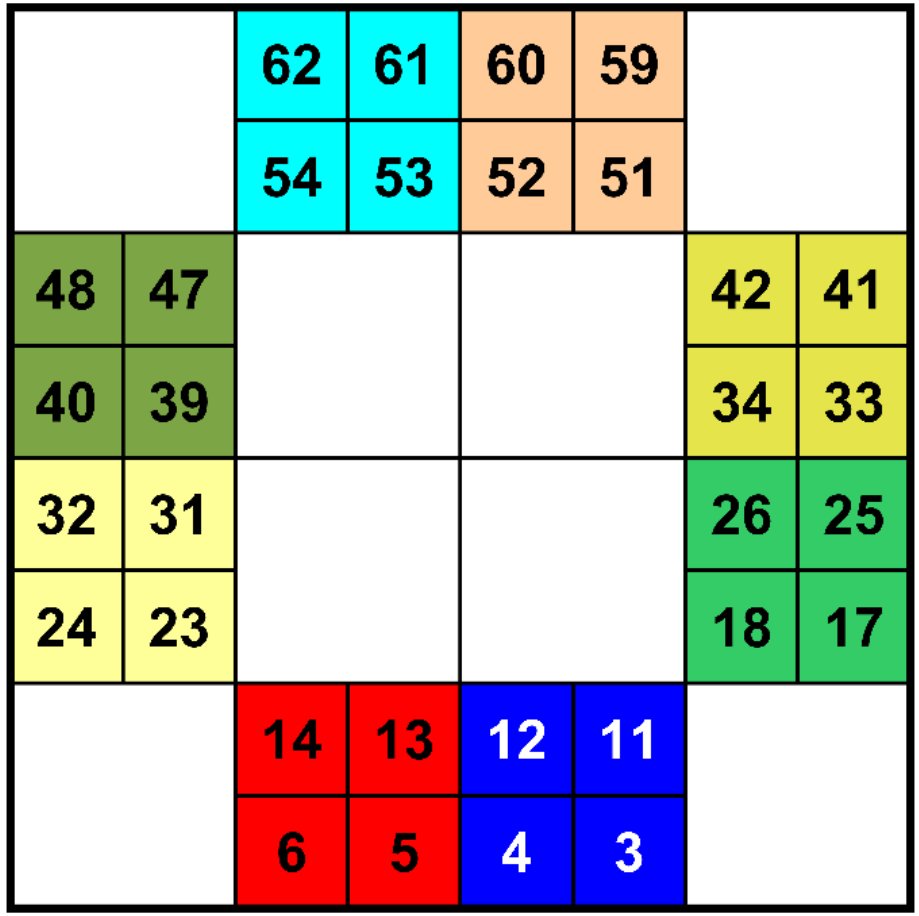
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Procédé par pointage



Diagonales par bloc conservées



Diagonales par bloc retirées

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	2	62	61	60	59	7	8
9	10	54	53	52	51	15	16
48	47	19	20	21	22	42	41
40	39	27	28	29	30	34	33
32	31	35	36	37	38	26	25
24	23	43	44	45	46	18	17
49	50	14	13	12	11	55	56
57	58	6	5	4	3	63	64

Après superposition…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	2	62	61	60	59	7	8
9	10	54	53	52	51	15	16
48	47	19	20	21	22	42	41
40	39	27	28	29	30	34	33
32	31	35	36	37	38	26	25
24	23	43	44	45	46	18	17
49	50	14	13	12	11	55	56
57	58	6	5	4	3	63	64

Un carré normal de somme 260

© Aimé Lachal – 2016

Formule explicite des éléments du carré

Élément situé sur les i^e ligne et j^e colonne

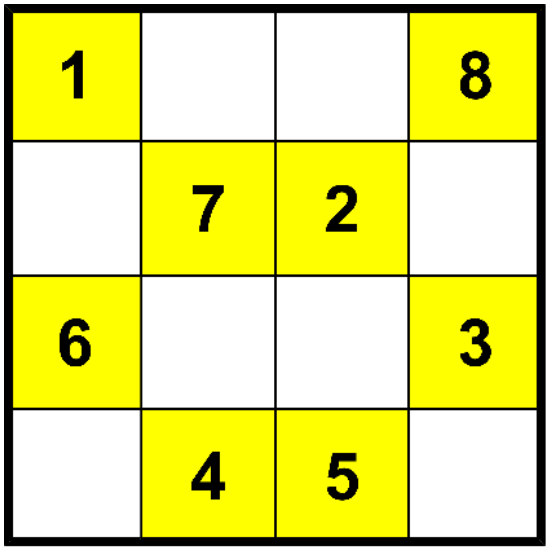
- **sur les blocs diagonaux : $8i + j - 8$**
  (si $E((i+1)/2) = E((j+1)/2)$
  ou $E((i+1)/2) + E((j+1)/2) = 5$)
- **hors des blocs diagonaux : $73 - 8i - j$**

© Aimé Lachal – 2016

Une construction par quadrants

© Aimé Lachal – 2016

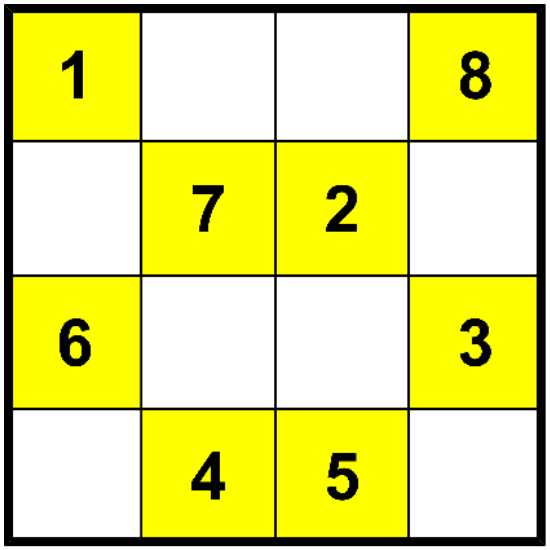
Carrés magiques d'ordre 8

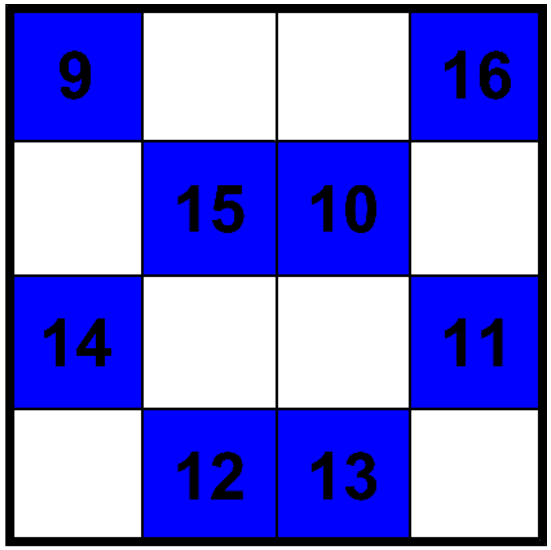


À partir d'un motif d'ordre 4…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8





Une translation de 8

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1			8
	7	2	
6			3
	4	5	

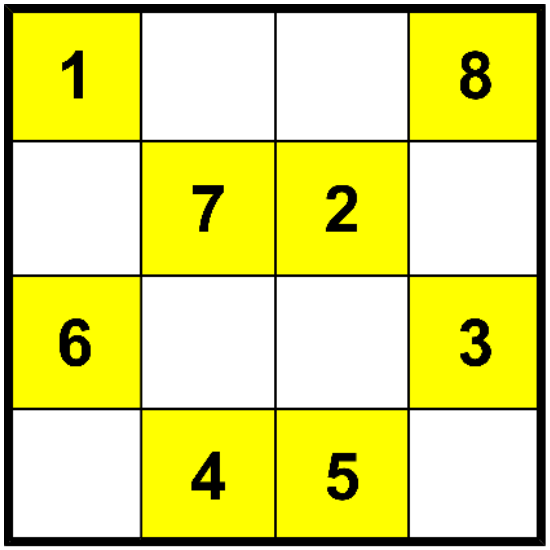
9			16
	15	10	
14			11
	12	13	

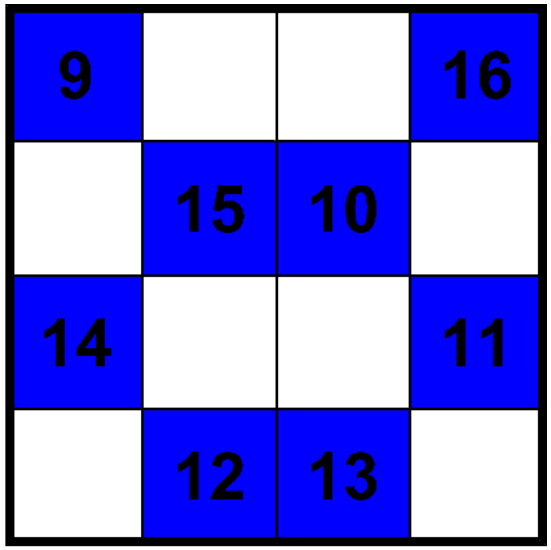
17			24
	23	18	
22			19
	20	21	

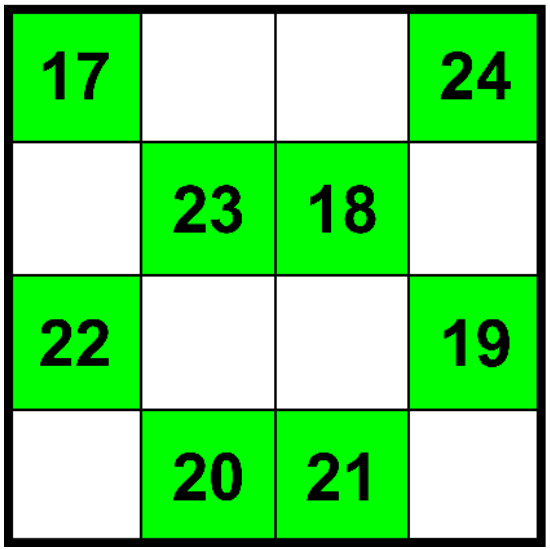
Une translation de 16 (= 2x8)

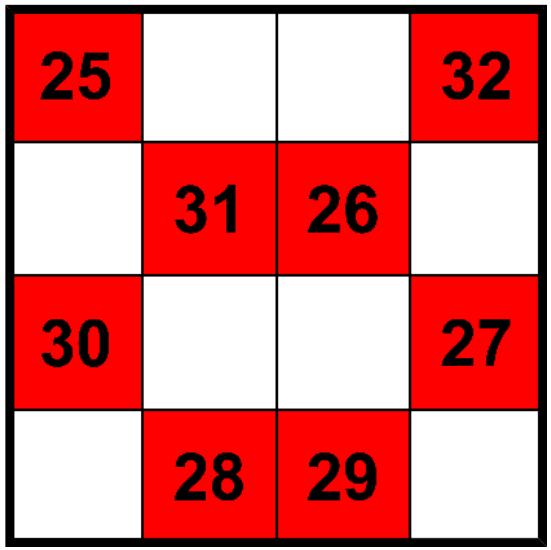
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8





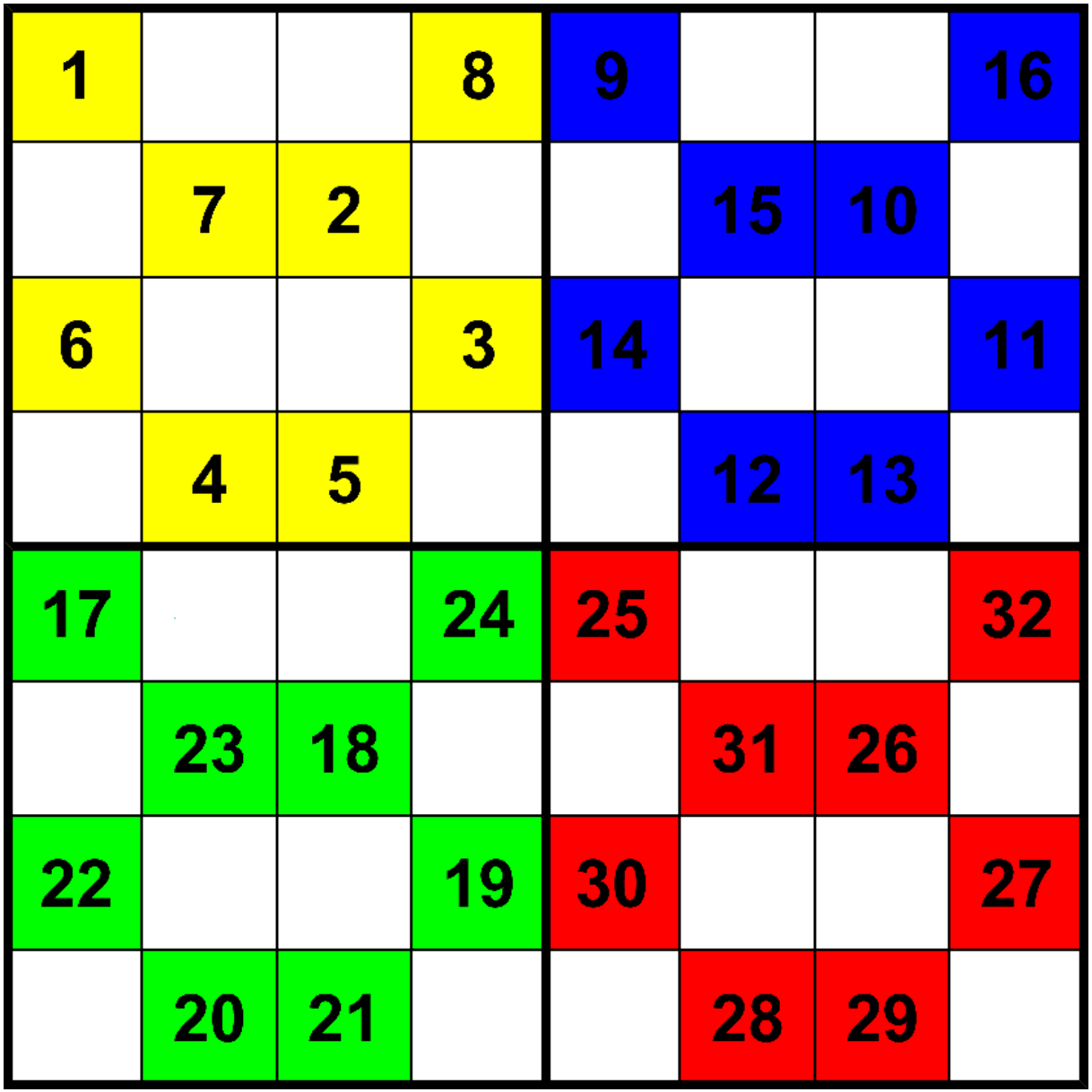




Une translation de 24 (= 3x8)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



Concaténation des 4 motifs…

© Aimé Lachal – 2016

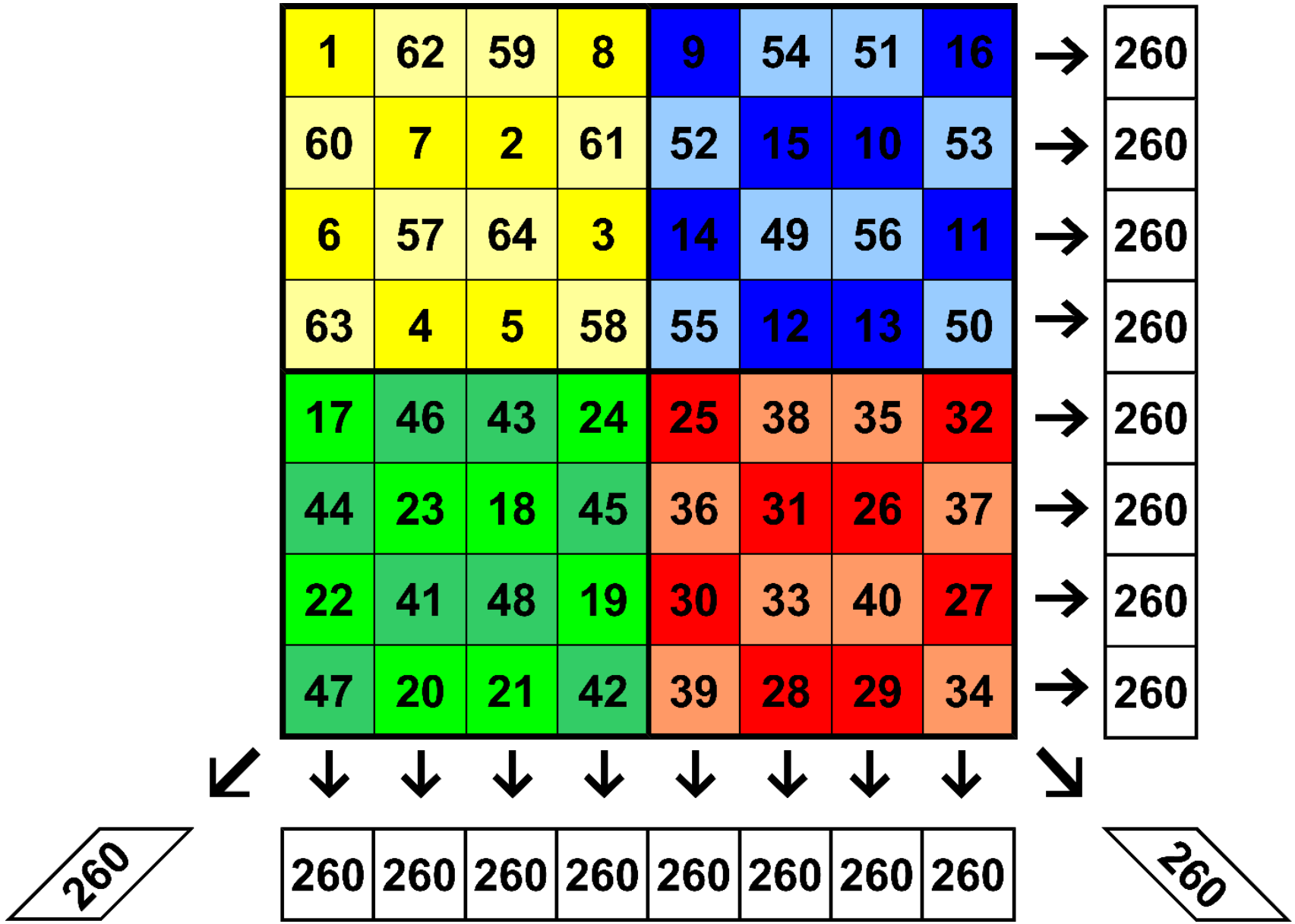
Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

On complète avec les complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



Après concaténation…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

↘

260

Non seulement les diagonales principales…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

260

Non seulement les diagonales principales…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

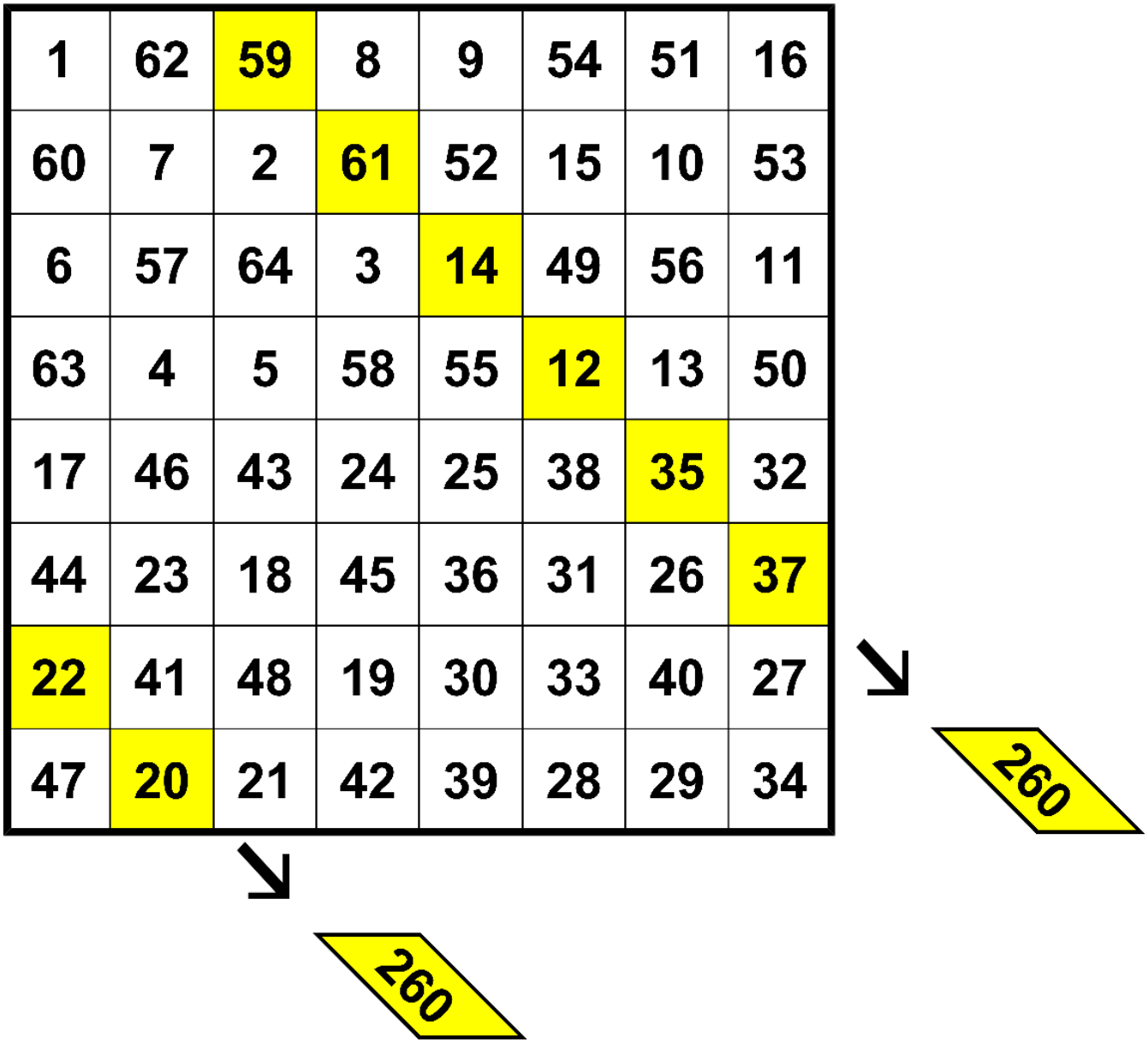
↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

260

260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

260

260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

260

260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

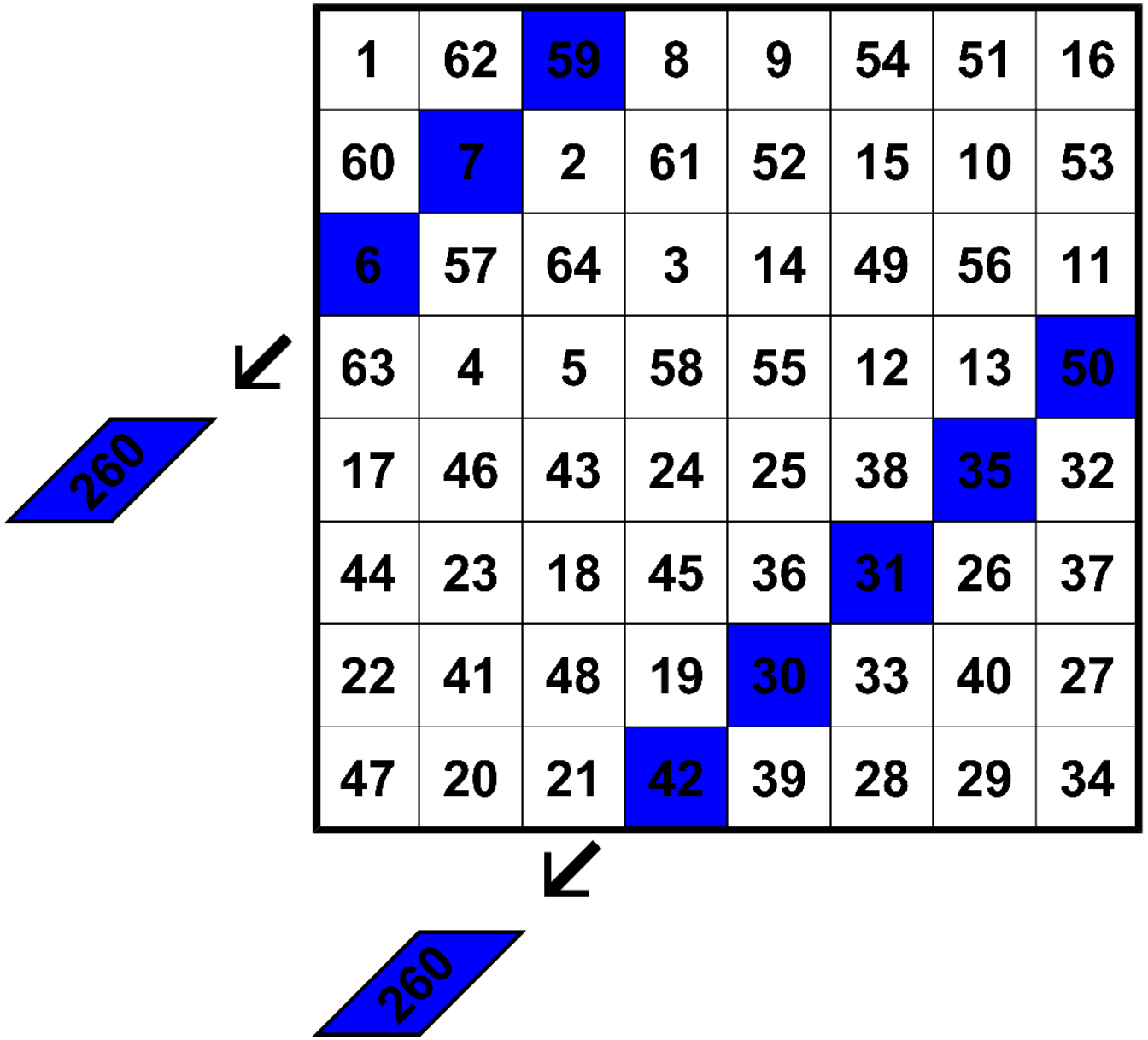
260

260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

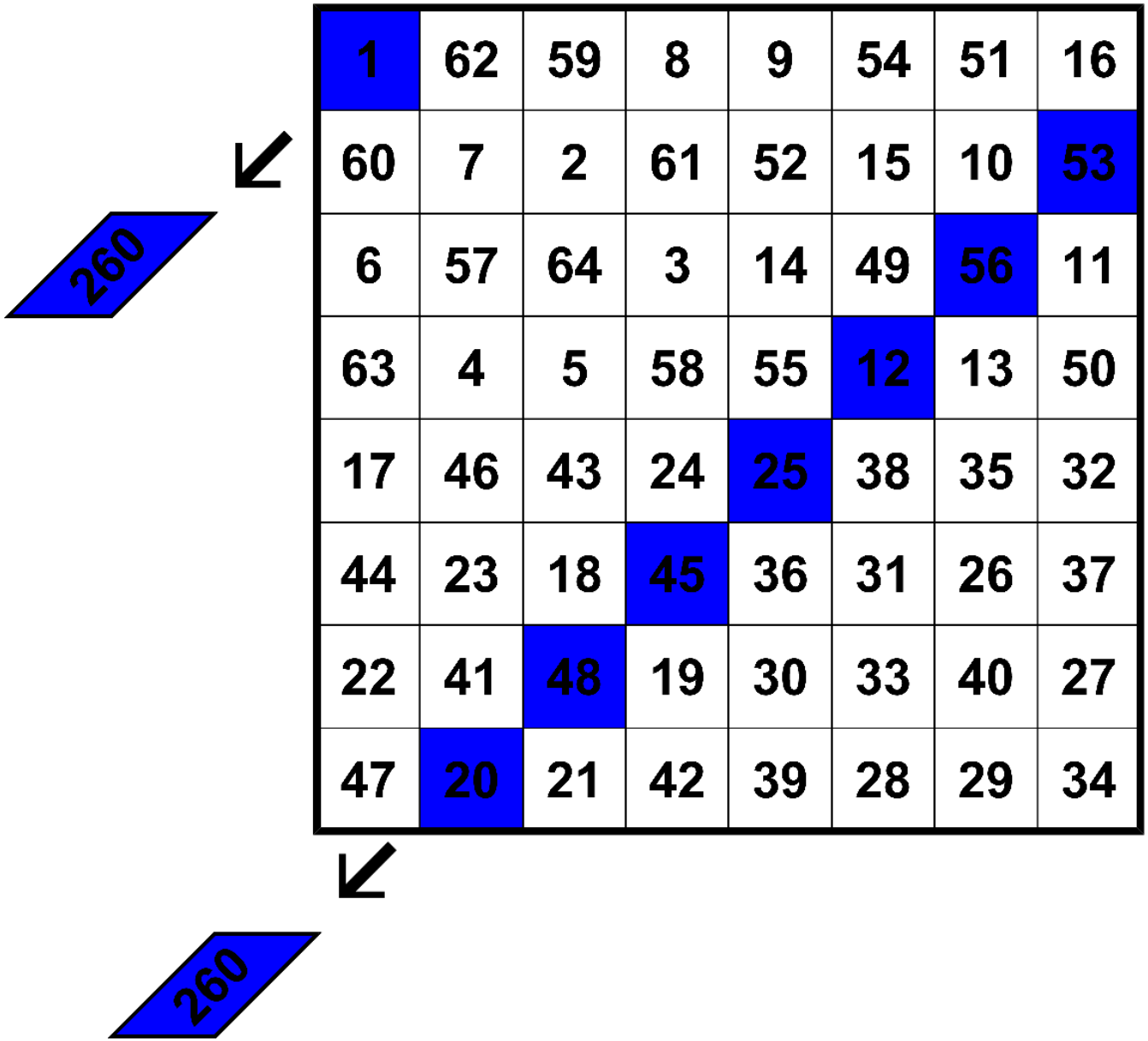
260

260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

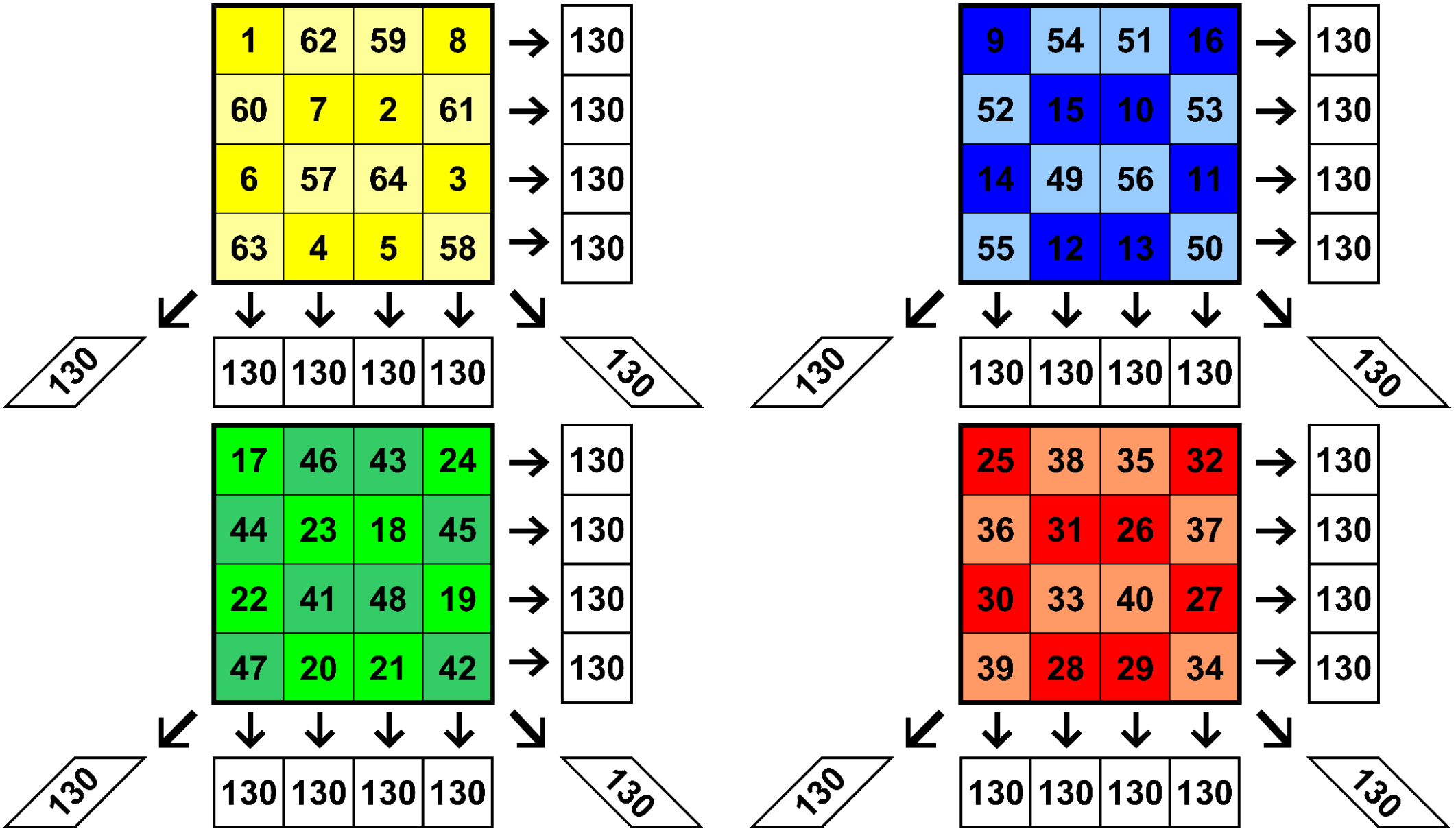
Carrés magiques d'ordre 8

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

Un carré normal diabolique de somme 260

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



Les 4 quadrants sont des carrés magiques !

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Explication par lignes

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

1 + 62 = 2 + 61 = 6 + 57 = 5 + 58 = 63

59 + 8 = 60 + 7 = 64 + 3 = 63 + 4 = 67

9 + 54 = 10 + 53 = 14 + 49 = 13 + 50 = 63

51 + 16 = 52 + 15 = 56 + 11 = 55 + 12 = 67

17 + 46 = 18 + 45 = 22 + 41 = 21 + 42 = 63

43 + 24 = 44 + 23 = 48 + 19 = 47 + 20 = 67

25 + 38 = 26 + 37 = 30 + 33 = 29 + 34 = 63

35 + 32 = 36 + 31 = 40 + 27 = 39 + 28 = 67

→ Complémentarités

1 + 58 = 25 + 34 = 10 + 49 = 18 + 41 = 59

7 + 64 = 31 + 40 = 16 + 55 = 24 + 47 = 71

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Explication par colonnes

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

1	6	9	14	17	22	25	30
+	+	+	+	+	+	+	+
60	63	52	55	44	47	36	39
=	=	=	=	=	=	=	=
57	62	49	54	41	46	33	38
+	+	+	+	+	+	+	+
4	7	12	15	20	23	28	31
=	=	=	=	=	=	=	=
59	64	51	56	43	48	35	40
+	+	+	+	+	+	+	+
2	5	10	13	18	21	26	29
=	=	=	=	=	=	=	=
3	8	11	16	19	24	27	32
+	+	+	+	+	+	+	+
58	61	50	53	42	45	34	37
=	=	=	=	=	=	=	=
61	69	61	69	61	69	61	69

→ Complémentarités **61** + **69** = 130

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Explication par diagonales

1							16
	7					10	
		64			49		
			58	55			
			24	25			
		18			31		
	41					40	
47							34

1 + 58 = 25 + 34 = 10 + 49 = 18 + 41 = 59

7 + 64 = 31 + 40 = 16 + 55 = 24 + 47 = 71

→ Complémentarités 59 + 71 = 130

© Aimé Lachal – 2016

Un personnage exceptionnel…

Des carrés extraordinaires…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre pair

Benjamin Franklin (1706–1790)

Imprimeur, éditeur, écrivain, naturaliste, inventeur et homme politique américain.

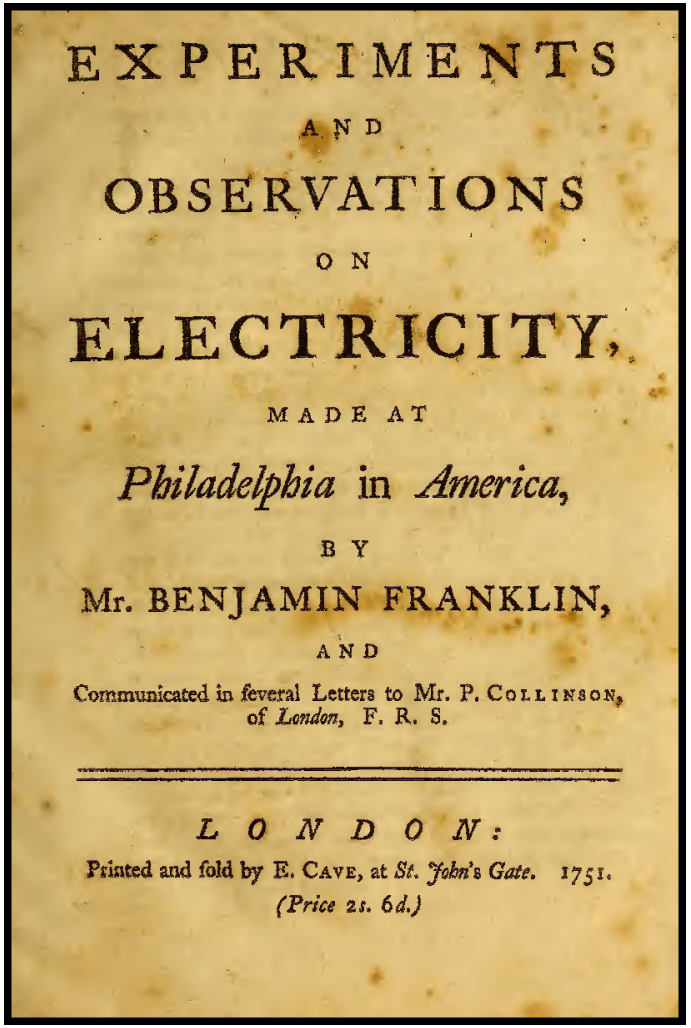


→ *Méthode de remplissage par paires de colonnes*



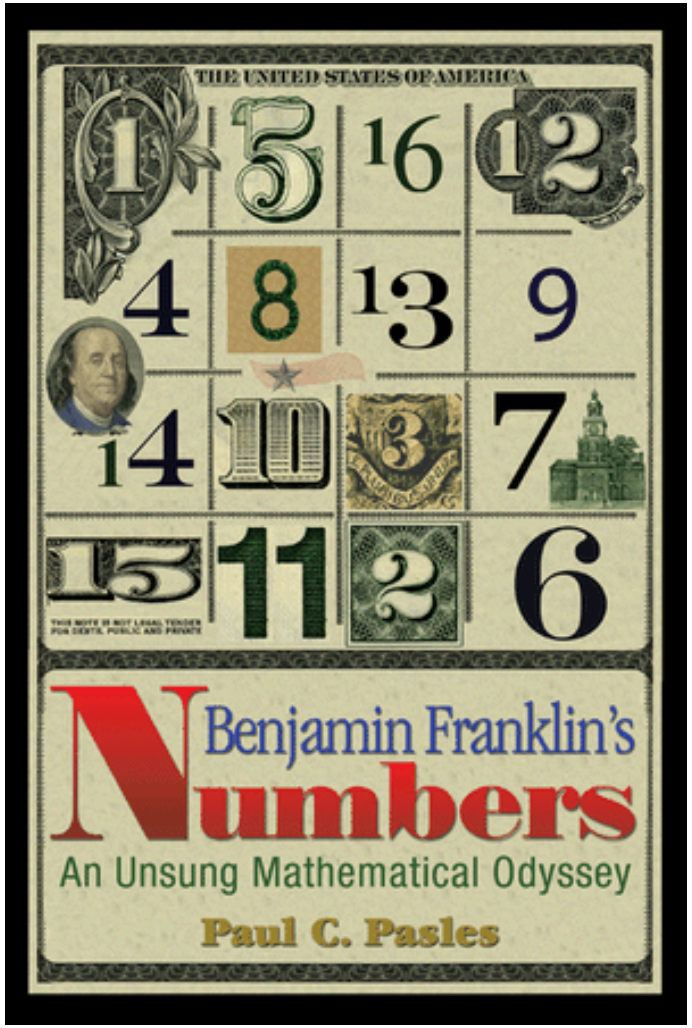
© Aimé Lachal – 2016

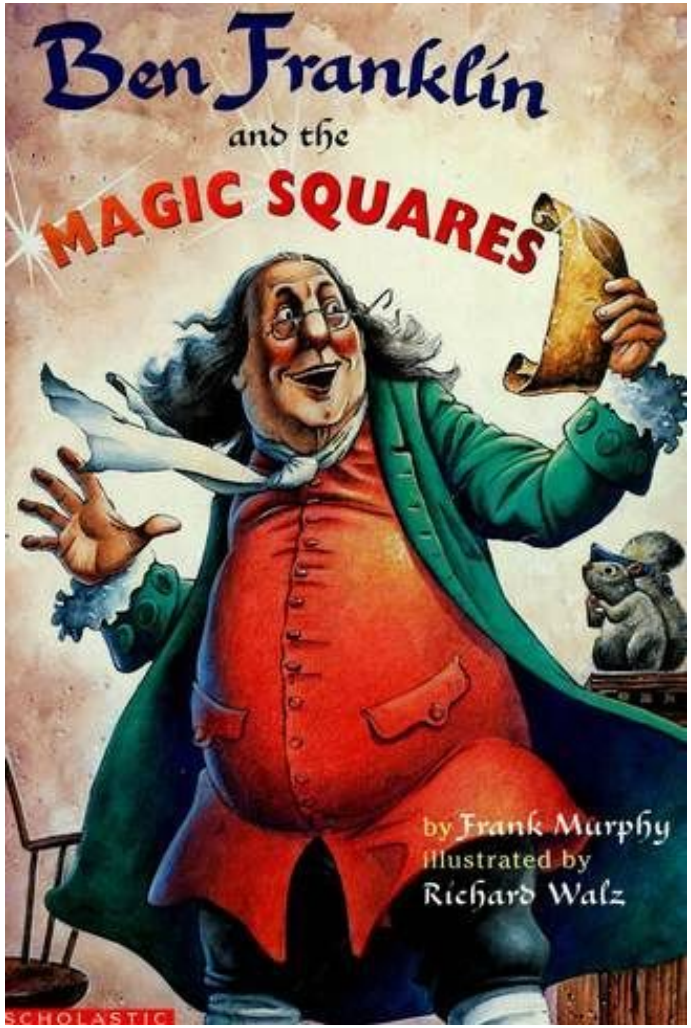
Carrés magiques d'ordre 8



EXPERIMENTS
AND
OBSERVATIONS
ON
ELECTRICITY,
MADE AT
Philadelphia in *America*,
BY
Mr. BENJAMIN FRANKLIN,
AND
Communicated in feveral Letters to Mr. P. COLLINSON, of *London*, F. R. S.

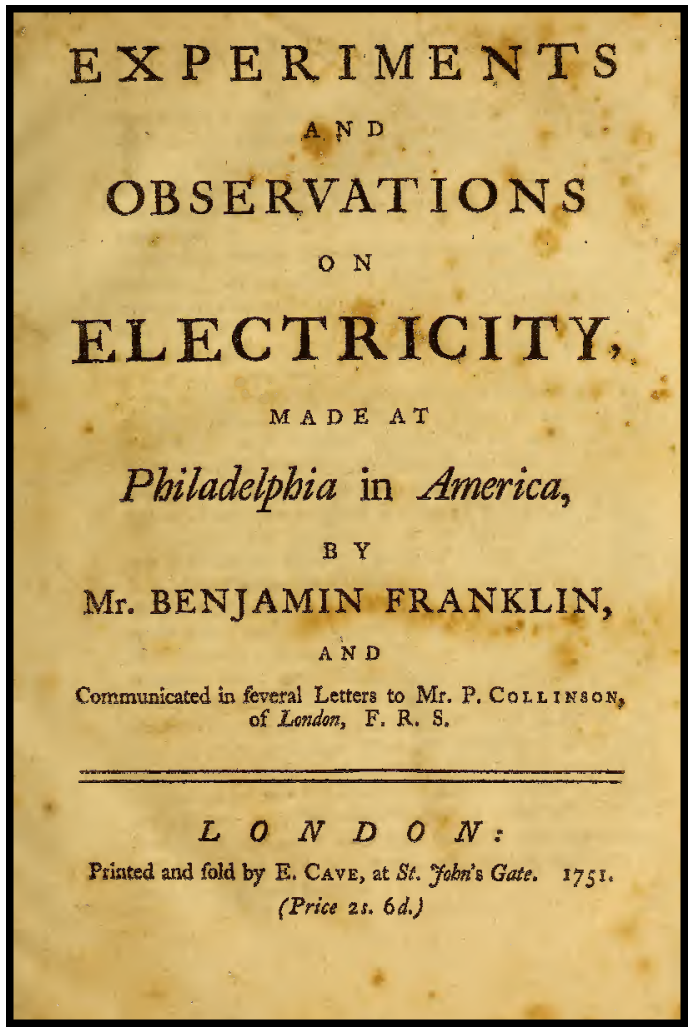
LONDON:
Printed and fold by E. CAVE, at *St. John's Gate.* 1751.
(Price 2s. 6d.)





© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



EXPERIMENTS
AND
OBSERVATIONS
ON
ELECTRICITY,
MADE AT
Philadelphia in *America*,
BY
Mr. BENJAMIN FRANKLIN,
AND
Communicated in ſeveral Letters to Mr. P. COLLINSON, of *London*, F. R. S.

LONDON:
Printed and ſold by E. CAVE, at *St. John's Gate*. 1751.
(Price 2s. 6d.)

LETTER XXVII.

FROM

BENJAMIN FRANKLIN, *Eſq*; of *Philadelphia*,

TO

PETER COLLINSON, *Eſq*; at *London*.

SIR,

ACCORDING to your requeſt, I now ſend you the Arithmetical Curioſity, of which this is the hiſtory.

Being one day in the country, at the houſe of our common friend, the late learned Mr. *Logan*, he ſhewed me a folio *French* book, filled with magic ſquares, wrote, if I forget not, by one M. *Frenicle*, in which he ſaid the author had diſcovered great ingenuity and dexterity in the management of numbers; and, though ſeveral other foreigners had diſtinguiſhed themſelves in the ſame way, he did not recollect that any one *Engliſhman* had done any thing of the kind remarkable.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

I ſaid, it was, perhaps, a mark of the good ſenſe of our *Engliſh* mathematicians, that they would not ſpend their time in things that were merely *difficiles nugæ*, incapable of any uſeful application. He anſwered, that many of the arithmetical or mathematical queſtions, publickly propoſed and anſwered in *England*, were equally trifling and uſeleſs. Perhaps the conſidering and anſwering ſuch queſtions, I replied, may not be altogether uſeleſs, if it produces by practice an habitual readineſs and exactneſs in mathematical diſquiſitions, which readineſs may, on many occaſions, be of real uſe. In the ſame way, ſays he, may the making of theſe ſquares be of uſe.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

I then confeſſed to him, that in my younger days, having once ſome leiſure, (which I ſtill think I might have employed more uſefully) I had amuſed myſelf in making theſe kind of magic ſquares, and, at length, had acquired ſuch a knack at it, that I could fill the cells of any magic ſquare, of reaſonable ſize, with a ſeries of numbers as faſt as I could write them, diſpoſed in ſuch a manner, as that the ſums of every row, horizontal, perpendicular, or diagonal, ſhould be equal; but not being ſatisfied with theſe, which I looked on as common and eaſy things, I had impoſed on myſelf more difficult taſks, and ſucceeded in making other magic ſquares, with a variety of properties, and much more curious.

B. Franklin.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

		4					
	3						
		5					
	6						
		7					
	8						
		2					
	1						

1–8

Remplissage en double-colonne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

		4	13				
14	3						
		5	12				
11	6						
		7	10				
9	8						
		2	15				
16	1						



1–8

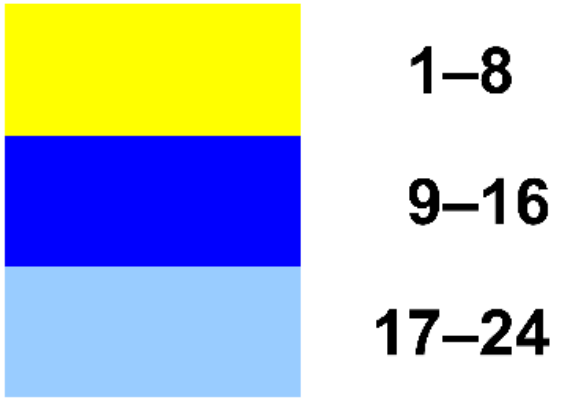
9–16

Remplissage en double-colonne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

		4	13	20			
14	3						19
		5	12	21			
11	6						22
		7	10	23			
9	8						24
		2	15	18			
16	1						17

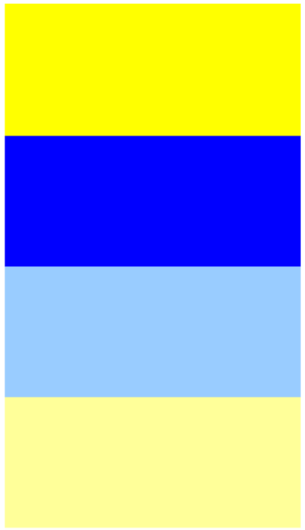


Remplissage en double-colonne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

		4	13	20	29		
14	3					30	19
		5	12	21	28		
11	6					27	22
		7	10	23	26		
9	8					25	24
		2	15	18	31		
16	1					32	17



1–8

9–16

17–24

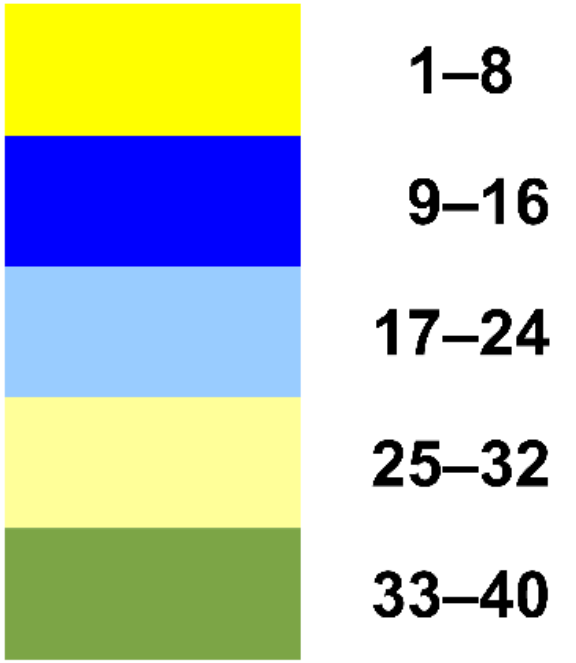
25–32

Remplissage en double-colonne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

		4	13	20	29	36	
14	3				35	30	19
		5	12	21	28	37	
11	6				38	27	22
		7	10	23	26	39	
9	8				40	25	24
		2	15	18	31	34	
16	1				33	32	17

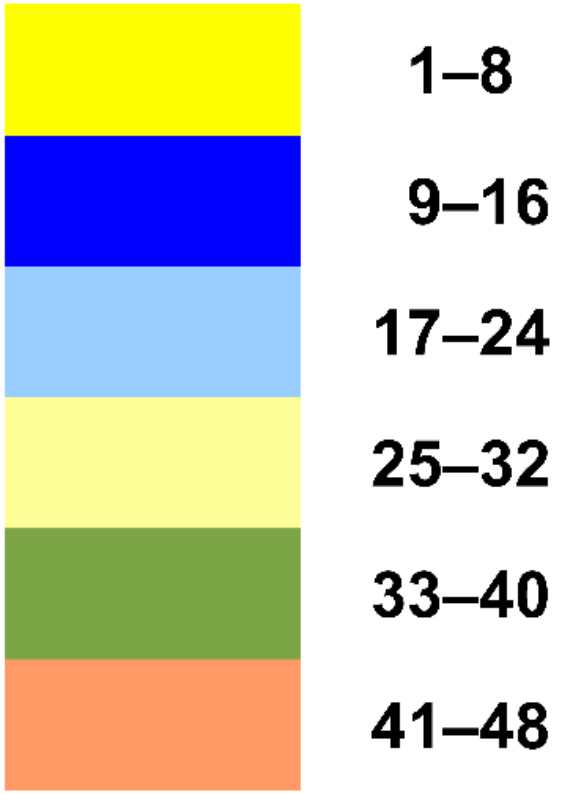


Remplissage en double-colonne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

		4	13	20	29	36	45
14	3			46	35	30	19
		5	12	21	28	37	44
11	6			43	38	27	22
		7	10	23	26	39	42
9	8			41	40	25	24
		2	15	18	31	34	47
16	1			48	33	32	17



Remplissage en double-colonne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

52		4	13	20	29	36	45
14	3		51	46	35	30	19
53		5	12	21	28	37	44
11	6		54	43	38	27	22
55		7	10	23	26	39	42
9	8		56	41	40	25	24
50		2	15	18	31	34	47
16	1		49	48	33	32	17

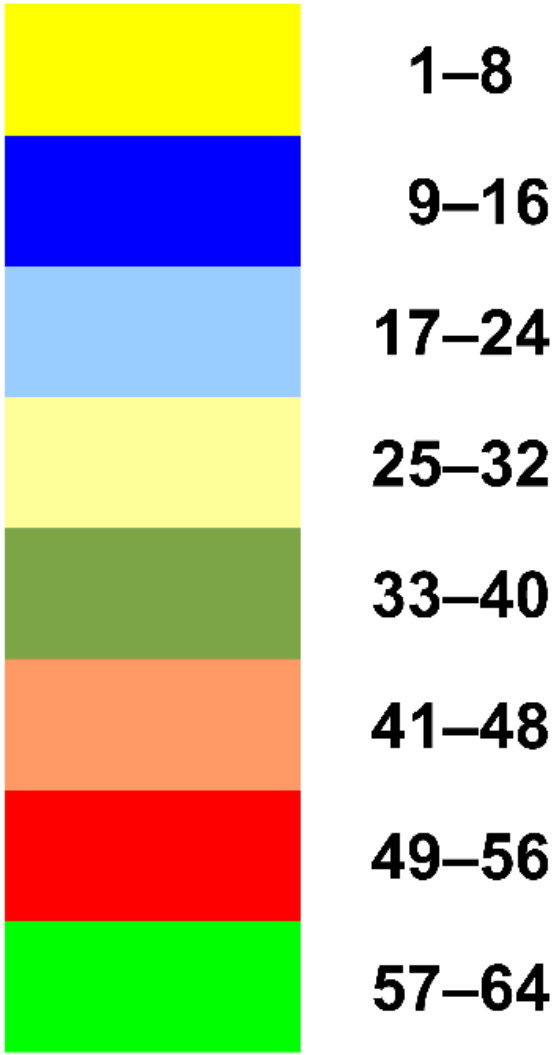


Remplissage en double-colonne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

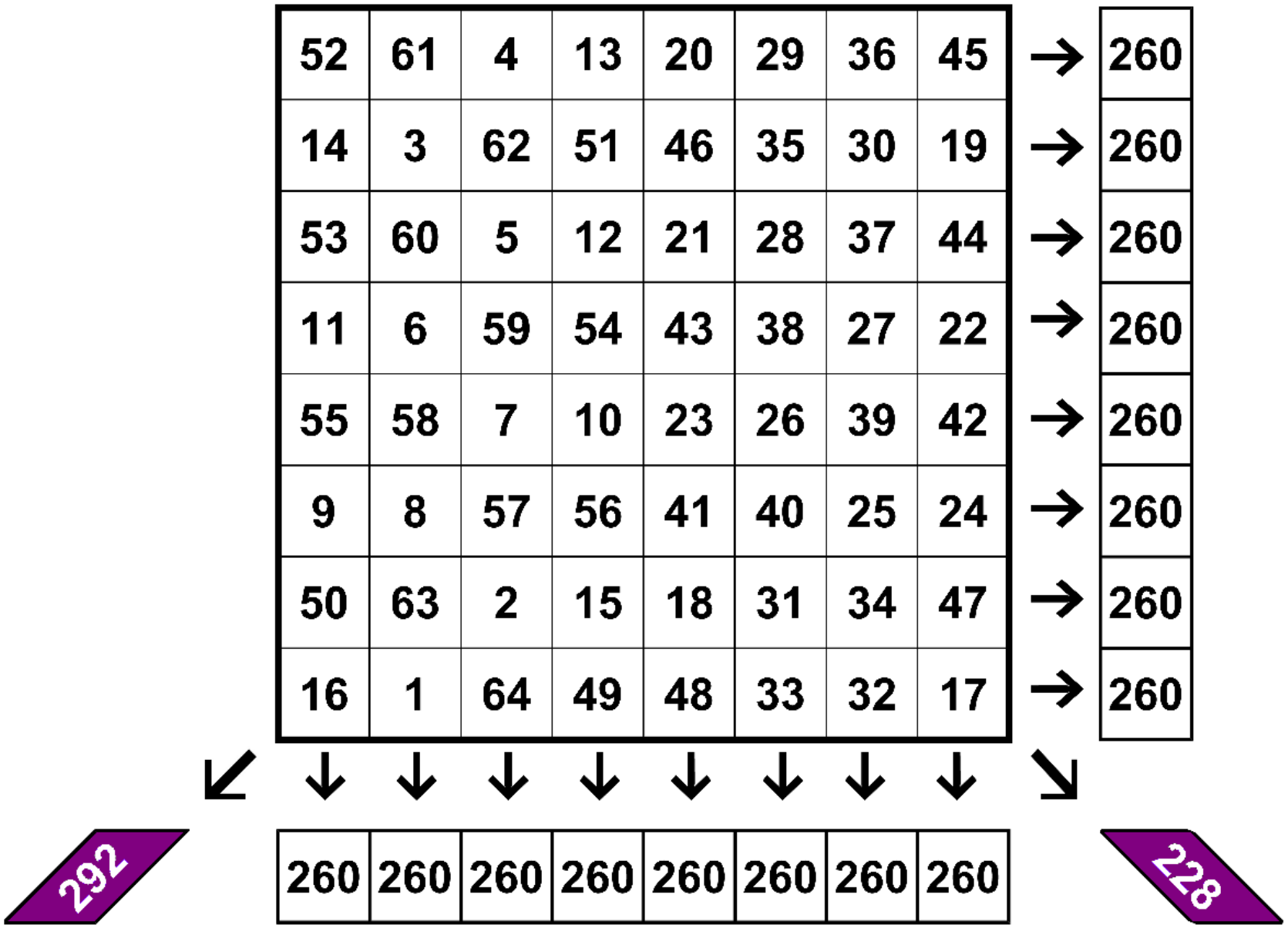
52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17



Remplissage en double-colonne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



Un carré semi-magique

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

→ 260

Diagonales recourbées magiques

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

→ 260

Diagonales recourbées magiques

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

→ 260

Diagonales recourbées magiques

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

→ 260

Diagonales recourbées magiques

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

→ 260

Diagonales recourbées magiques

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

→ 260

Diagonales recourbées magiques

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

→ 260

Diagonales recourbées magiques

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

→ 260

Diagonales recourbées magiques

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

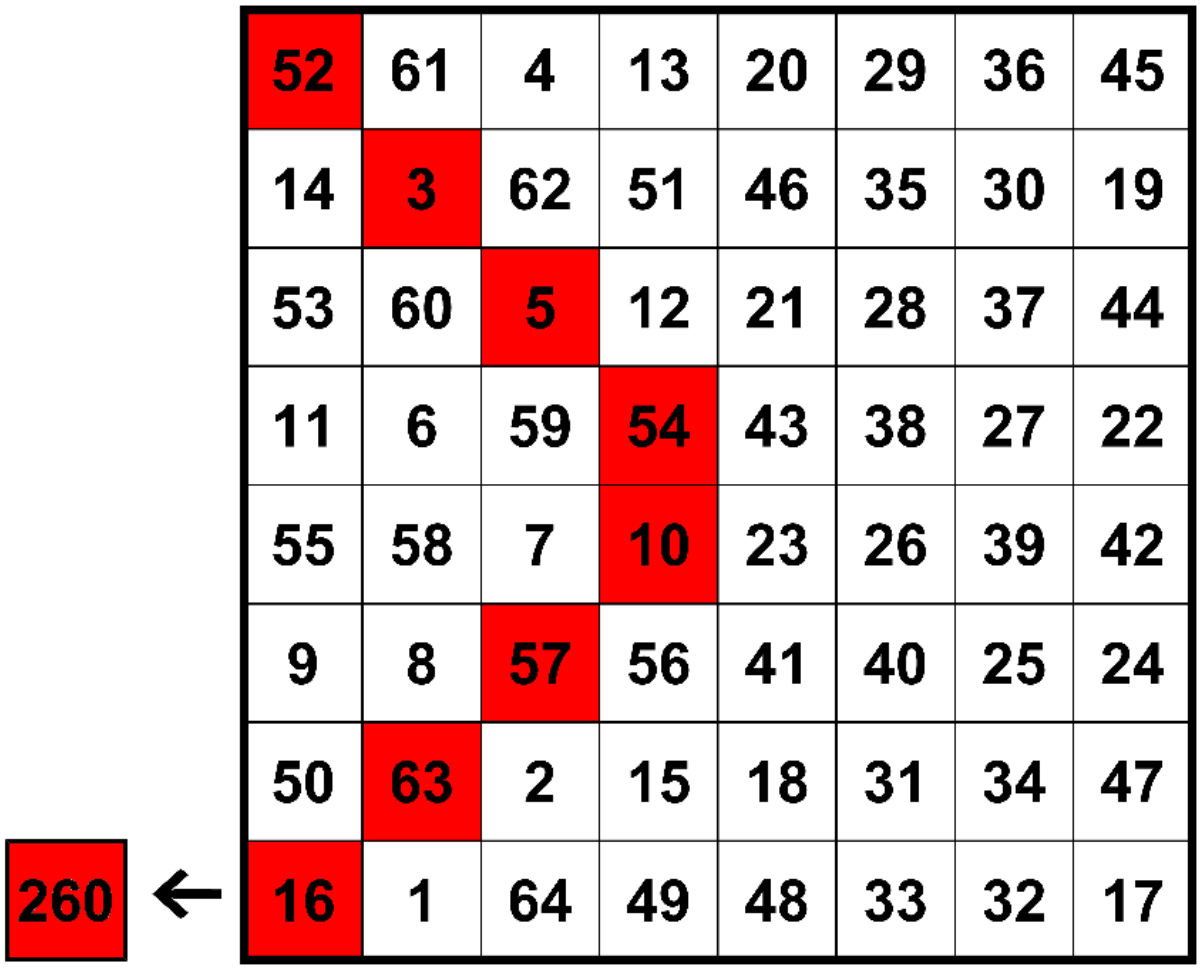
52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

→ 260

Diagonales recourbées magiques (et les similaires)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



Diagonales recourbées magiques (et les similaires)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

→ 260

Diagonales recourbées magiques (et les similaires)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

Un carré normal semi-magique mais polymagique de somme 260

His most famous square was a king-size brainteaser that did not sum correctly at the diagonals, unless the diagonals were bent like boomerangs. Now that's flair, plus he dodged electrocution by kite.

—Steve Martin, *The Pleasure of My Company: A Novel* (2003)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Explication

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

52+13	=	61+4	=	20+45	=	29+36	=	65
14+51	=	3+62	=	46+19	=	35+30	=	65
53+12	=	60+5	=	21+44	=	28+37	=	65
11+54	=	6+59	=	43+22	=	38+27	=	65
55+10	=	58+7	=	23+42	=	26+39	=	65
9+56	=	8+57	=	41+24	=	40+25	=	65
50+15	=	63+2	=	18+47	=	31+34	=	65
16+49	=	1+64	=	48+17	=	33+32	=	65

Complémentarité

© Aimé Lachal – 2016

Une personnalité fascinante...

Des carrés plus que parfaits...

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Kathleen Ollerenshaw (1912–2014)

Mathématicienne et femme politique britannique.



→ *Un méthode de construction à partir de carrés réversibles*

Carrément magiques !

Presque aussi vieux que le monde, les carrés magiques sont le passe-temps idéal des mathématiciens. La Britannique Kathleen Ollerenshaw, 85 ans, présente aujourd'hui une méthode pour construire des carrés « hypermagiques », étudiés depuis trois siècles.

114 ● SCIENCES ET AVENIR - DÉCEMBRE 1998

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Carré magique d'ordre 4

0	13	6	11
7	10	1	12
9	4	15	2
14	3	8	5



En dépit d'une apparence quelconque, ce carré d'ordre 4 est magique et même hypermagique. Additionnez chaque ligne, chaque colonne, chaque diagonale, vous obtenez le même résultat : 30. Additionnez maintenant les diagonales brisées dites courtes : 9 + 3 + 6 + 12 ou 7 + 13 + 8 + 2. Essayez maintenant avec les diagonales brisées « longues » comme 3 + 15 + 12 + 0 ou 7 + 4 + 8 + 11. Encore et toujours 30. Plus fort, prenez n'importe quel carré d'ordre 2 inscrit dans ce grand carré, la somme de ses termes est toujours la même. Ex. : 0 + 13 + 7 + 10 ou 1 + 12 + 15 + 2 égalent aussi la constante magique.

Carré magique d'ordre 8

0	62	2	60	11	53	9	55
15	49	13	51	4	58	6	56
16	46	18	44	27	37	25	39
31	33	29	35	20	42	22	40
52	10	54	8	63	1	61	3
59	5	57	7	48	14	50	12
36	26	38	24	47	17	45	19
43	21	41	23	32	30	34	28

M. DEHOKY

Toutes ces propriétés se retrouvent sur des carrés hypermagiques plus grands, comme celui d'ordre 8 ci-dessus, construit grâce à la méthode de Kathleen-Ollerenshaw, de constante magique 252. Seul ajustement : la somme des termes des carrés d'ordre 2 qui composent ce damier sont ici égaux à la moitié de la constante magique, soit 126.

Dans *Sciences et Avenir* de décembre 1998…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

« Le délice de la découverte n'est pas réservé aux jeunes »(1)

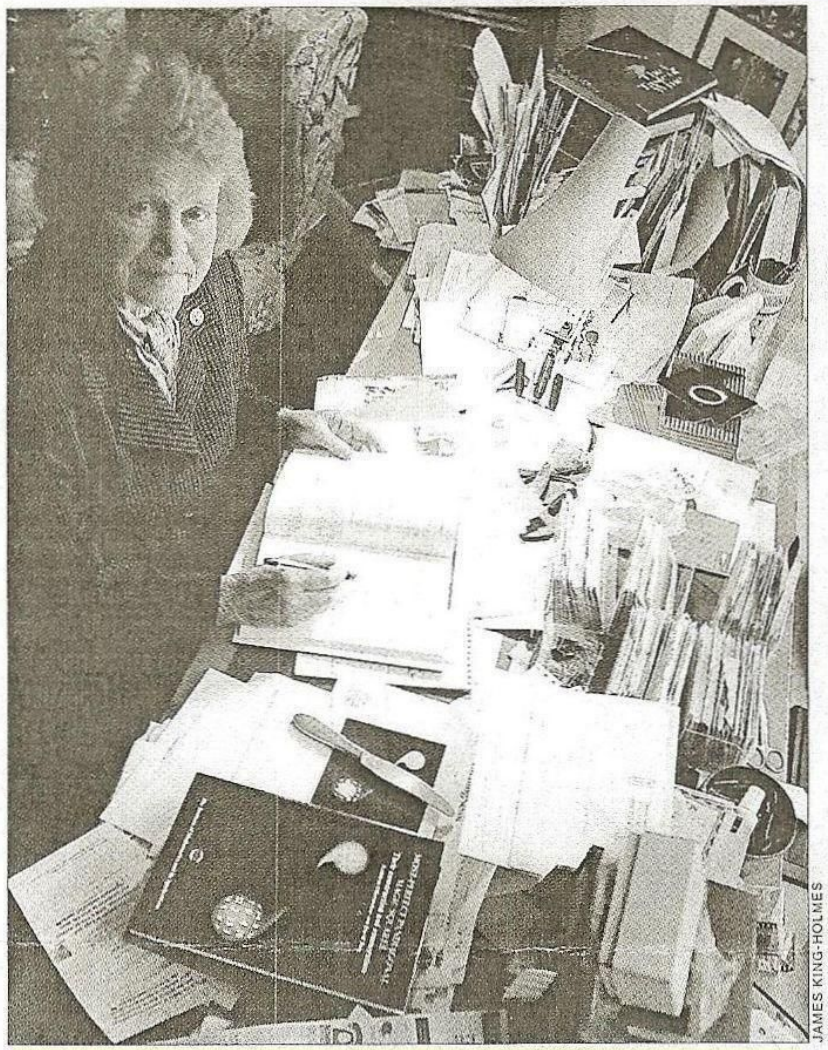
A quand remonte votre intérêt pour les carrés magiques ?

J'ai écrit mon premier travail sur des carrés d'ordre 4 et 8 il y a une quinzaine d'années. Je me suis alors lancée dans une méthode de construction générale. J'avais une intuition très forte sur le résultat à obtenir, et j'étais persuadée que j'étais sur la bonne voie pour résoudre ces fameux carrés hypermagiques qui occupèrent tant Euler.

Une fois la preuve faite, elle s'est alors révélée trop étendue pour un article, se prêtant davantage à une publication dans un livre (2).

Vous avez écrit ce livre avec David Brée, un spécialiste de l'intelligence artificielle. Quelle a été sa contribution ?

En vérité, notre collaboration, qui date d'avril 1995, est le fait du hasard et ne doit rien à sa formation en intelligence artificielle. Depuis la mort de mon mari, je menais ce travail d'analyse toute seule dans mon *cottage* et David Brée est venu simplement en voisin. Il s'est alors proposé pour relire mon travail et faire une recherche bibliographique sur le sujet, chose que j'avoue, j'avais négligée. Cela a permis de replacer l'ensemble dans une perspective historique.



JAMES KING-HOLMES

Mrs Ollerenshaw. A bientôt 86 ans, elle songe à écrire ses mémoires.

Votre prochain défi ?

Je n'en sais vraiment rien. En tout cas, même si je ne pourrai jamais totalement quitter le monde des mathématiques, une chose est sûre : fini les carrés magiques. En fait, il y a beaucoup de pressions dans mon entourage pour que j'écrive l'autobiographie d'une vie qui a été très riche et variée. J'entre dans ma 87e année, il est en effet peut-être temps... ❑

(1) Cette phrase est tirée de la conclusion du livre de Kathleen Ollerenshaw et David Brée.

(2) *Most-perfect Pandiagonal Magic Squares : their Construction and Enumeration*, Kathleen Ollerenshaw et David Brée. Éd. : The Institute of Mathematics and its Applications, Catherine Richards House, 16, Nelson Street, Southend-on-Sea, Essex SS1 1EF, Royaume-Uni.

Dans *Sciences et Avenir* de décembre 1998…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

1	2	3	4	8	7	6	5
9	10	11	12	16	15	14	13
17	18	19	20	24	23	22	21
25	26	27	28	32	31	30	29
33	34	35	36	40	39	38	37
41	42	43	44	48	47	46	45
49	50	51	52	56	55	54	53
57	58	59	60	64	63	62	61

À partir du carré naturel,
inversion des 4 dernières colonnes…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	2	3	4	8	7	6	5
9	10	11	12	16	15	14	13
17	18	19	20	24	23	22	21
25	26	27	28	32	31	30	29
33	34	35	36	40	39	38	37
41	42	43	44	48	47	46	45
49	50	51	52	56	55	54	53
57	58	59	60	64	63	62	61

1	2	3	4	8	7	6	5
9	10	11	12	16	15	14	13
17	18	19	20	24	23	22	21
25	26	27	28	32	31	30	29
57	58	59	60	64	63	62	61
49	50	51	52	56	55	54	53
41	42	43	44	48	47	46	45
33	34	35	36	40	39	38	37

…puis inversion des 4 dernières lignes

© Aimé Lachal – 2016

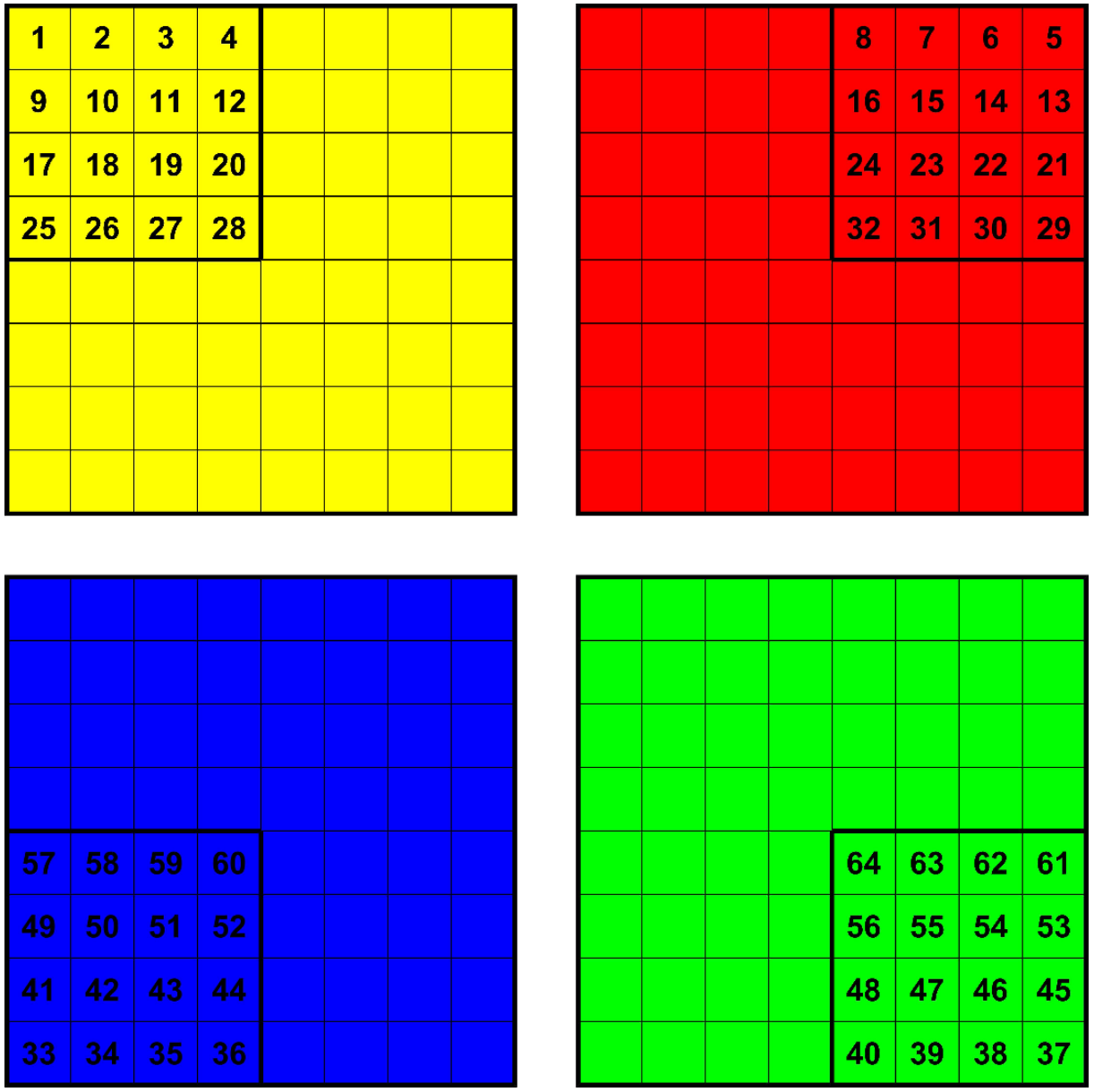
Carrés magiques d'ordre 8

1	2	3	4	8	7	6	5
9	10	11	12	16	15	14	13
17	18	19	20	24	23	22	21
25	26	27	28	32	31	30	29
57	58	59	60	64	63	62	61
49	50	51	52	56	55	54	53
41	42	43	44	48	47	46	45
33	34	35	36	40	39	38	37

Un carré naturel inversé

© Aimé Lachal – 2016

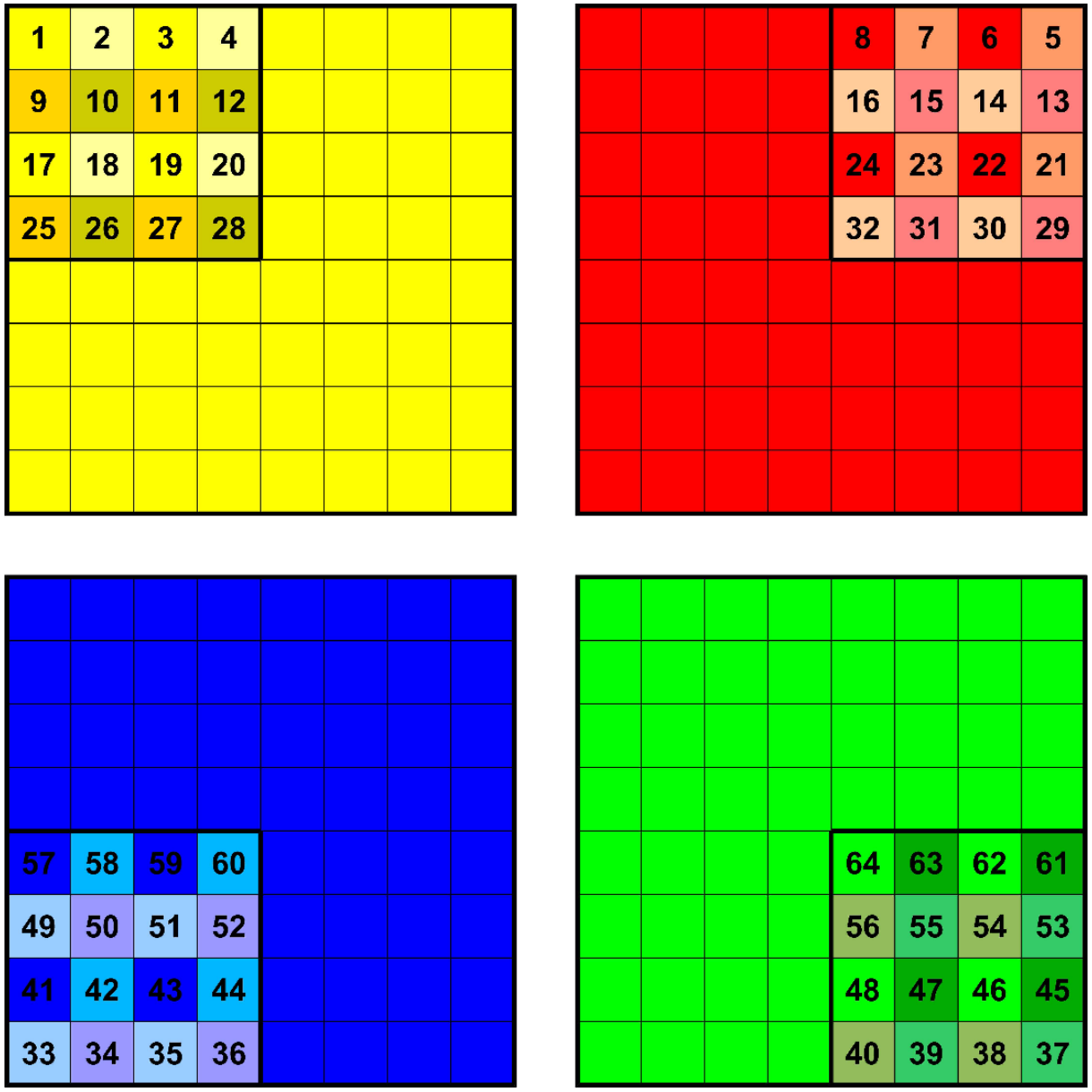
Carrés magiques d'ordre 8



Carré « éclaté » en quatre

© Aimé Lachal – 2016

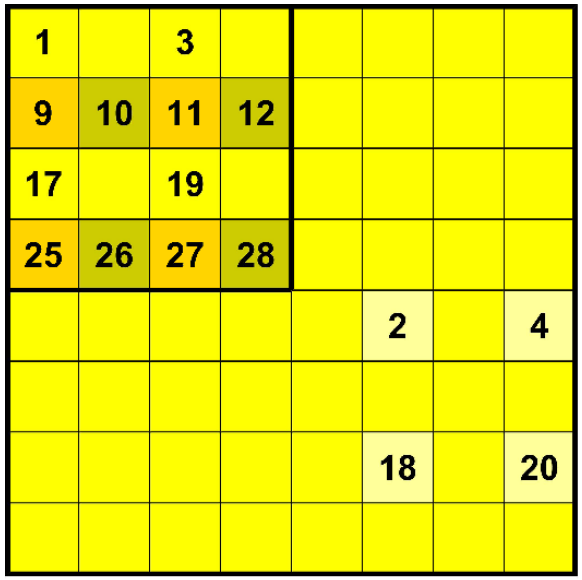
Carrés magiques d'ordre 8

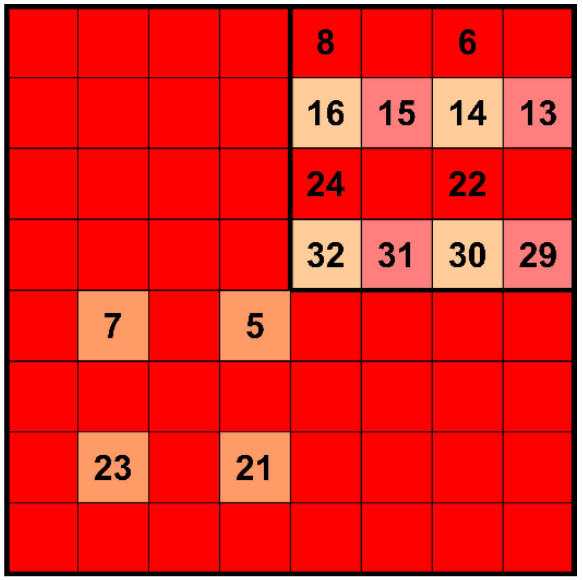


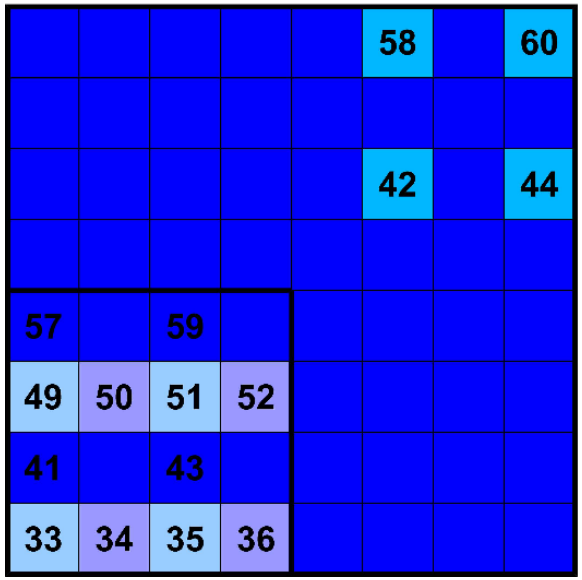
Carré « éclaté » en quatre

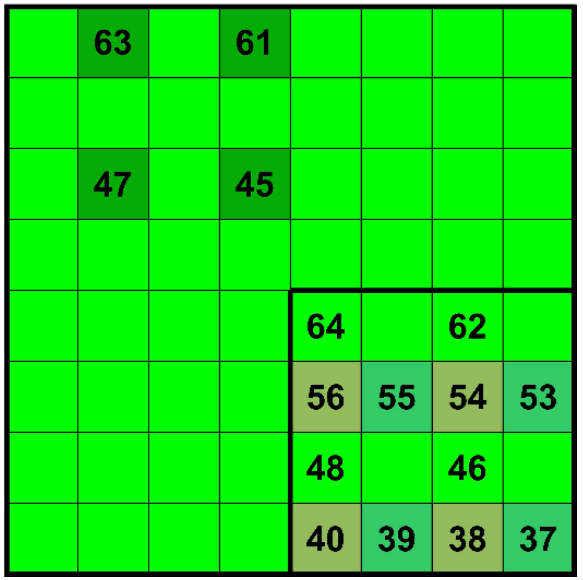
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8





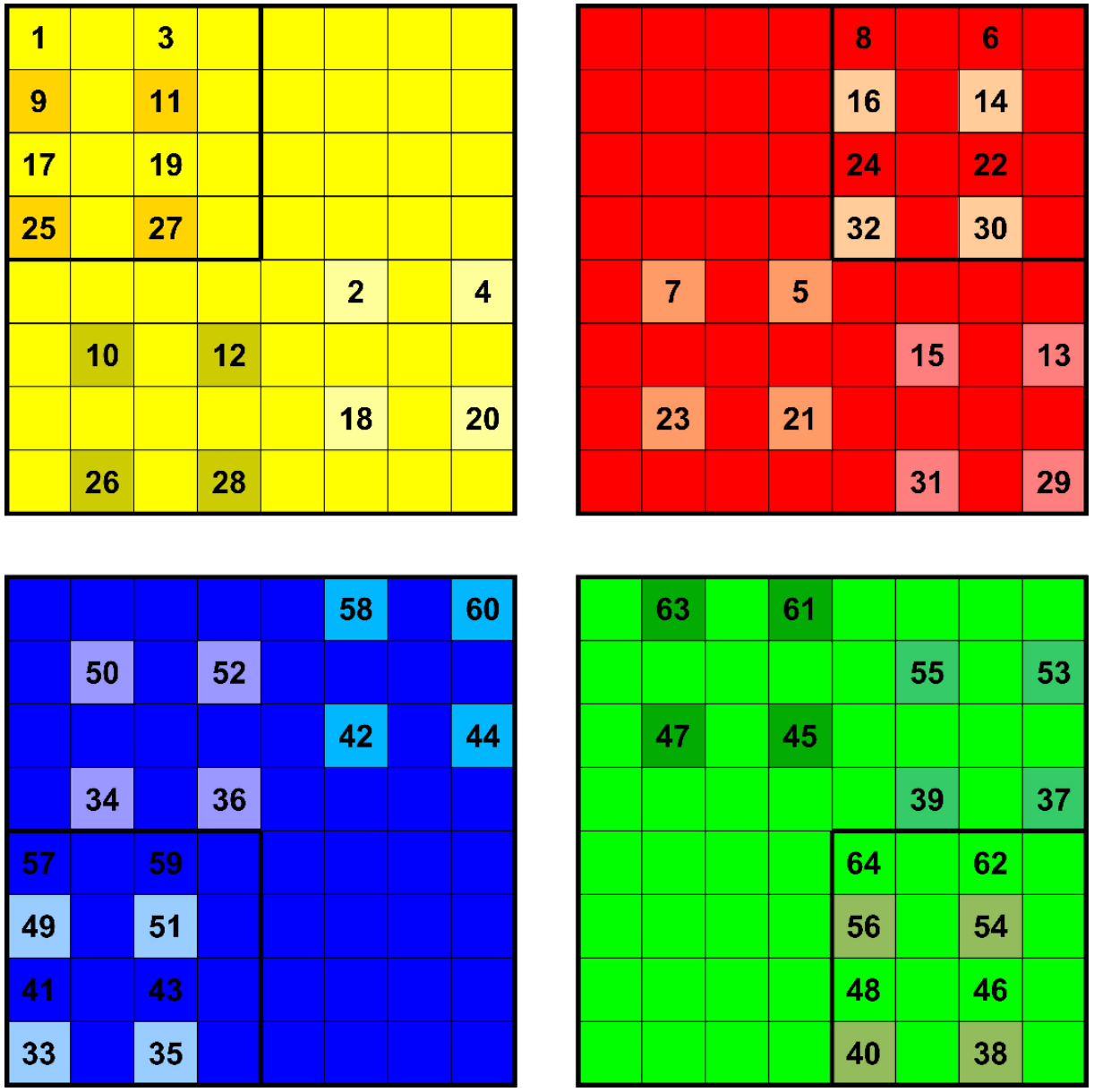




Des translations obliques…

© Aimé Lachal – 2016

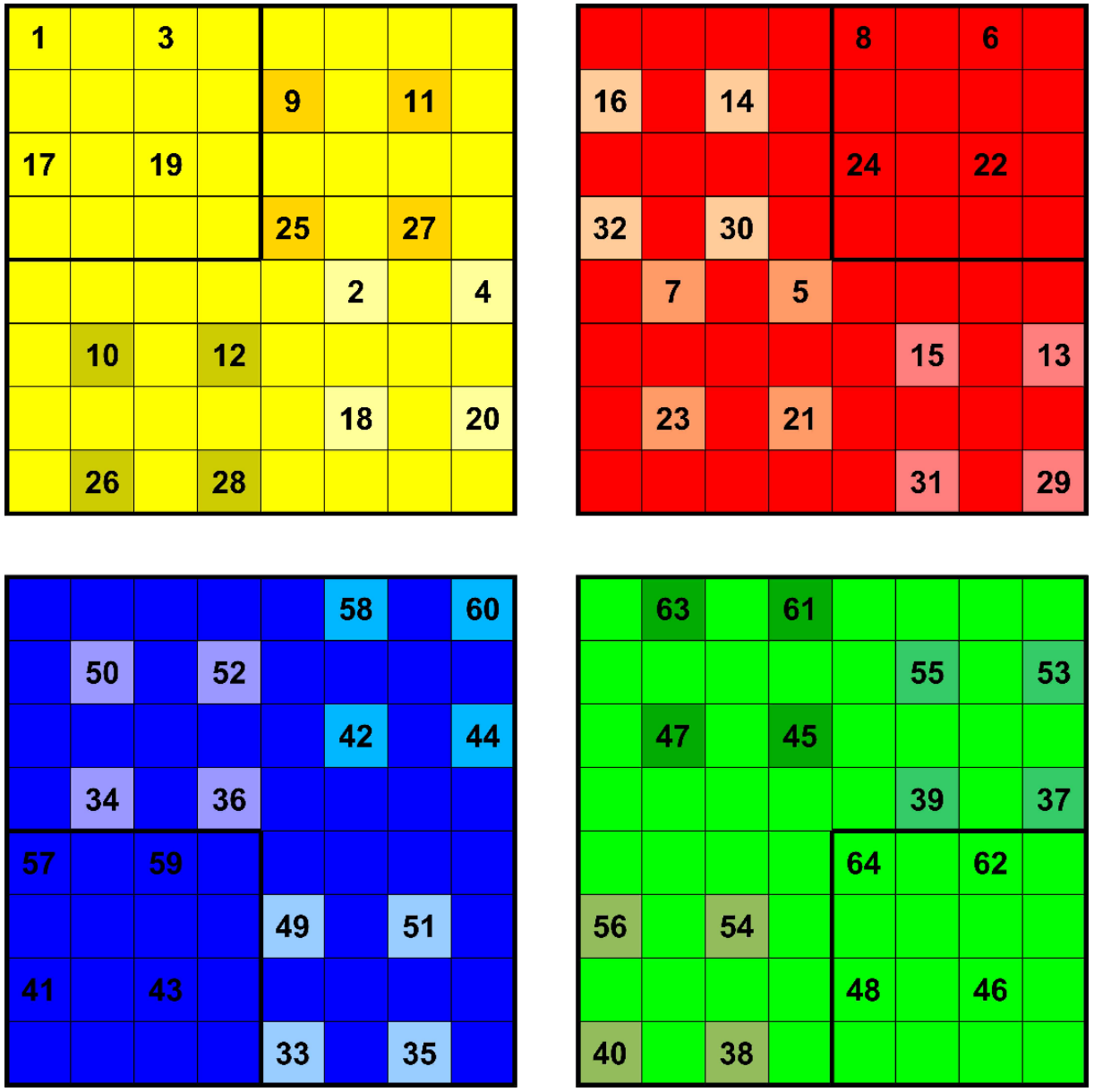
Carrés magiques d'ordre 8



Des translations verticales…

© Aimé Lachal – 2016

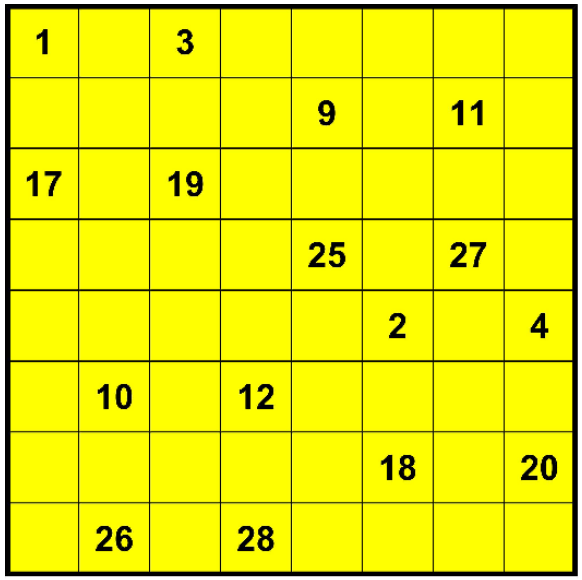
Carrés magiques d'ordre 8

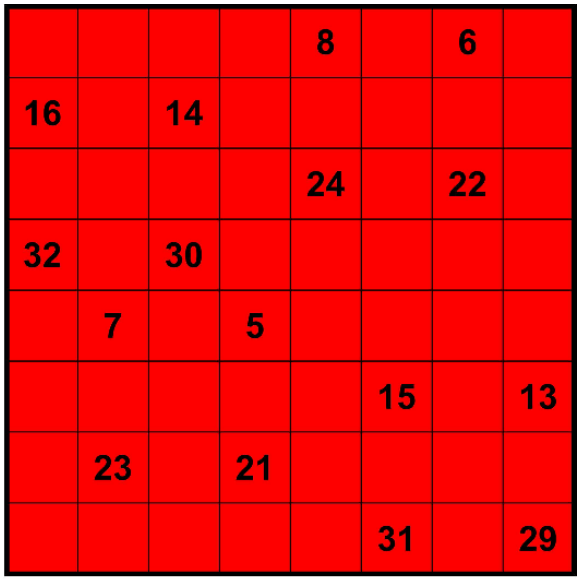


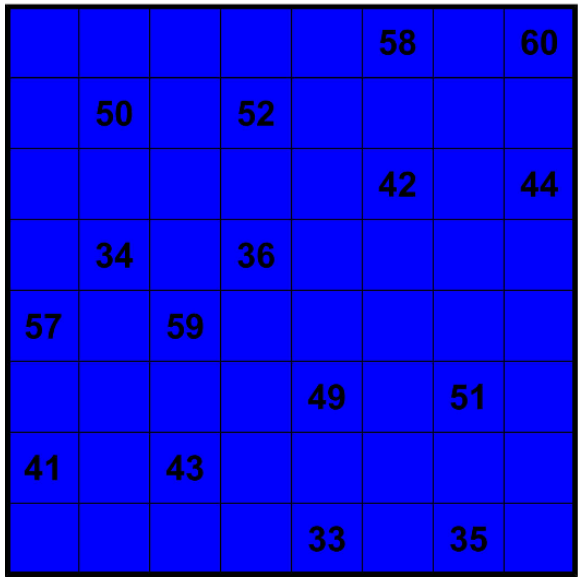
Des translations horizontales…

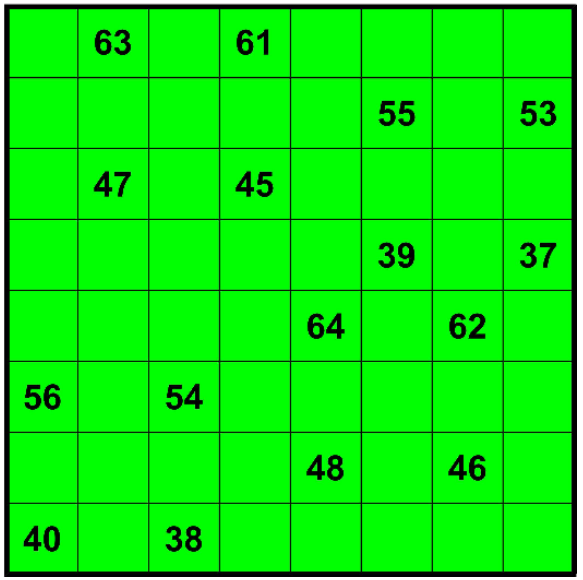
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8









Puis superposition des 4 quadrants

© Aimé Lachal – 2016

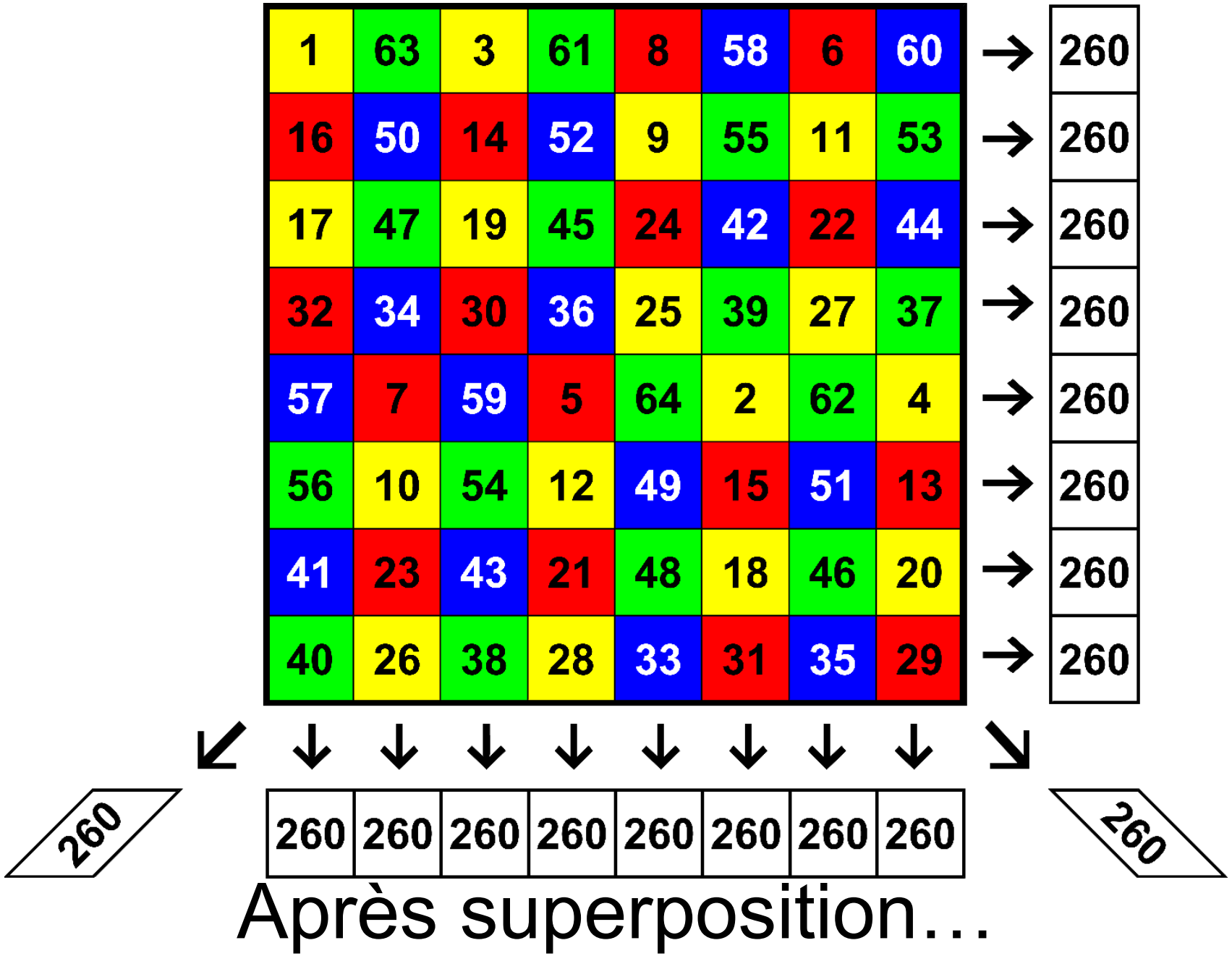
Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

Puis superposition des 4 quadrants

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



Après superposition…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

↘

260

Non seulement les diagonales principales…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

260

Non seulement les diagonales principales…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

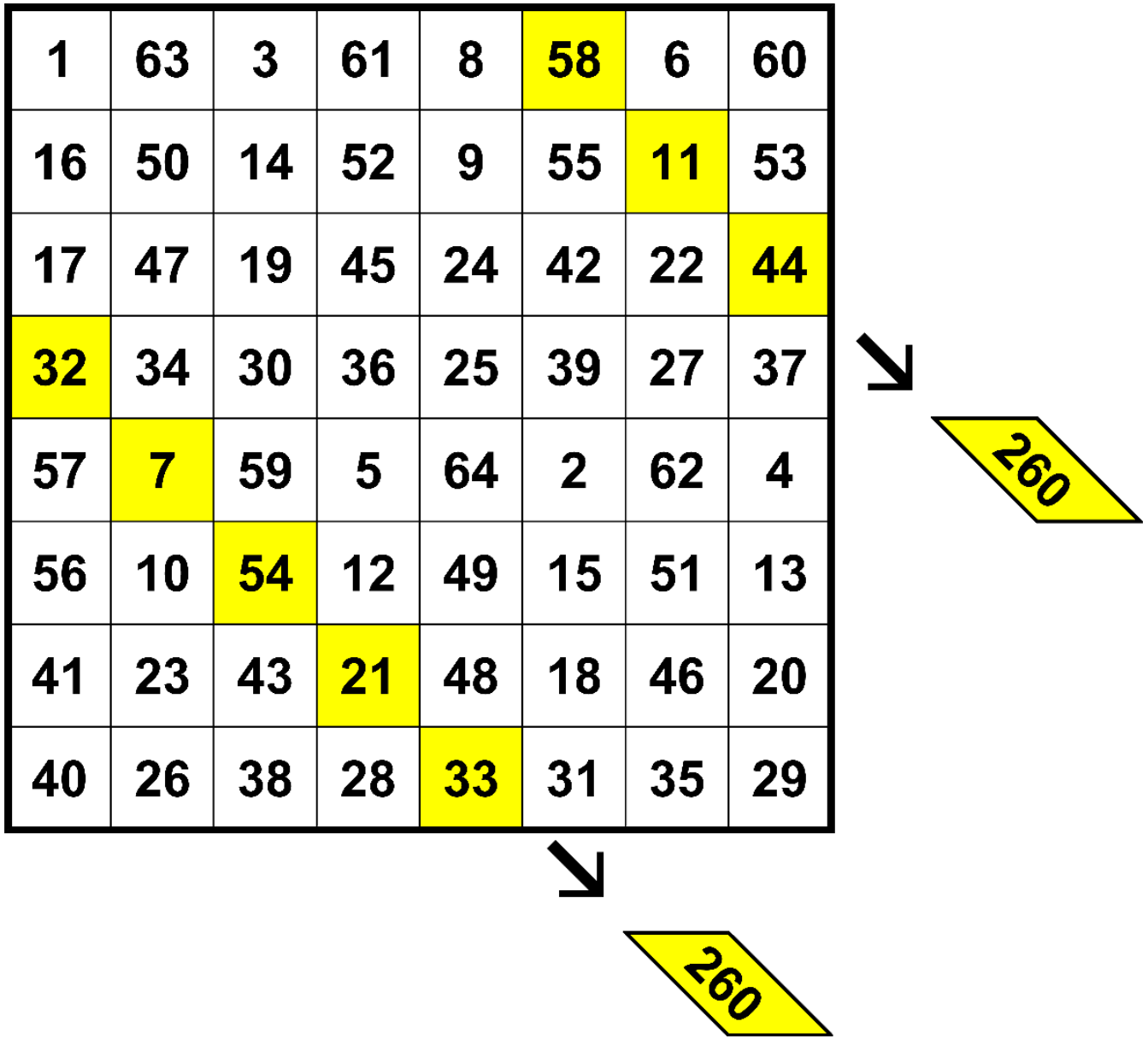
↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

↘ 260

↘ 260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

260

260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

260

260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

260

260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

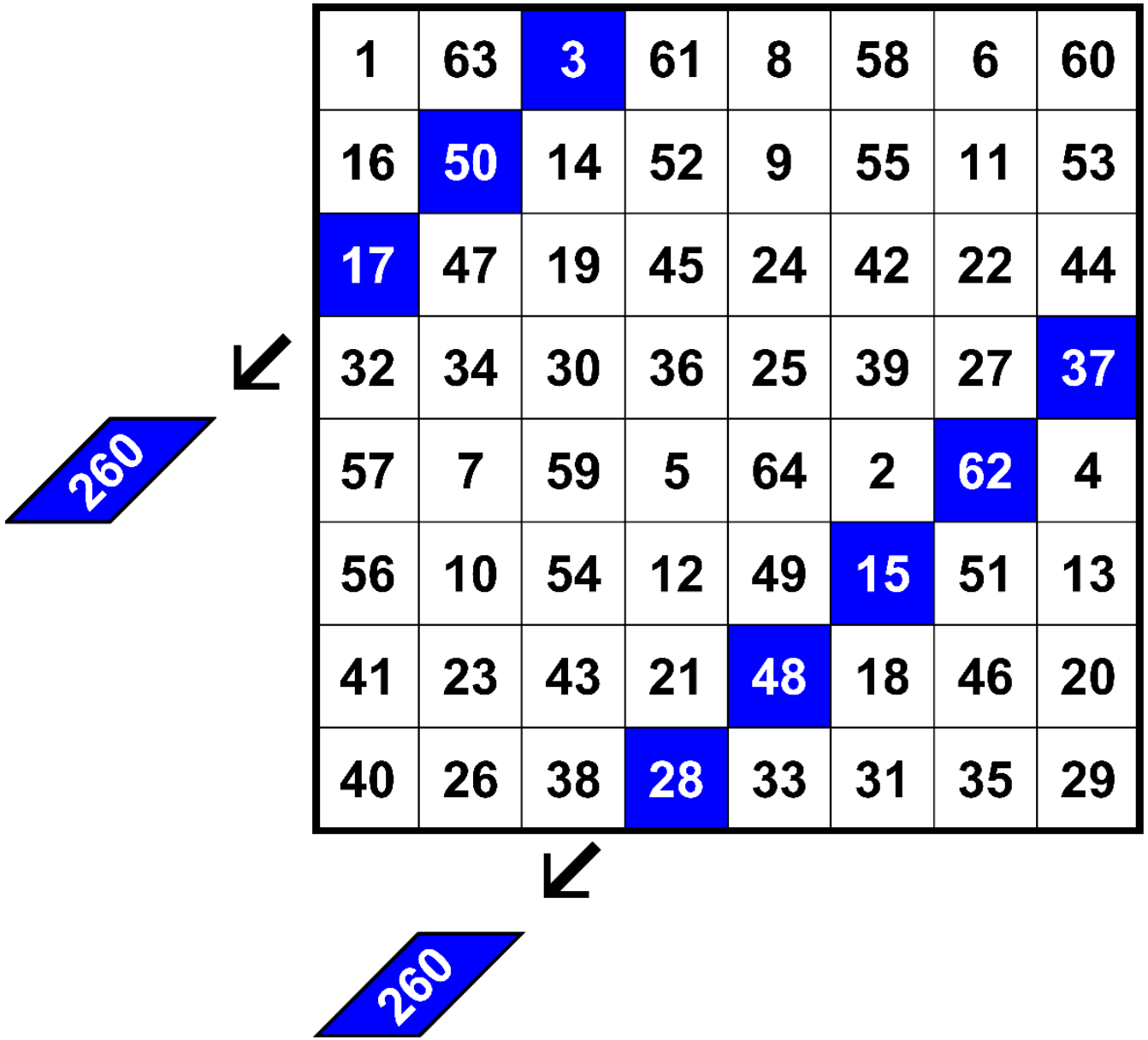
260

260

Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

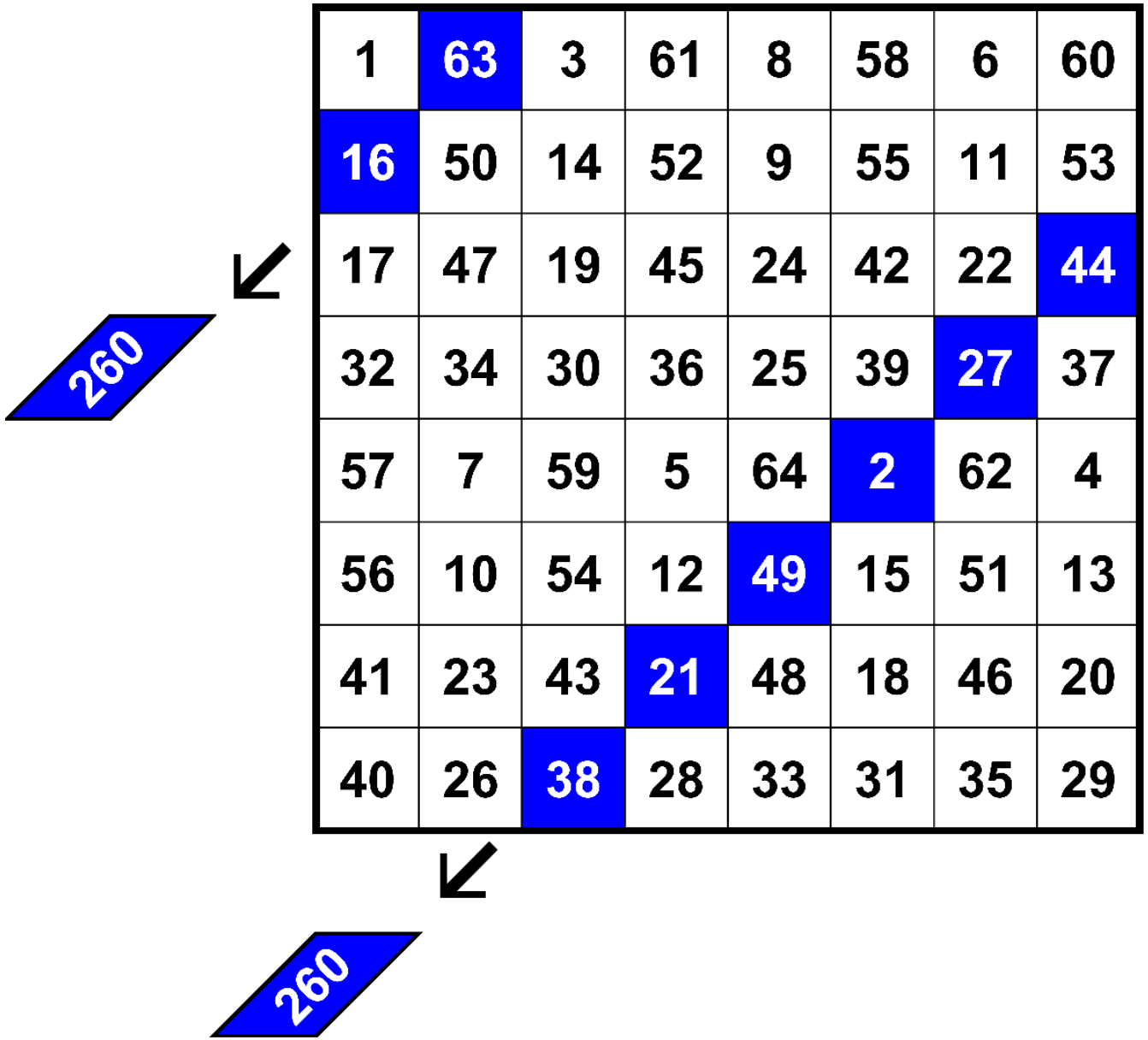
Carrés magiques d'ordre 8



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

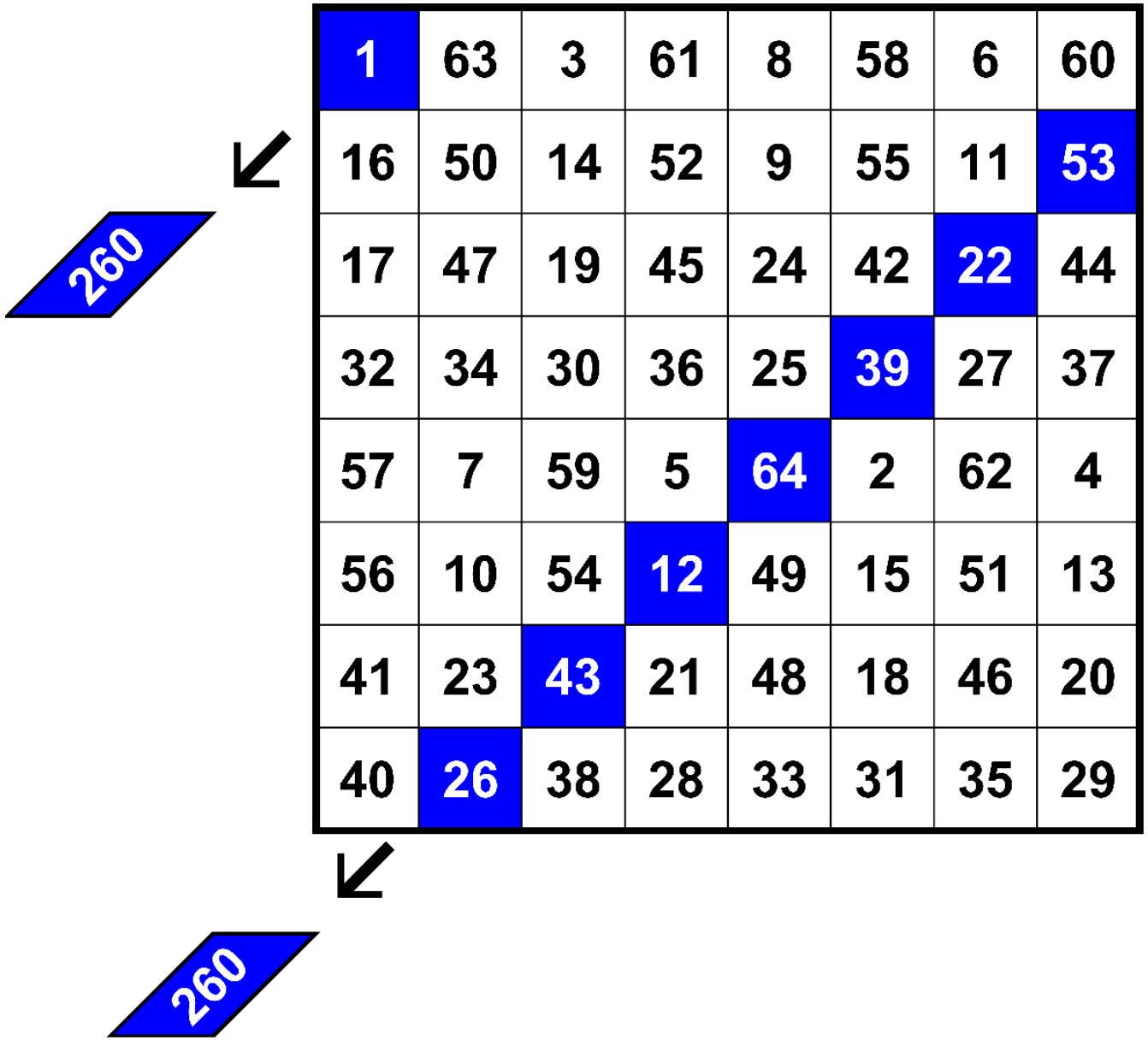
Carrés magiques d'ordre 8



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8



Mais également les pandiagonales

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

Un carré normal diabolique de somme 260

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

1 + 64	=	65
50 + 15	=	65
19 + 46	=	65
36 + 29	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

63 + 2	=	65
14 + 51	=	65
45 + 20	=	65
25 + 40	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

3 + 62	=	65
52 + 13	=	65
24 + 41	=	65
26 + 39	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

61 + 4	=	65
9 + 56	=	65
42 + 23	=	65
27 + 38	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

8 + 57	=	65
55 + 10	=	65
22 + 43	=	65
37 + 28	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

58 + 7	=	65
11 + 54	=	65
44 + 21	=	65
32 + 33	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

6 + 59	=	65
53 + 12	=	65
17 + 48	=	65
34 + 31	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

60 + 5	=	65
16 + 49	=	65
47 + 18	=	65
30 + 35	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

1 + 64	=	65
12 + 53	=	65
43 + 22	=	65
26 + 39	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

63 + 2	=	65
16 + 49	=	65
21 + 44	=	65
38 + 27	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

3 + 62	=	65
50 + 15	=	65
17 + 48	=	65
28 + 37	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

61 + 4	=	65
14 + 51	=	65
47 + 18	=	65
32 + 33	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

57 + 8	=	65
52 + 13	=	65
19 + 46	=	65
34 + 31	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

7 + 58	=	65
56 + 9	=	65
45 + 20	=	65
30 + 35	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

59 + 6	=	65
10 + 55	=	65
41 + 24	=	65
36 + 29	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

5 + 60	=	65
54 + 11	=	65
23 + 42	=	65
40 + 25	=	65

Les nombres distants de 4
sur chaque pandiagonale sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

Enfin : blocs 2x2 de somme 130

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

Enfin : blocs 2x2 de somme 130

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

Un carré normal plus que parfait de somme 260

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Explication

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

+	1	2	3	4	5	6	7	8	+	33	34	35	36	37	38	39	40
	8	7	6	5	4	3	2	1		40	39	38	37	36	35	34	33
=	9	9	9	9	9	9	9	9	=	73	73	73	73	73	73	73	73
+	9	10	11	12	13	14	15	16	+	41	42	43	44	45	46	47	48
	16	15	14	13	12	11	10	9		48	47	46	45	44	43	42	41
=	25	25	25	25	25	25	25	25	=	89	89	89	89	89	89	89	89
+	17	18	19	20	21	22	23	24	+	49	50	51	52	53	54	55	56
	24	23	22	21	20	19	18	17		56	55	54	53	52	51	50	49
=	41	41	41	41	41	41	41	41	=	105	105	105	105	105	105	105	105
+	25	26	27	28	29	30	31	32	+	57	58	59	60	61	62	63	64
	32	31	30	29	28	27	26	25		64	63	62	61	60	59	58	57
=	57	57	57	57	57	57	57	57	=	121	121	121	121	121	121	121	121

Le carré naturel est réversible :
les lignes sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Explication

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

+	1	9	17	25	33	41	49	57	+	5	13	21	29	37	45	53	61
	57	49	41	33	25	17	9	1		61	53	45	37	29	21	13	5
=	58	58	58	58	58	58	58	58	=	66	66	66	66	66	66	66	66
+	2	10	18	26	34	42	50	58	+	6	14	22	30	38	46	54	62
	58	50	42	34	26	18	10	2		62	54	46	38	30	22	14	6
=	60	60	60	60	60	60	60	60	=	68	68	68	68	68	68	68	68
+	3	11	19	27	35	43	51	59	+	7	15	23	31	39	47	55	63
	59	51	43	35	27	19	11	3		63	55	47	39	31	23	15	7
=	62	62	62	62	62	62	62	62	=	70	70	70	70	70	70	70	70
+	4	12	20	28	36	44	52	60	+	8	16	24	32	40	48	56	64
	60	52	44	36	28	20	12	4		64	56	48	40	32	24	16	8
=	64	64	64	64	64	64	64	64	=	72	72	72	72	72	72	72	72

Le carré naturel est **réversible** :
les colonnes sont complémentaires

© Aimé Lachal – 2016

Un procédé équivalent de remplissage du carré en double-ligne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1		3		8		6	
	7		5		2		4

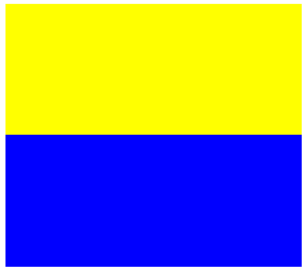
1–8

Remplissage en double-ligne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1		3		8		6	
16		14		9		11	
	7		5		2		4
	10		12		15		13



1–8

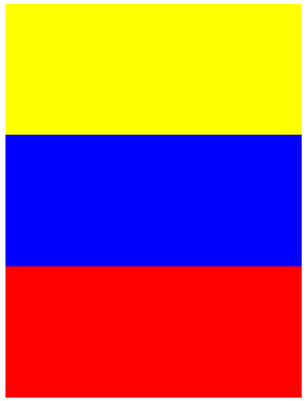
9–16

Remplissage en double-ligne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1		3		8		6	
16		14		9		11	
17		19		24		22	
	7		5		2		4
	10		12		15		13
	23		21		18		20



1–8

9–16

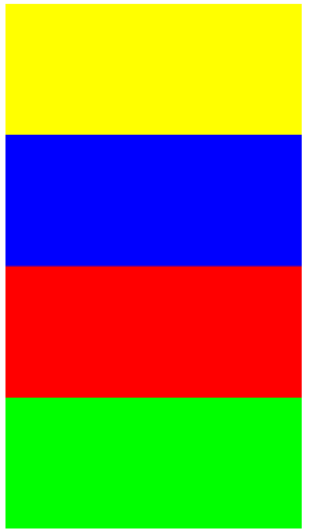
17–24

Remplissage en double-ligne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1		3		8		6	
16		14		9		11	
17		19		24		22	
32		30		25		27	
	7		5		2		4
	10		12		15		13
	23		21		18		20
	26		28		31		29



1–8

9–16

17–24

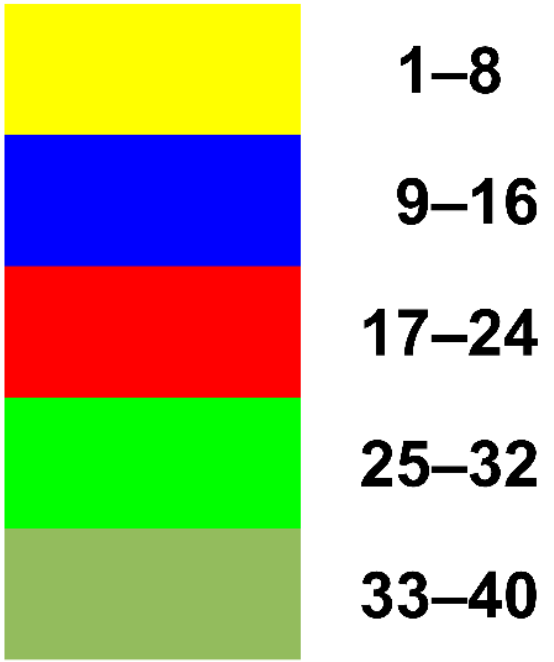
25–32

Remplissage en double-ligne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1		3		8		6	
16		14		9		11	
17		19		24		22	
32	34	30	36	25	39	27	37
	7		5		2		4
	10		12		15		13
	23		21		18		20
40	26	38	28	33	31	35	29

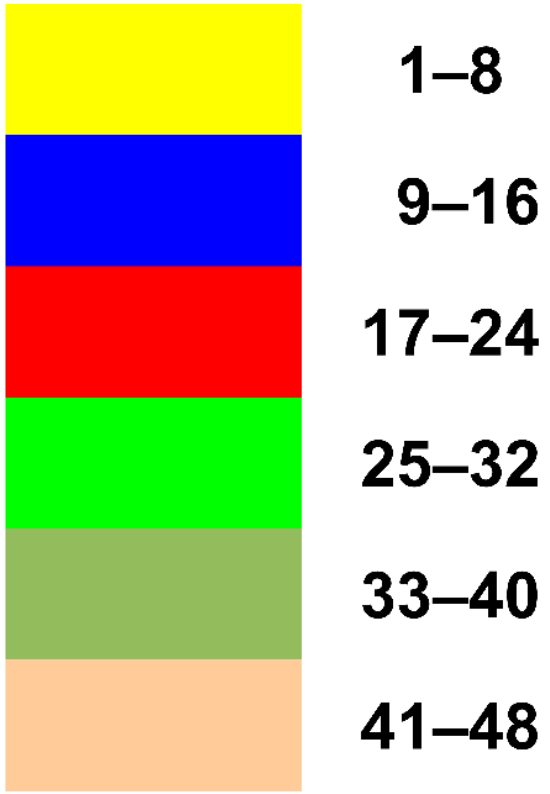


Remplissage en double-ligne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1		3		8		6	
16		14		9		11	
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
	7		5		2		4
	10		12		15		13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29



Remplissage en double-ligne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1		3		8		6	
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
	7		5		2		4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

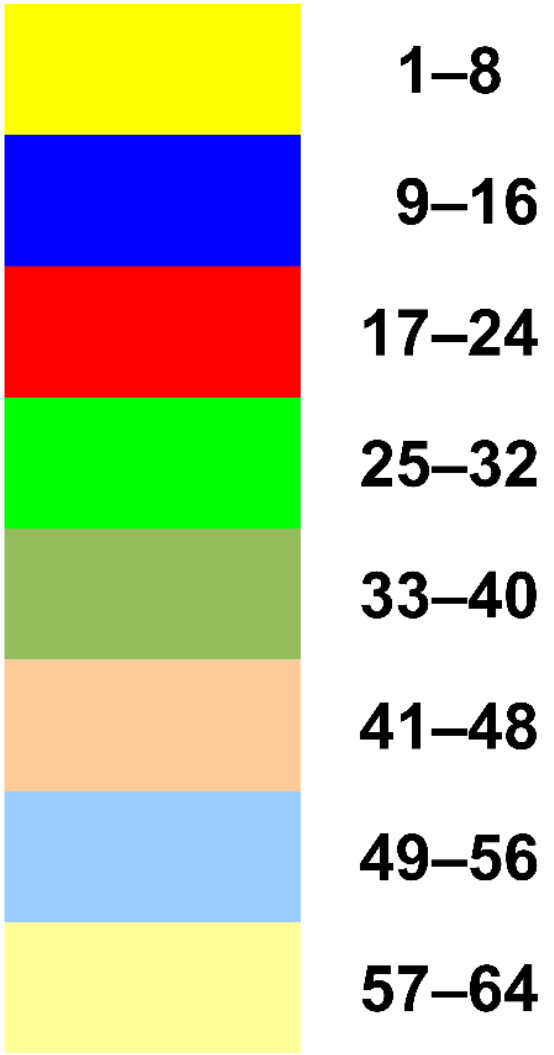


Remplissage en double-ligne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29



Remplissage en double-ligne

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

Théorème de Ollerenshaw-Brée (1998)

Il y a 368 640 carrés magiques plus que parfaits d'ordre 8 (aux symétries horizontales, verticales et diagonales près)



Kathleen Ollerenshaw (1912–2014)



David Brée (1939–)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 8

1	63	62	4	5	59	58	8
56	10	11	53	52	14	15	49
48	18	19	45	44	22	23	41
25	39	38	28	29	35	34	32
33	31	30	36	37	27	26	40
24	42	43	21	20	46	47	17
16	50	51	13	12	54	55	9
57	7	6	60	61	3	2	64

Méthode de pointage

Méthode de Franklin

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

En résumé

1	2	62	61	60	59	7	8
9	10	54	53	52	51	15	16
48	47	19	20	21	22	42	41
40	39	27	28	29	30	34	33
32	31	35	36	37	38	26	25
24	23	43	44	45	46	18	17
49	50	14	13	12	11	55	56
57	58	6	5	4	3	63	64

Méthode de la mosaïque

1	63	3	61	8	58	6	60
16	50	14	52	9	55	11	53
17	47	19	45	24	42	22	44
32	34	30	36	25	39	27	37
57	7	59	5	64	2	62	4
56	10	54	12	49	15	51	13
41	23	43	21	48	18	46	20
40	26	38	28	33	31	35	29

Méthode d'Ollerenshaw

En résumé

1	62	59	8	9	54	51	16
60	7	2	61	52	15	10	53
6	57	64	3	14	49	56	11
63	4	5	58	55	12	13	50
17	46	43	24	25	38	35	32
44	23	18	45	36	31	26	37
22	41	48	19	30	33	40	27
47	20	21	42	39	28	29	34

Méthode de Moschopoulos

© Aimé Lachal – 2016

Généralisation

Carrés magiques plus que parfaits

Carrés magiques plus que parfaits



Kathleen Ollerenshaw (1912–2014)

Mathématicienne et femme politique britannique.

David Brée (1939–)

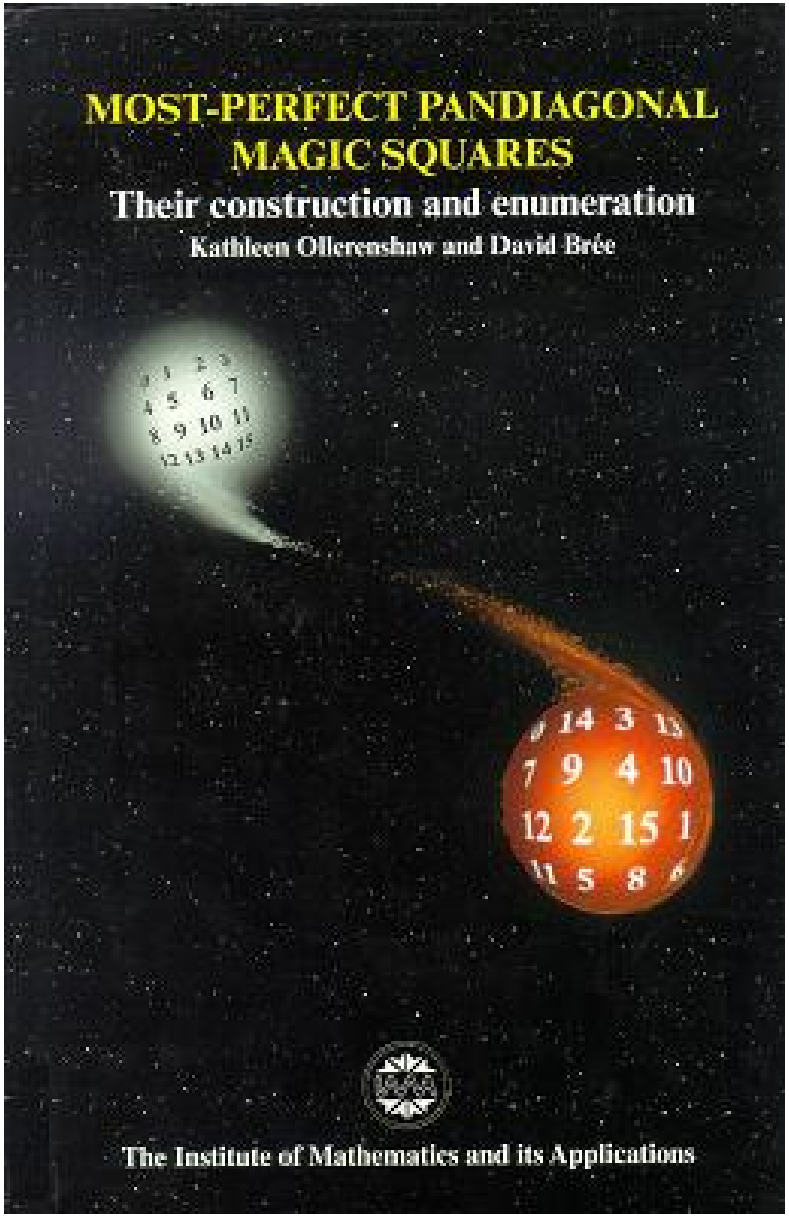
Informaticien britannique.

→ *Méthode de construction et énumération de tous les carrés magiques plus que parfaits*



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques plus que parfaits







© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques plus que parfaits

Un joli théorème…

Théorème de Ollerenshaw-Brée (1998)

*Les carrés magiques **plus que parfaits***
sont nécessairement d'ordre
***doublement pair** (i.e. multiple de 4)*
*et s'obtiennent à partir de carrés **réversibles***



Kathleen Ollerenshaw
(1912–2014)



David Brée
(1939–)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques plus que parfaits

Une formule époustouflante !

Formule de Ollerenshaw-Brée (1998)

Soit n un nombre doublement pair de décomposition en facteurs premiers

$$n = p_1^{s_1} p_2^{s_2} \dots p_r^{s_r} \text{ avec } p_1 = 2, s_1 \geqslant 2$$

et d(n) le nombre de diviseurs de n :

$$d(n) = (s_1+1)(s_2+1)\dots(s_r+1)$$

Le nombre de carrés magiques plus que parfaits d'ordre n est donné par

$$2^{n-2}(n/2)!^2 \sum_{k=0}^{d(n)} W_k(W_k + W_{k+1})$$

$$\text{avec } W_k = \sum_{i=0}^{k} (-1)^{i+k} \binom{k+1}{i+1} \prod_{j=1}^{r} \binom{s_j+1}{i}$$



Kathleen Ollerenshaw
(1912–2014)



David Brée
(1939–)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 9

Carrés magiques d'ordre 9

Leonhard Euler (1707–1783)

Mathématicien et physicien suisse.



→ *Méthode de la*
« marche du cavalier »

Attention à la case de départ et au sens de collision !

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 9

Leonhard Euler (1707–1783)

Mathématicien et physicien suisse.

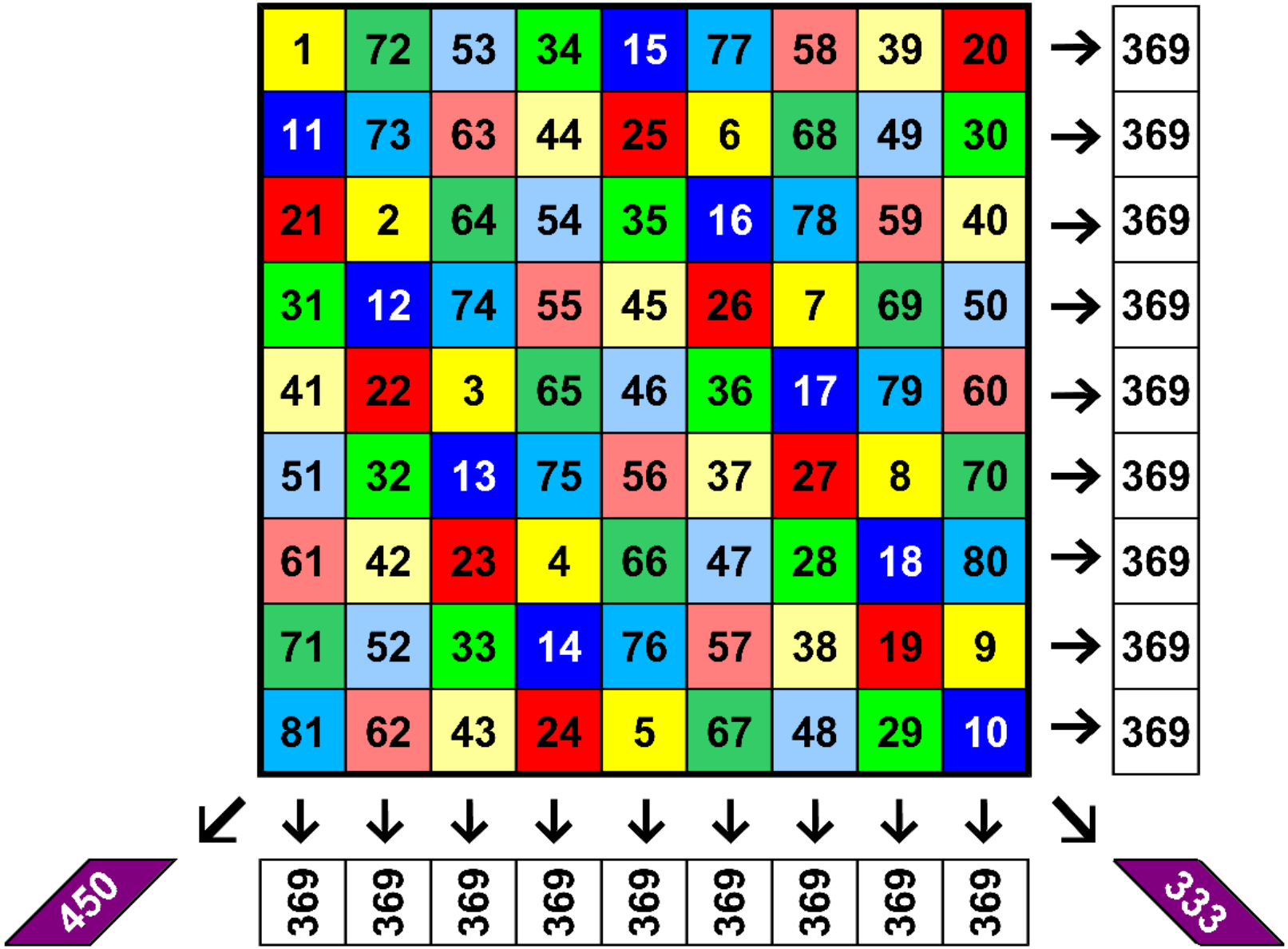


→ *Méthode de la*
« marche du cavalier »

Cette magie arithmétique ne fut pas regardée, au XVIIe siècle, seulement comme un vaste problème ; certain savant comme Euler, qui attacha son nom à un type remarquable de carré, vit dans ces tablettes numérales une construction harmonieusement aménagée, sorte de marqueterie arithmétique, dont la beauté classique éclata à ses yeux comme un miracle décoratif, et à propos desquels Fermat écrivait « qu'il ne savait gueres rien de plus beau en l'Arithmétique, que ces nombres que quelques-uns appellent *Planetarios* et les autres *Magicos* ».

© Aimé Lachal – 2016

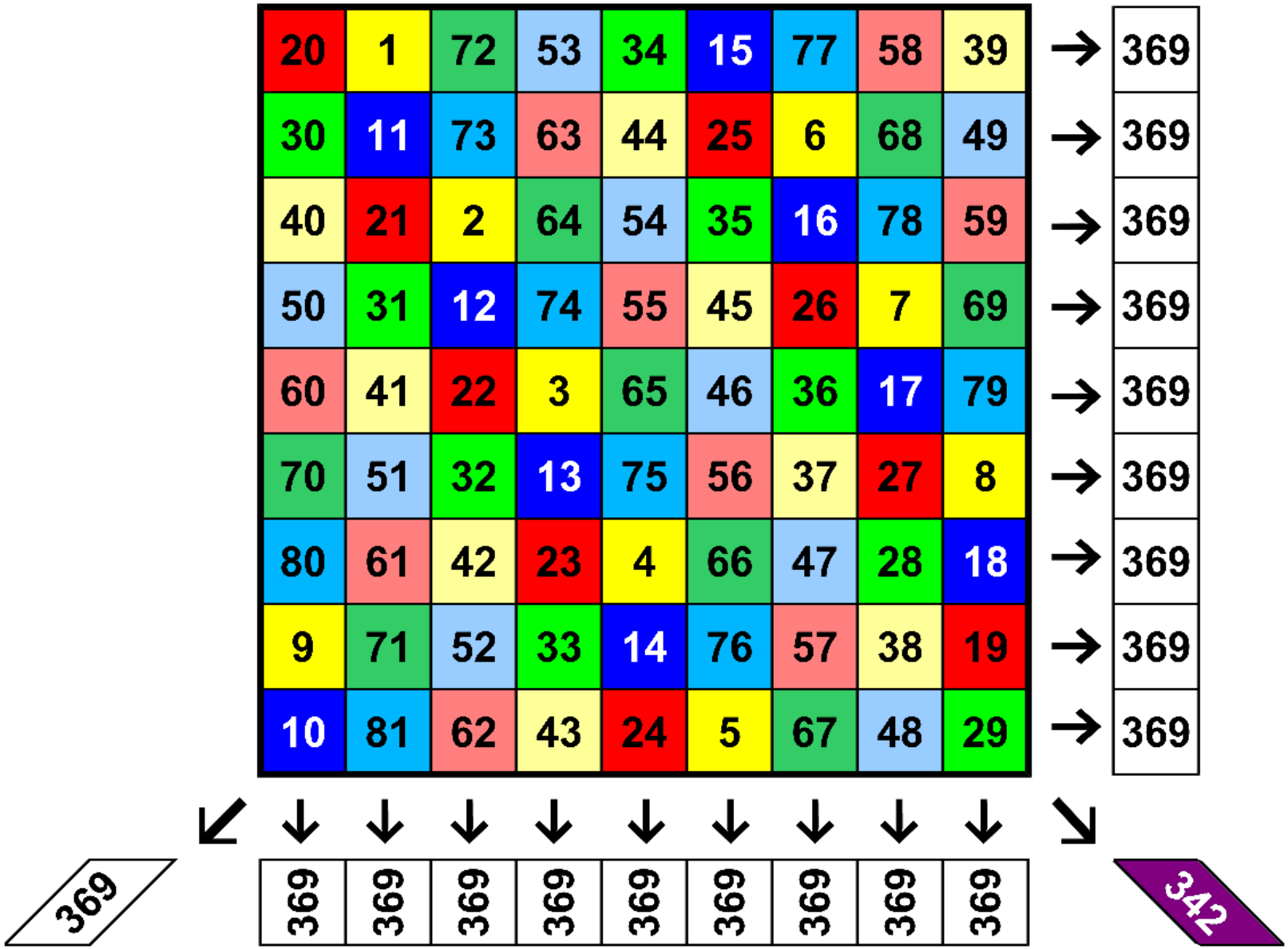
Carrés magiques d'ordre 9



Ce carré n'est pas magique !

© Aimé Lachal – 2016

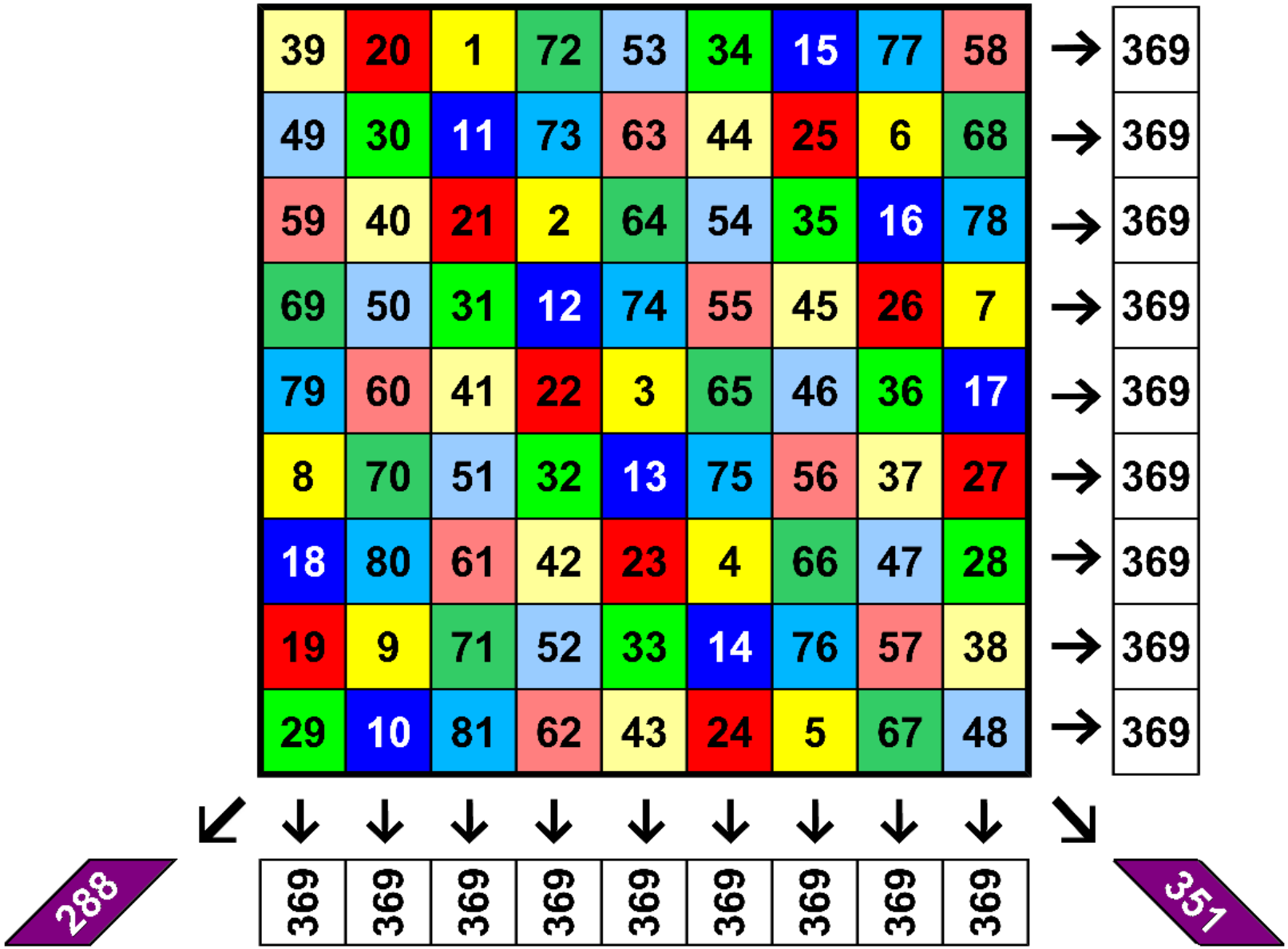
Carrés magiques d'ordre 9



Ce carré n'est pas magique !

© Aimé Lachal – 2016

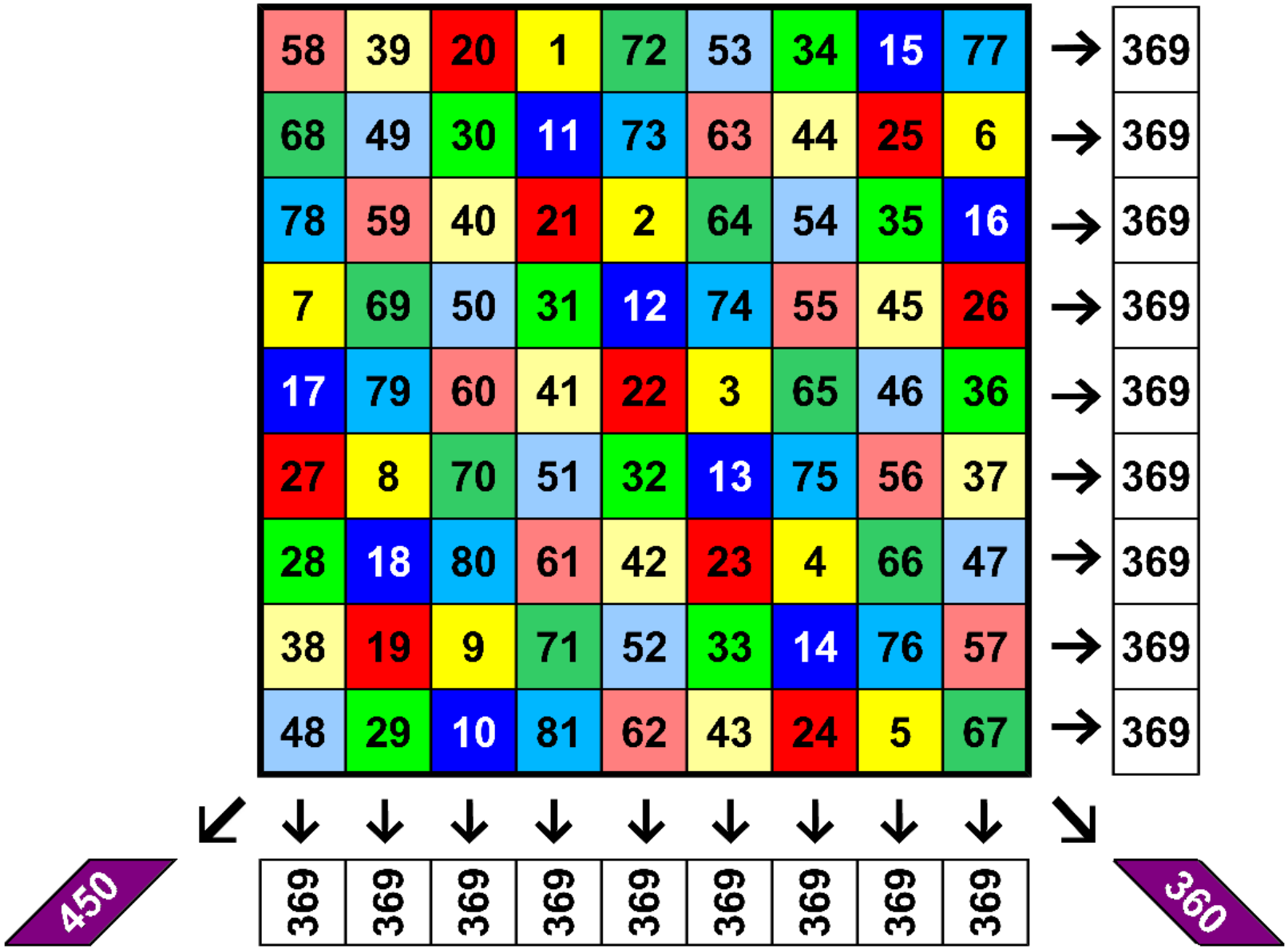
Carrés magiques d'ordre 9



Ce carré n'est pas magique !

© Aimé Lachal – 2016

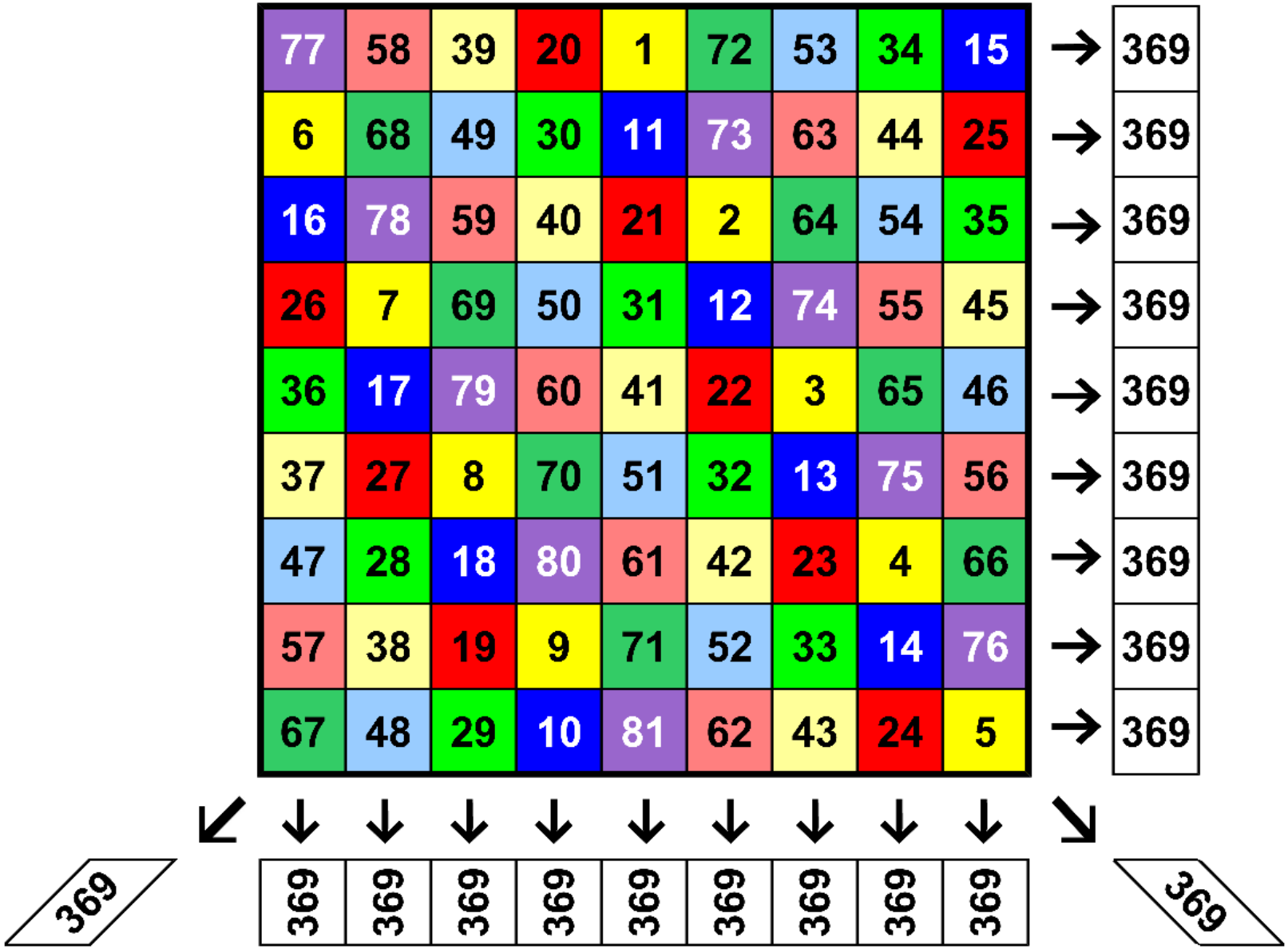
Carrés magiques d'ordre 9



Ce carré n'est pas magique !

© Aimé Lachal – 2016

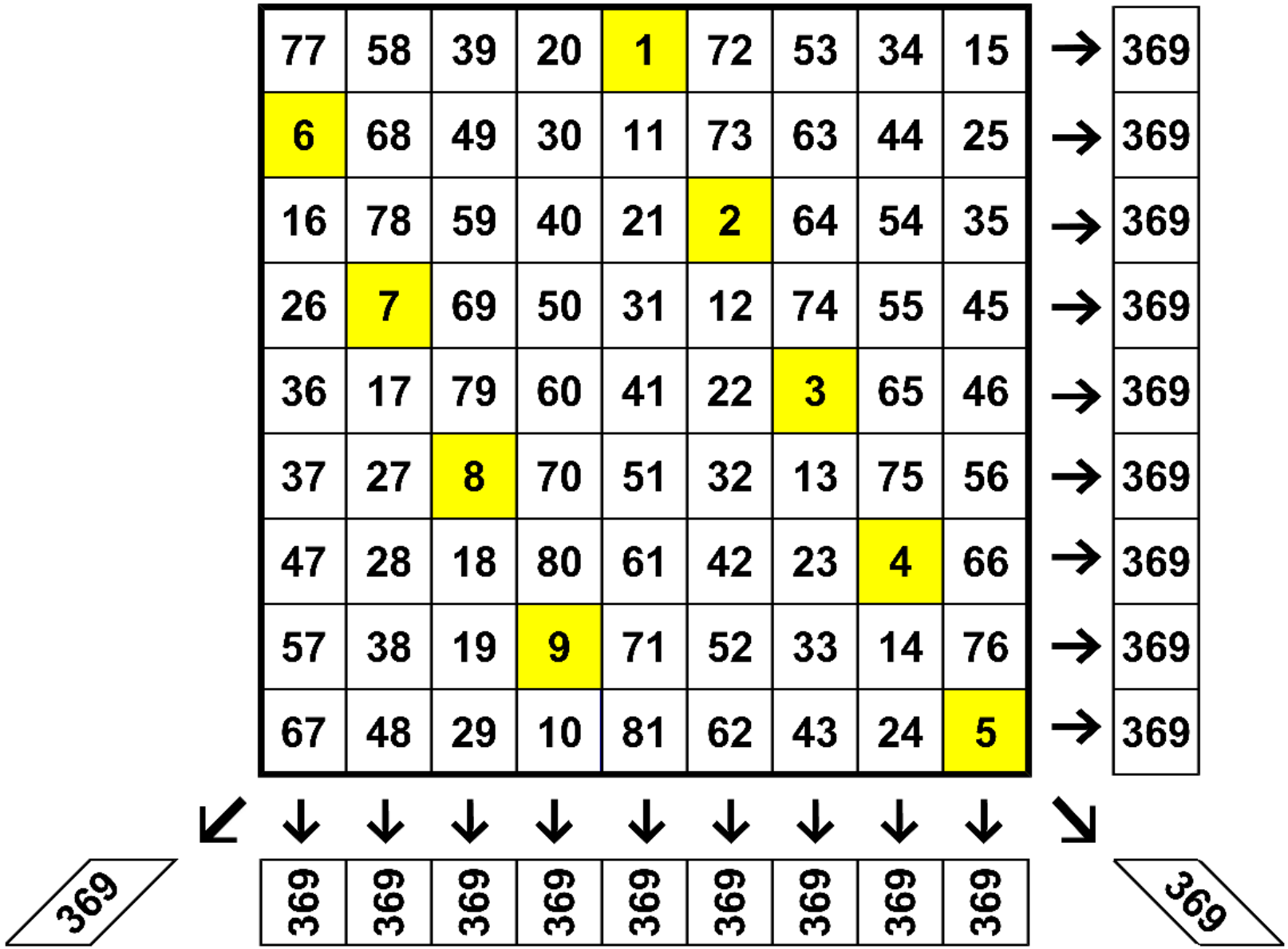
Carrés magiques d'ordre 9



Ce carré est magique !

© Aimé Lachal – 2016

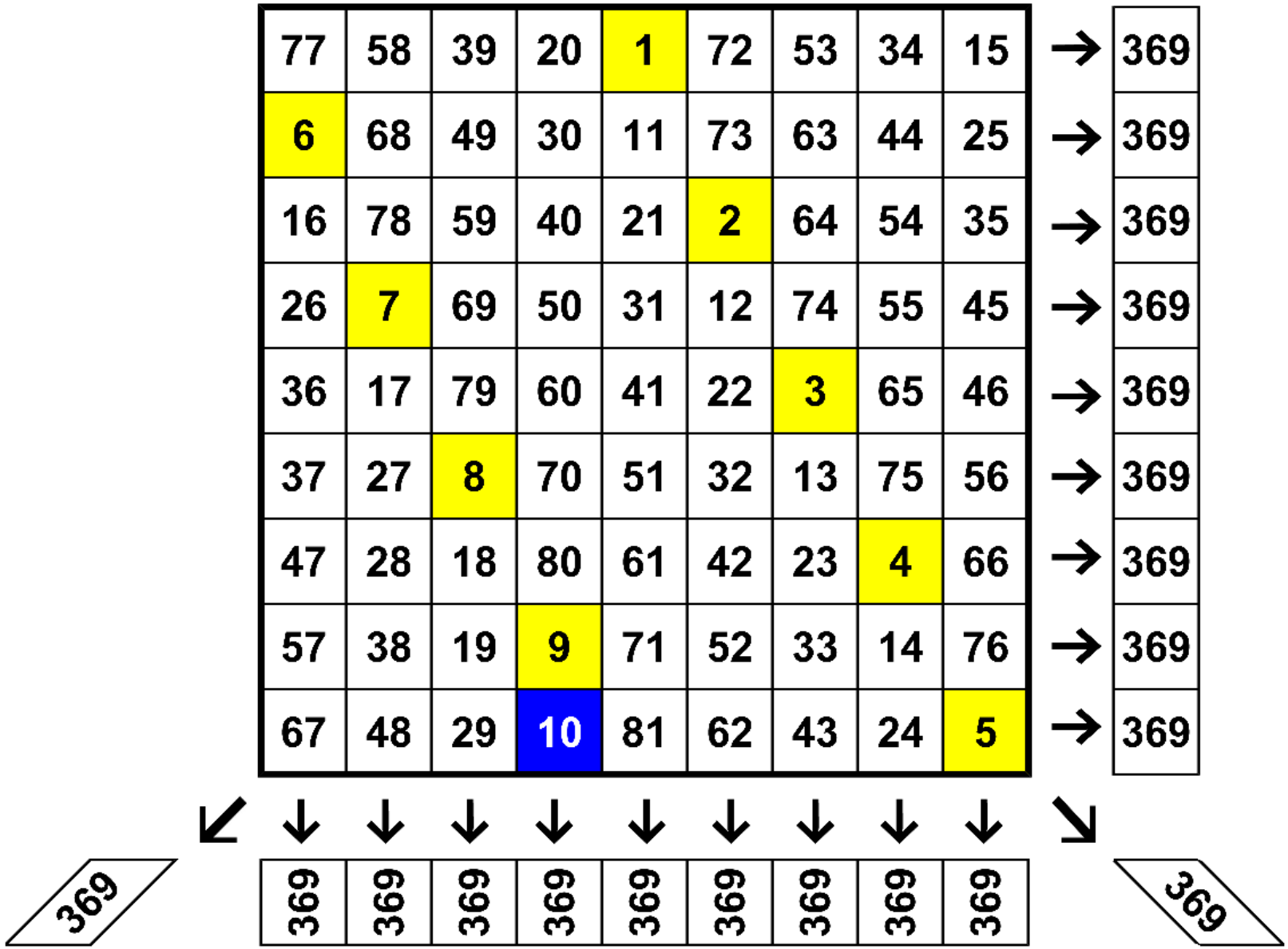
Carrés magiques d'ordre 9



Case de départ médiane de la première rangée

© Aimé Lachal – 2016

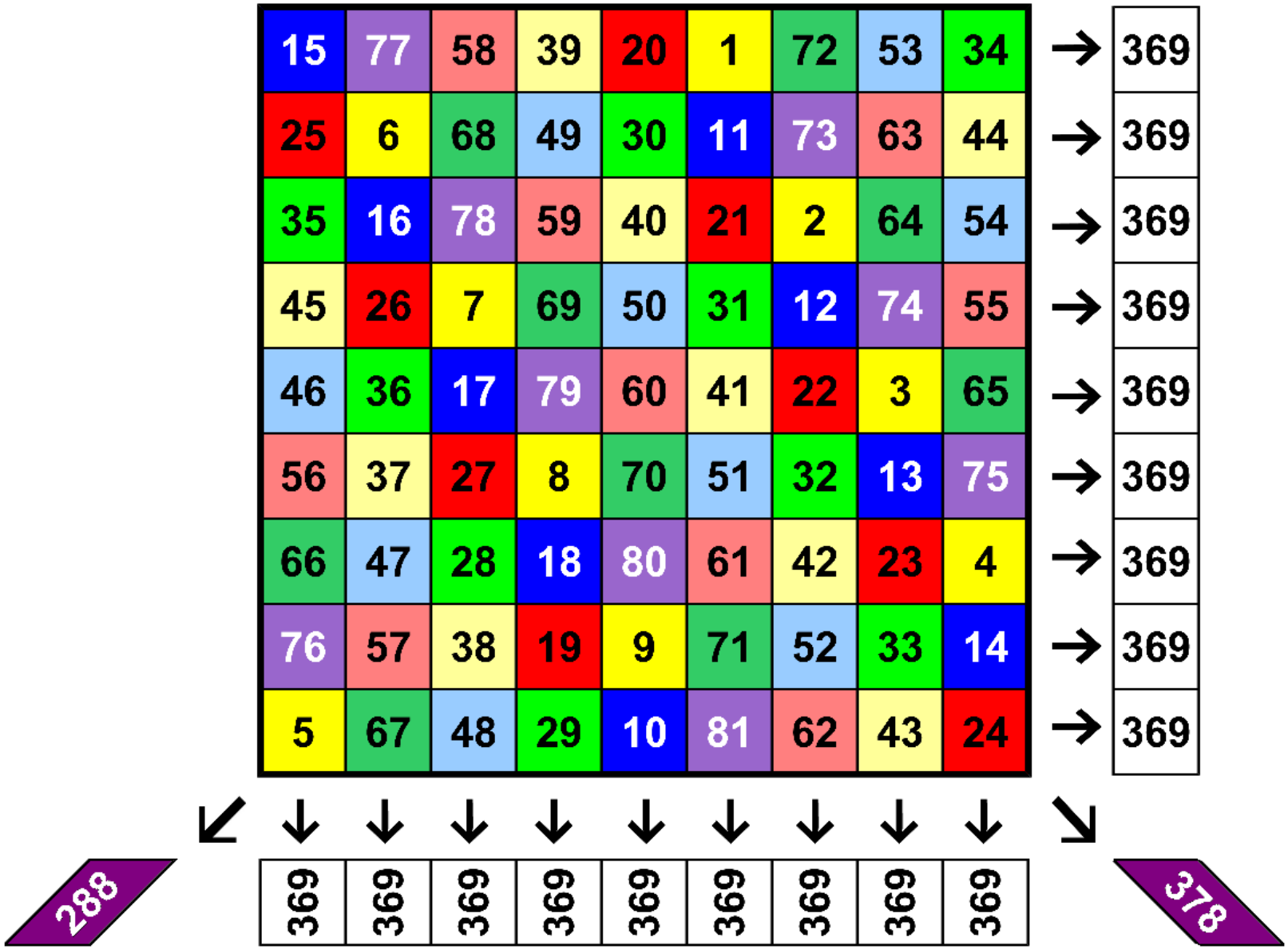
Carrés magiques d'ordre 9



Et collision verticale d'une case vers le bas

© Aimé Lachal – 2016

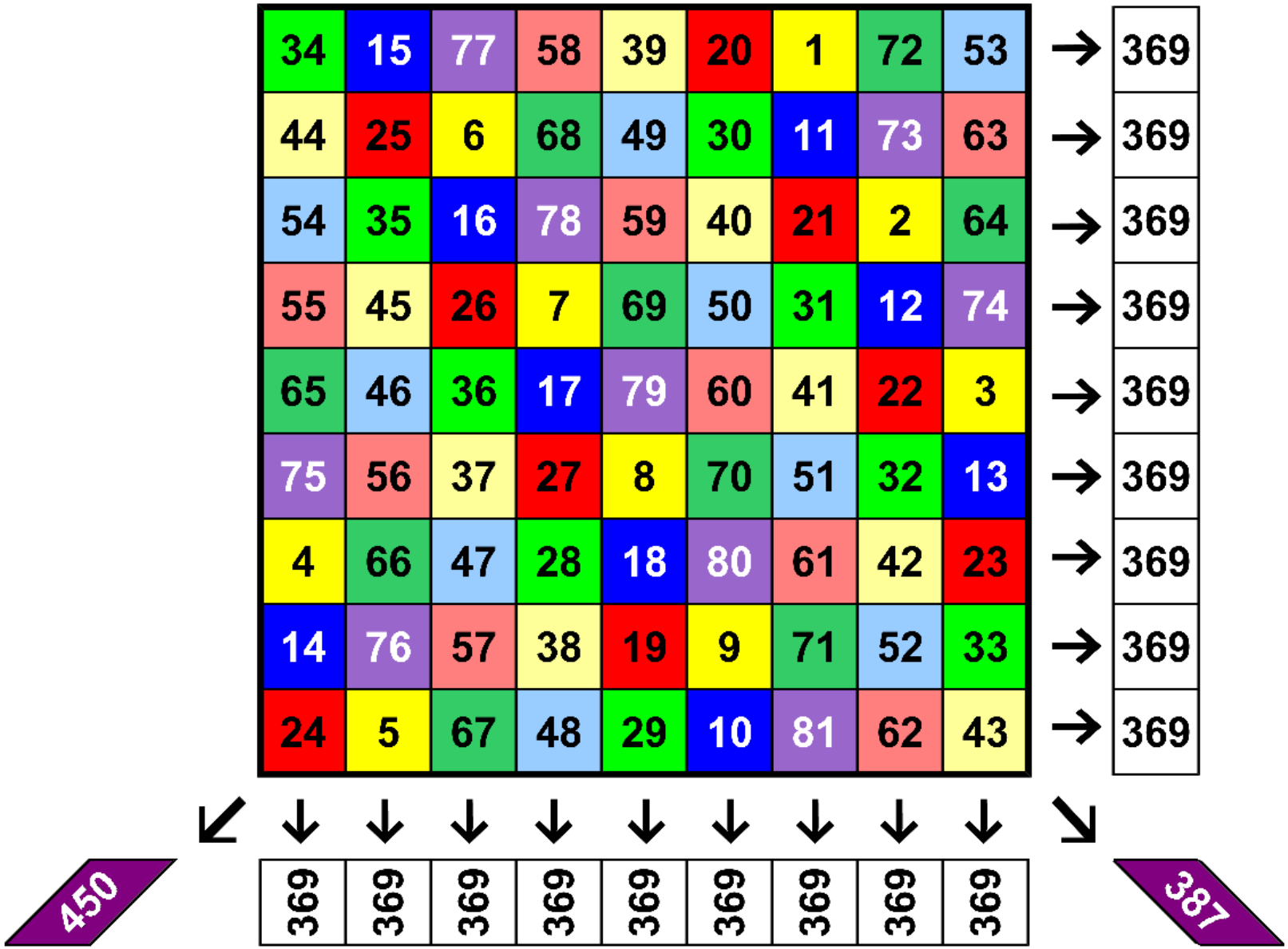
Carrés magiques d'ordre 9



Ce carré n'est pas magique !

© Aimé Lachal – 2016

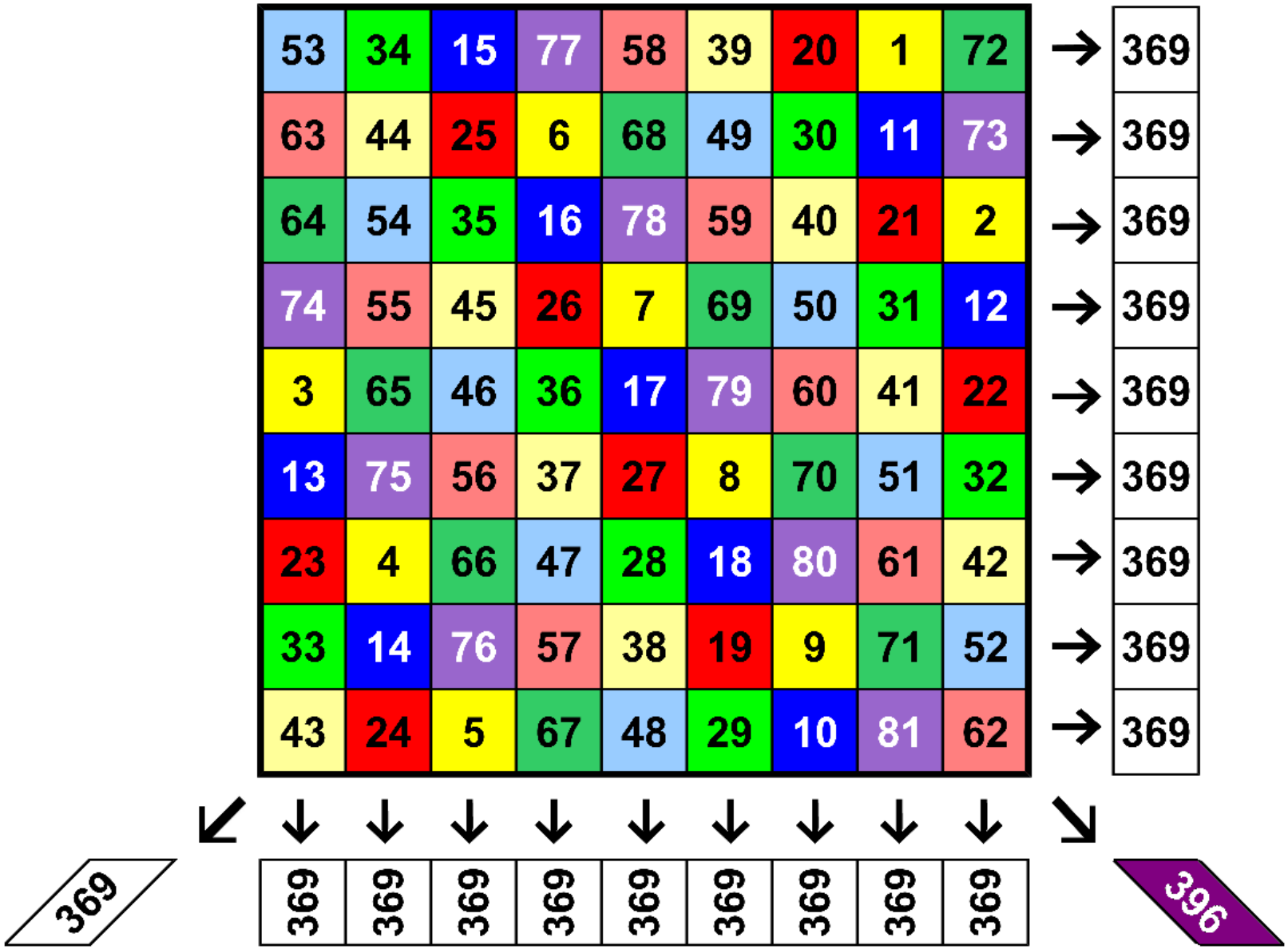
Carrés magiques d'ordre 9



Ce carré n'est pas magique !

© Aimé Lachal – 2016

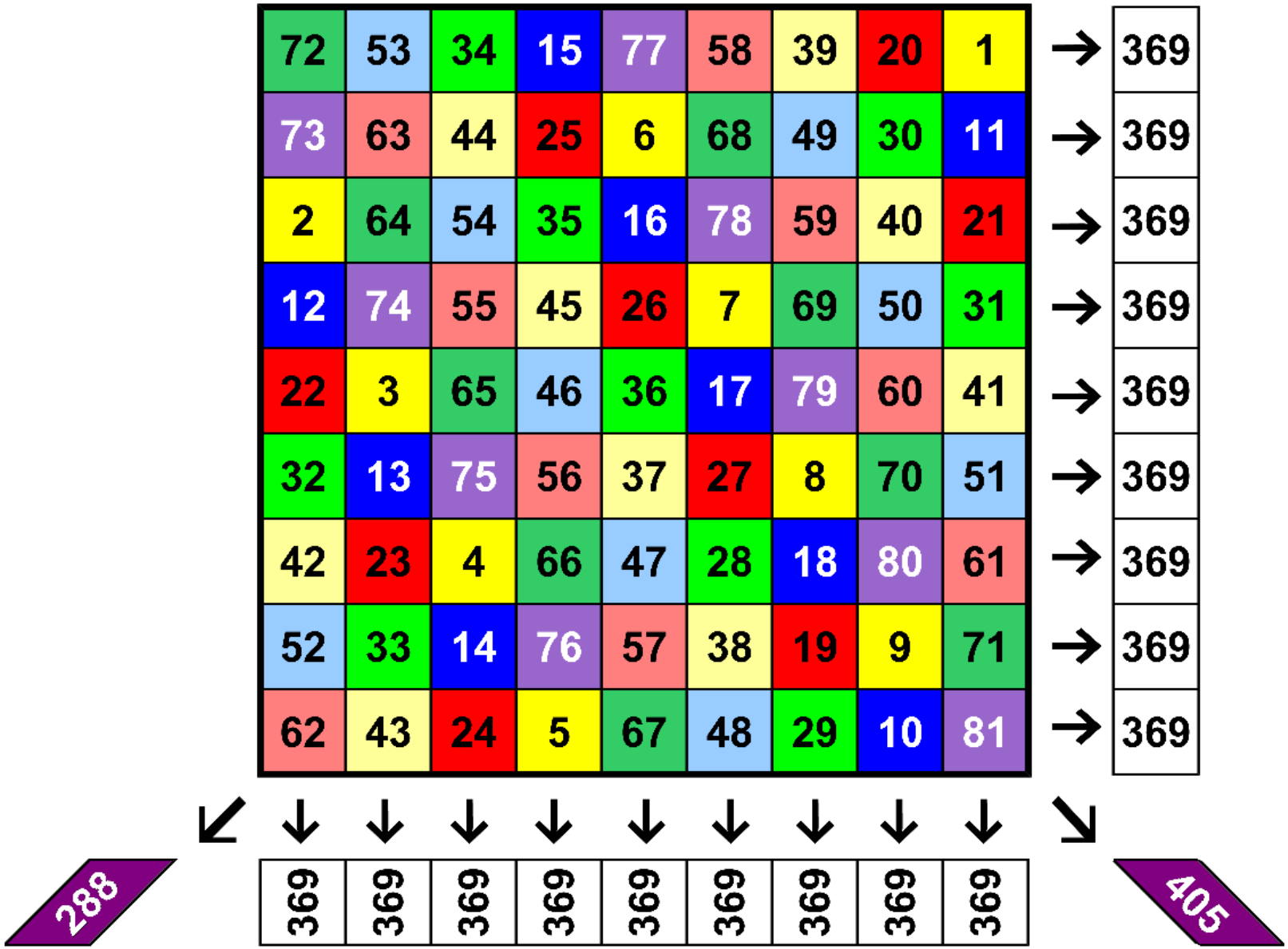
Carrés magiques d'ordre 9



Ce carré n'est pas magique !

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 9



Ce carré n'est pas magique !

© Aimé Lachal – 2016

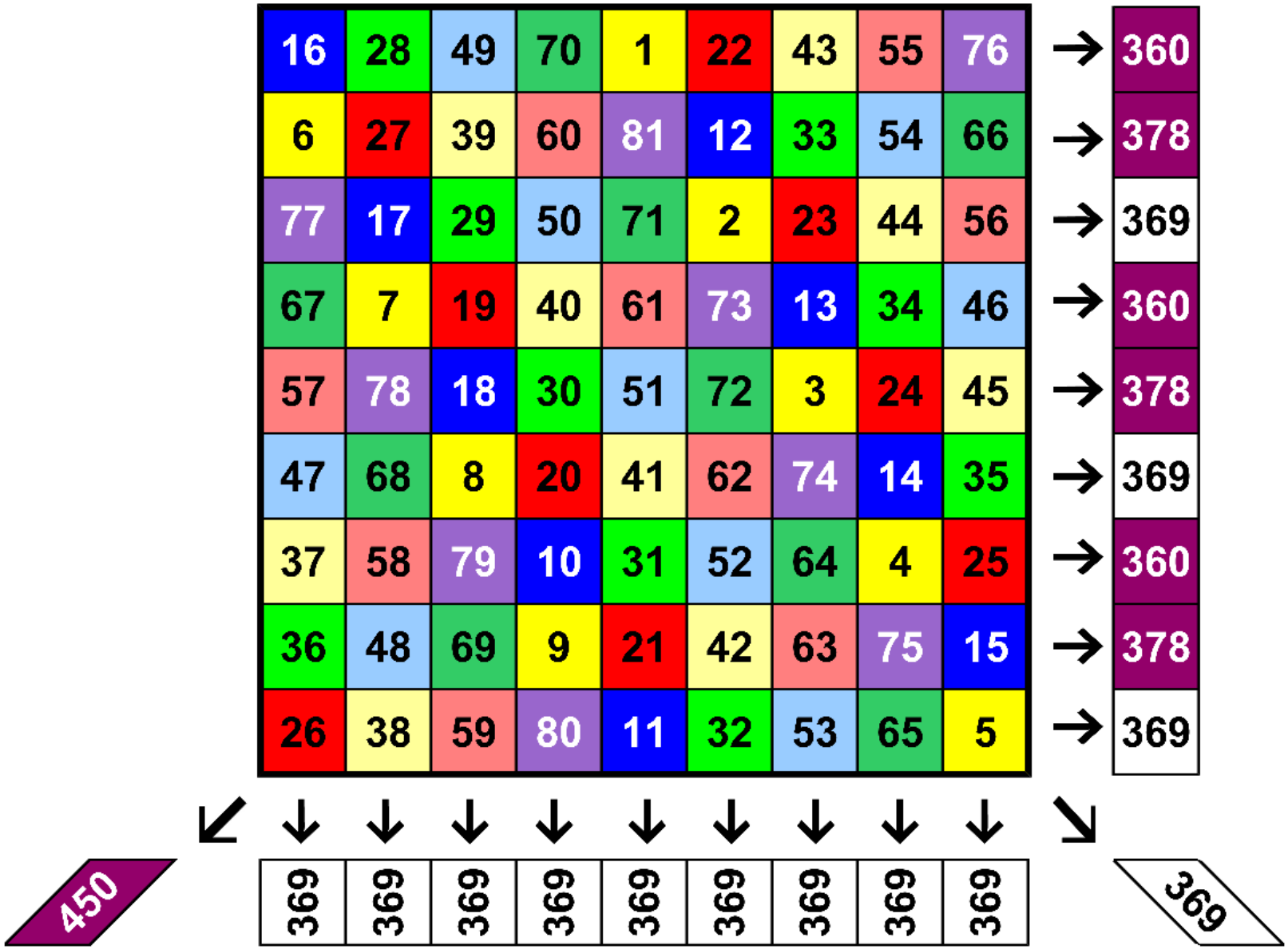
Carrés magiques d'ordre 9

77	58	39	20	1	72	53	34	15
6	68	49	30	11	73	63	44	25
16	78	59	40	21	2	64	54	35
26	7	69	50	31	12	74	55	45
36	17	79	60	41	22	3	65	46
37	27	8	70	51	32	13	75	56
47	28	18	80	61	42	23	4	66
57	38	19	9	71	52	33	14	76
67	48	29	10	81	62	43	24	5

Un carré normal de somme 369

© Aimé Lachal – 2016

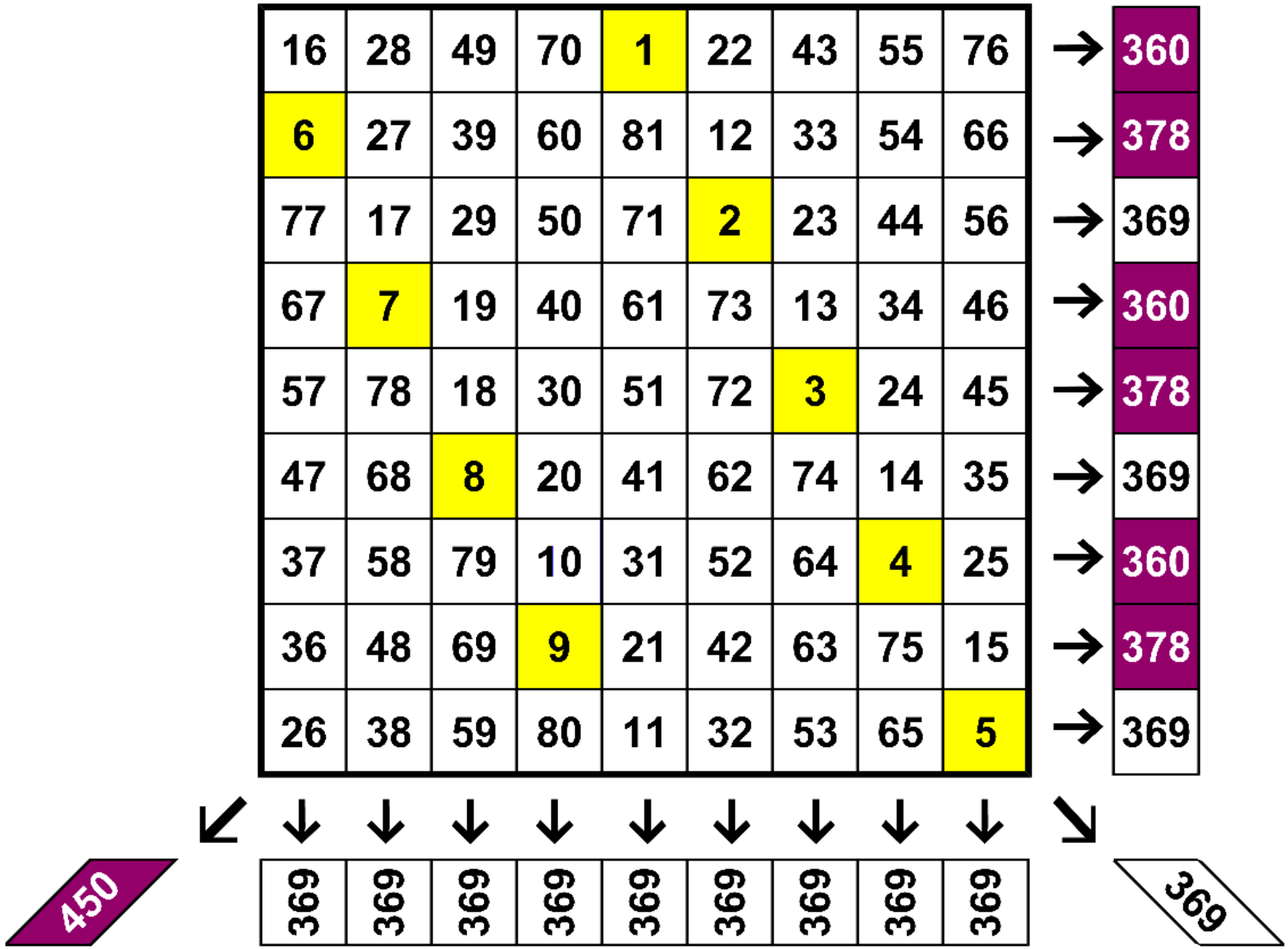
Carrés magiques d'ordre 9



Ce carré n'est pas magique !

© Aimé Lachal – 2016

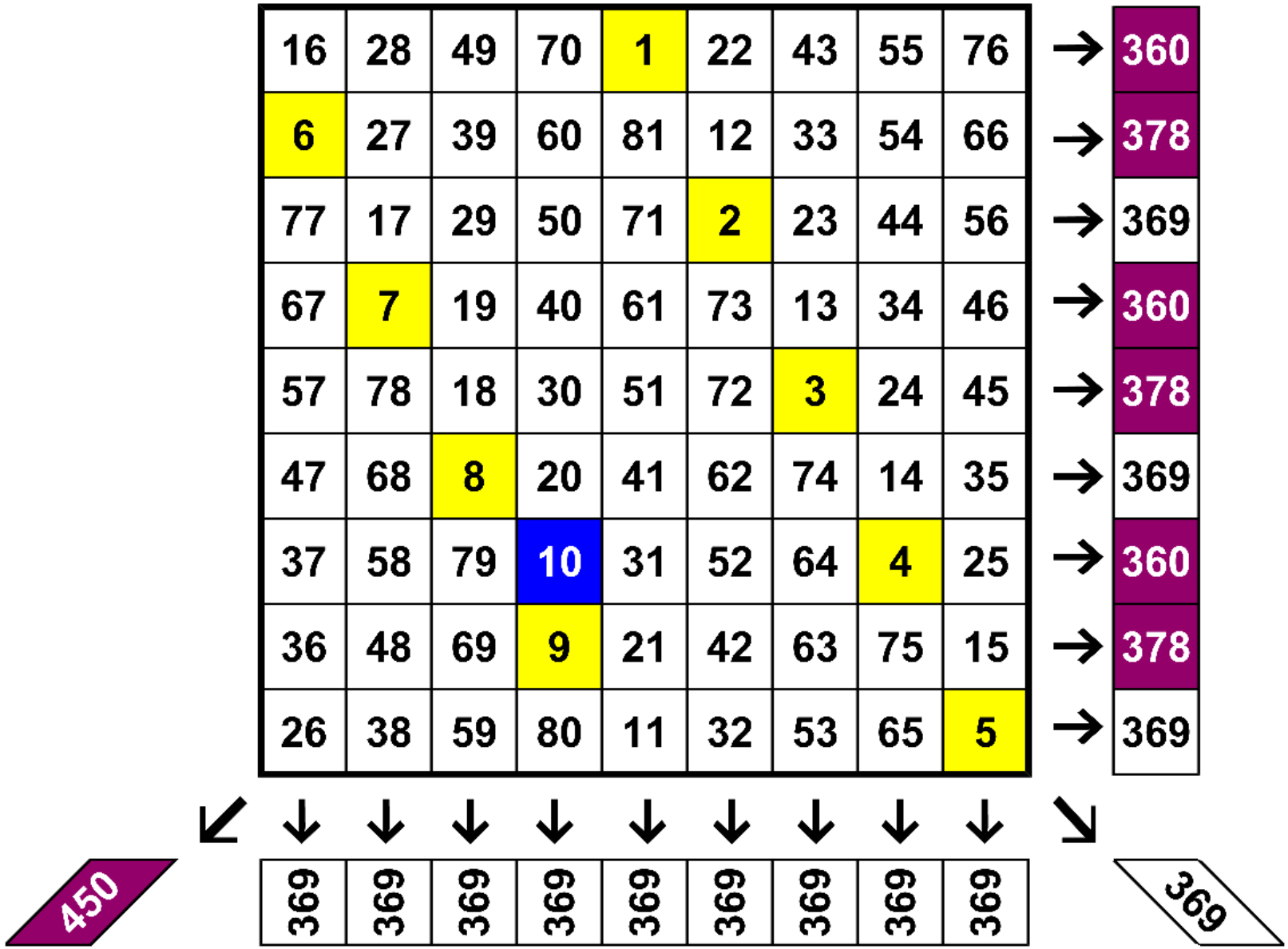
Carrés magiques d'ordre 9



Case de départ médiane de la première rangée

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 9



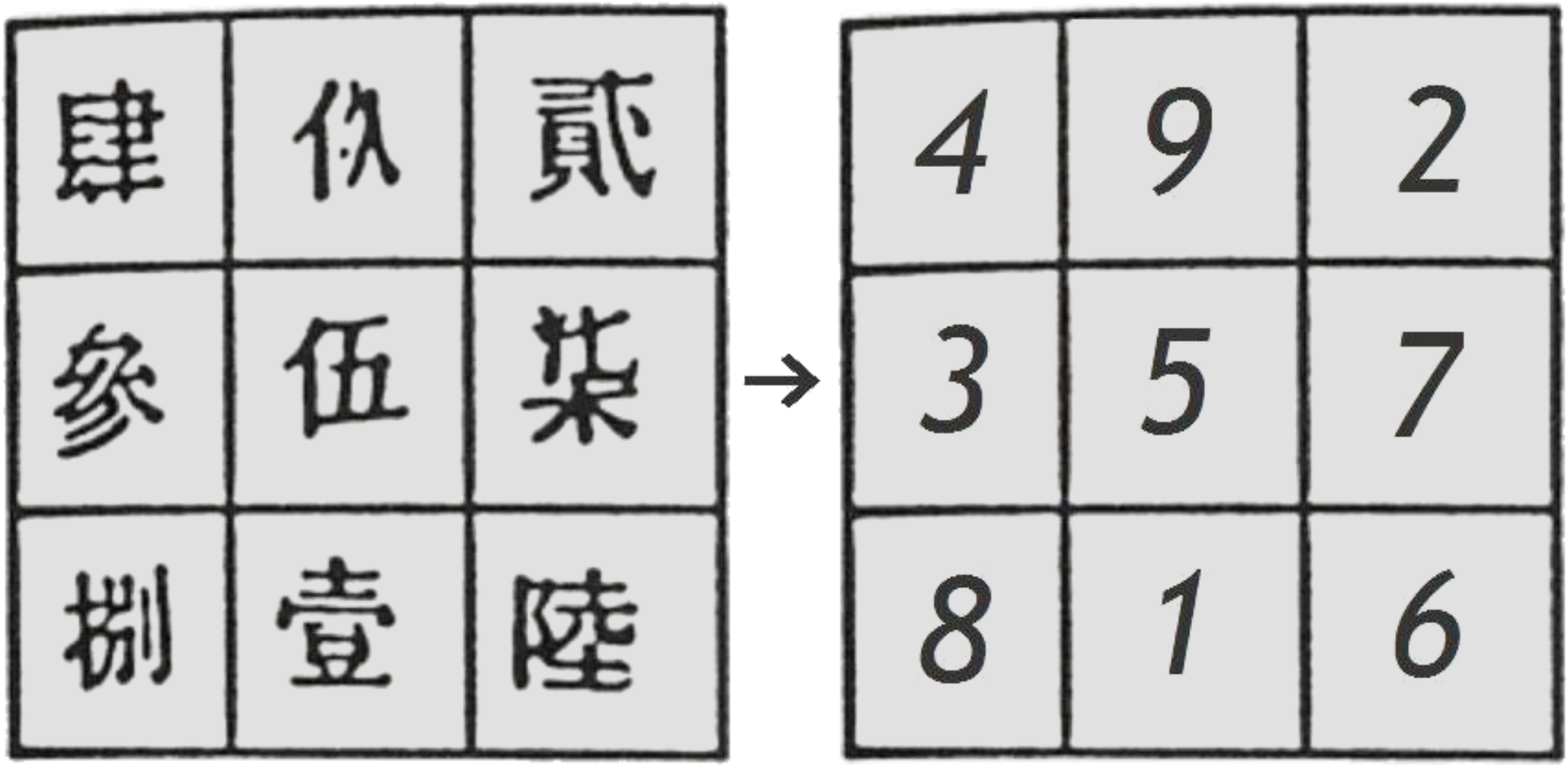
Mais collision verticale d'une case vers le haut

© Aimé Lachal – 2016

Un procédé de remplissage du carré en mosaïque

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 9



À partir du carré Lo Shu…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 9

C_4	C_9	C_2
C_3	C_5	C_7
C_8	C_1	C_6

C_1= Lo Shu

$C_2 = C_1 + 9I$

$C_3 = C_1 + 18I$

$C_4 = C_1 + 27I$

$C_5 = C_1 + 36I$

$C_6 = C_1 + 45I$

$C_7 = C_1 + 54I$

$C_8 = C_1 + 63I$

$C_9 = C_1 + 72I$

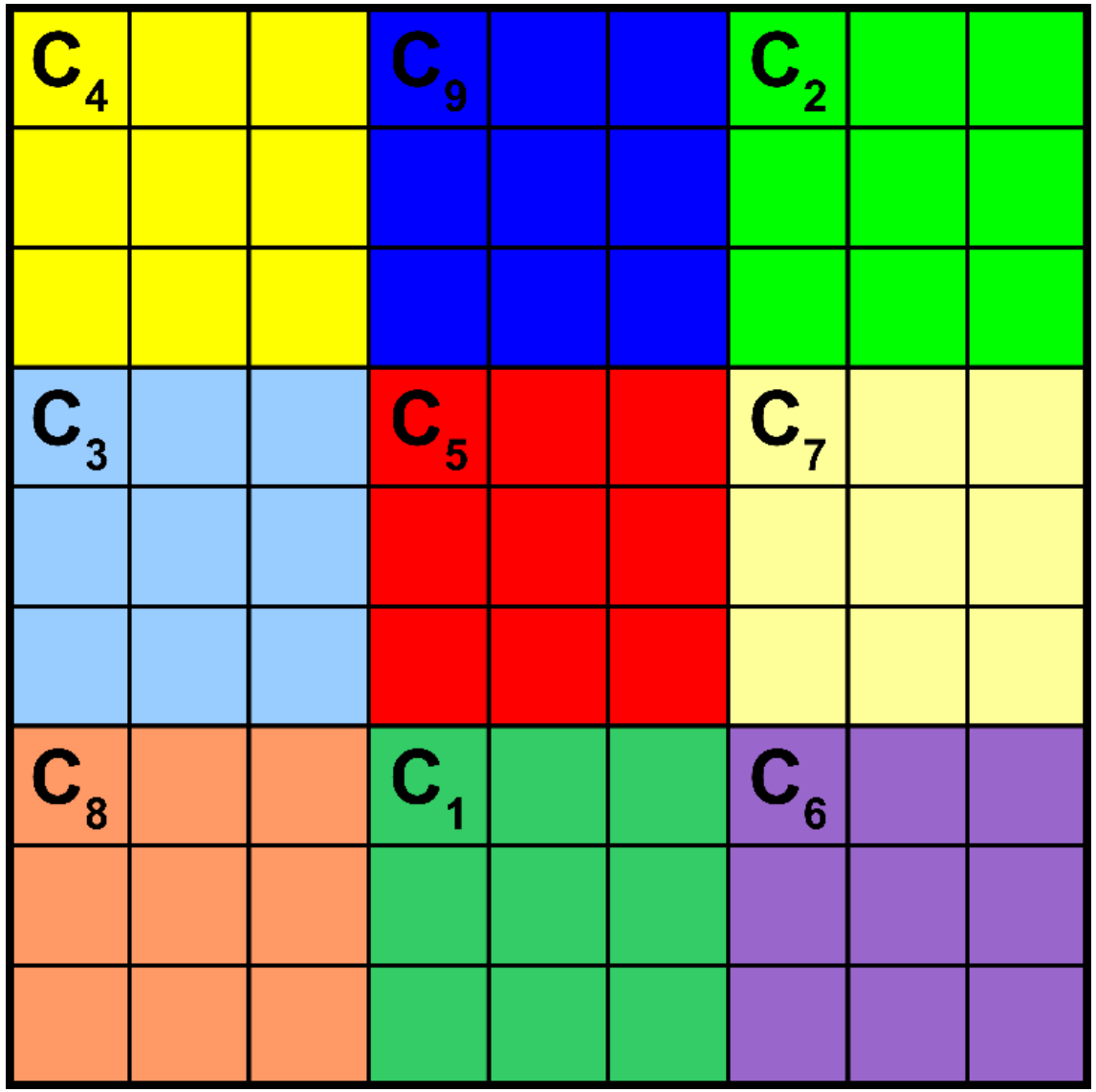
avec

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Et de ses translatés en mosaïque…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 9



C_1 = Lo Shu

$C_2 = C_1 + 9I$

$C_3 = C_1 + 18I$

$C_4 = C_1 + 27I$

$C_5 = C_1 + 36I$

$C_6 = C_1 + 45I$

$C_7 = C_1 + 54I$

$C_8 = C_1 + 63I$

$C_9 = C_1 + 72I$

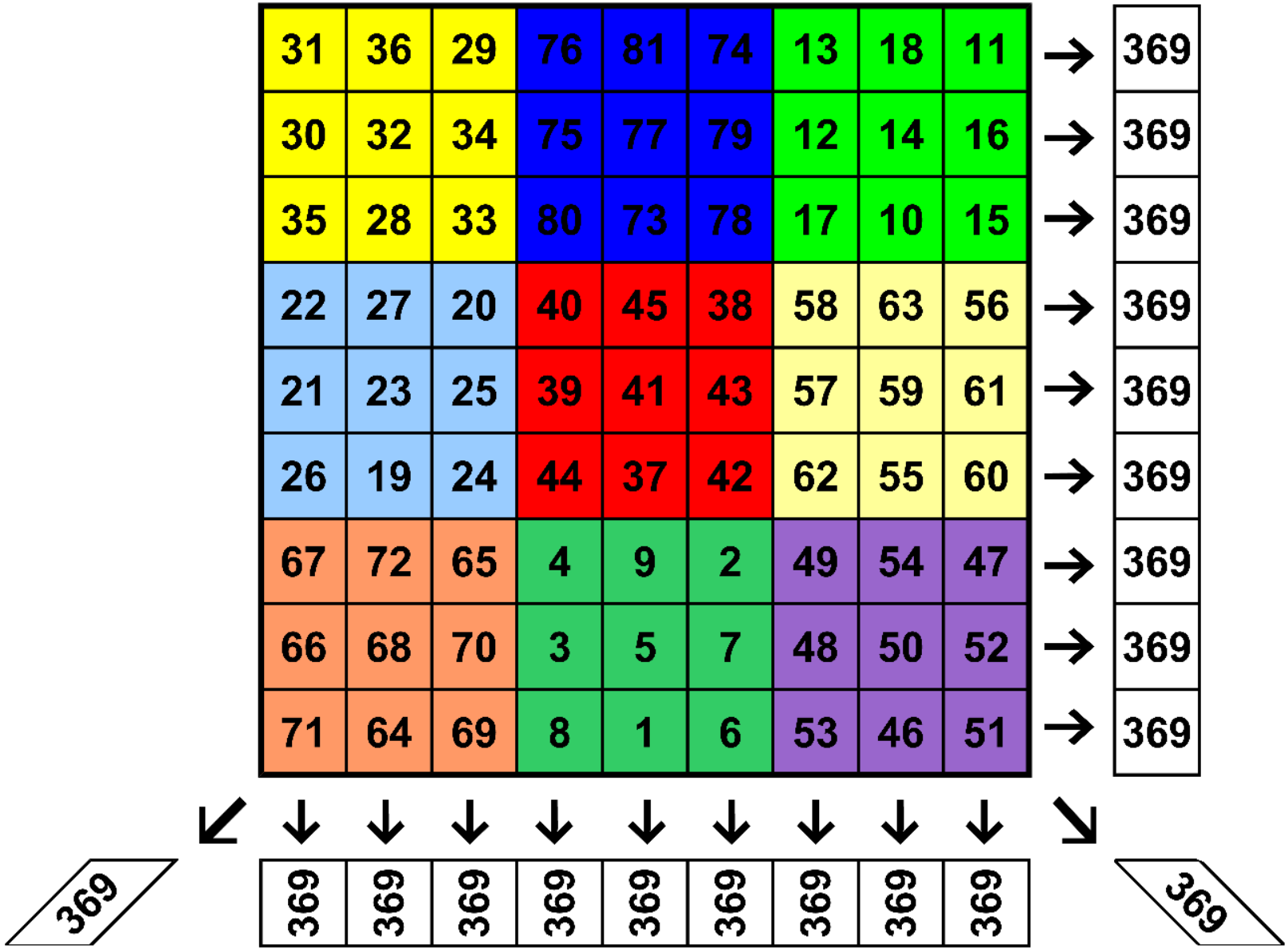
avec

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Et de ses translatés en mosaïque…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 9



Et de ses translatés en mosaïque…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 9

31	36	29	76	81	74	13	18	11
30	32	34	75	77	79	12	14	16
35	28	33	80	73	78	17	10	15
22	27	20	40	45	38	58	63	56
21	23	25	39	41	43	57	59	61
26	19	24	44	37	42	62	55	60
67	72	65	4	9	2	49	54	47
66	68	70	3	5	7	48	50	52
71	64	69	8	1	6	53	46	51

Un carré normal de somme 369

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

Carrés magiques à enceintes

Abū Ibn Ahmad al-Anṭākī (?–987)

Mathématicien ?

Kamāl al-Dīn ibn Yūnis (1156–1242)

Mathématicien et astronome égyptien.

→ *Méthodes de construction en bordant un carré magique d'ordre inférieur (méthode des enceintes ou des bordures)*

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

Abūʾl-Wafāʾ al-Būzjānī (940–997)

Mathématicien et astronome persan.



→ *Traité pionnier :*
« Livre de l'arrangement magique dans les carrés »

→ *Méthode des enceintes et du « quadratus mirabilis »*

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

Michael Stifel (1487–1567)

Moine et mathématicien allemand.

→ *Traité d'algèbre célèbre :*
« Arithmetica integra » *(1544)*

→ *Méthode des enceintes*



© Aimé Lachal – 2016

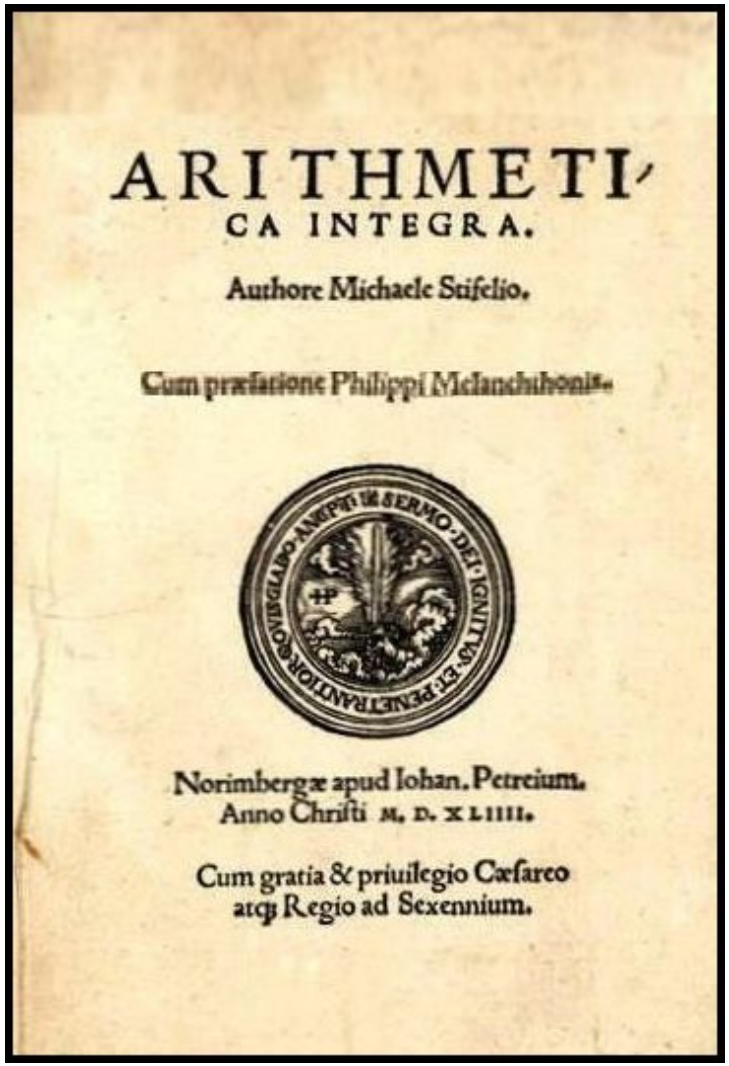
Carrés magiques à enceintes

Michael Stifel (1487–1567)

Moine et mathématicien allemand.

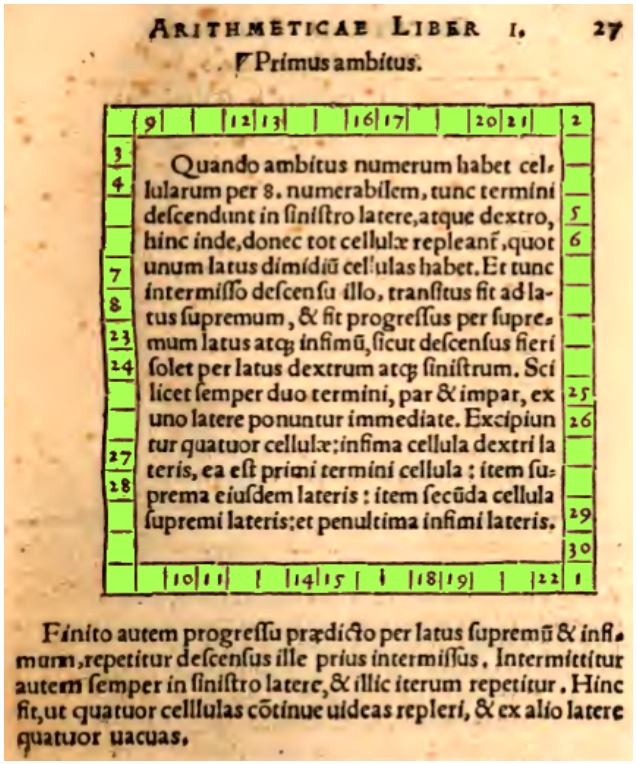
→ *Traité d'algèbre célèbre :*
« Arithmetica integra » *(1544)*

→ *Méthode des enceintes*


ARITHMETI'
CA INTEGRA.
Authore Michaele Stifelio.
Cum præfatione Philippi Melanchthonis.
Norimbergæ apud Iohan. Petreium.
Anno Christi M. D. XLIIII.
Cum gratia & priuilegio Cæsareo
atq; Regio ad Sexennium.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

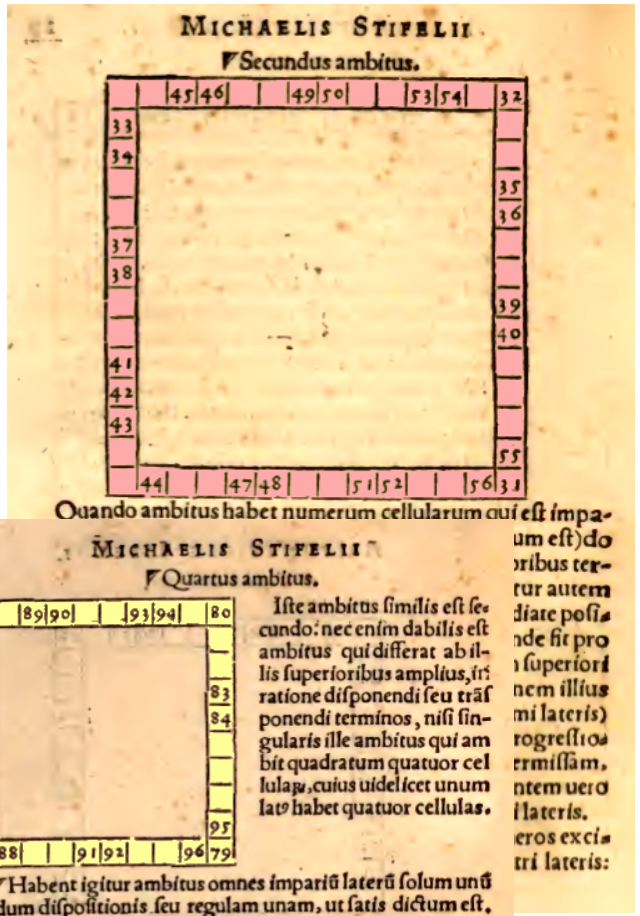


ARITHMETICAE LIBER I. 27

Primus ambitus.

Quando ambitus numerum habet cellularum per 8. numerabilem, tunc termini descendunt in sinistro latere, atque dextro, hinc inde, donec tot cellulæ repleant, quot unum latus dimidiū cellulas habet. Et tunc intermisso descensu illo, transitus fit ad latus supremum, & fit progressus per supremum latus atq; infimū, sicut descensus fieri solet per latus dextrum atq; sinistrum. Scilicet semper duo termini, par & impar, ex uno latere ponuntur immediate. Excipiuntur quatuor cellulæ: infima cellula dextri lateris, ea est primi termini cellula: item suprema eiusdem lateris: item secūda cellula supremi lateris: et penultima infimi lateris.

Finito autem progressu prædicto per latus supremū & infimum, repetitur descensus ille prius intermissus. Intermittitur autem semper in sinistro latere, & illic iterum repetitur. Hinc fit, ut quatuor cellulas cōtinue uideas repleri, & ex alio latere quatuor uacuas.



MICHAELIS STIFELII

Secundus ambitus.

Quando ambitus habet numerum cellularum qui est impa-

um est) do

ribus ter-

tur autem

diate posi-

nde fit pro

superiori

nem illius

mi lateris)

rogressio

ermissam,

ntem uero

lateris.

eros exci-

tri lateris:

MICHAELIS STIFELII

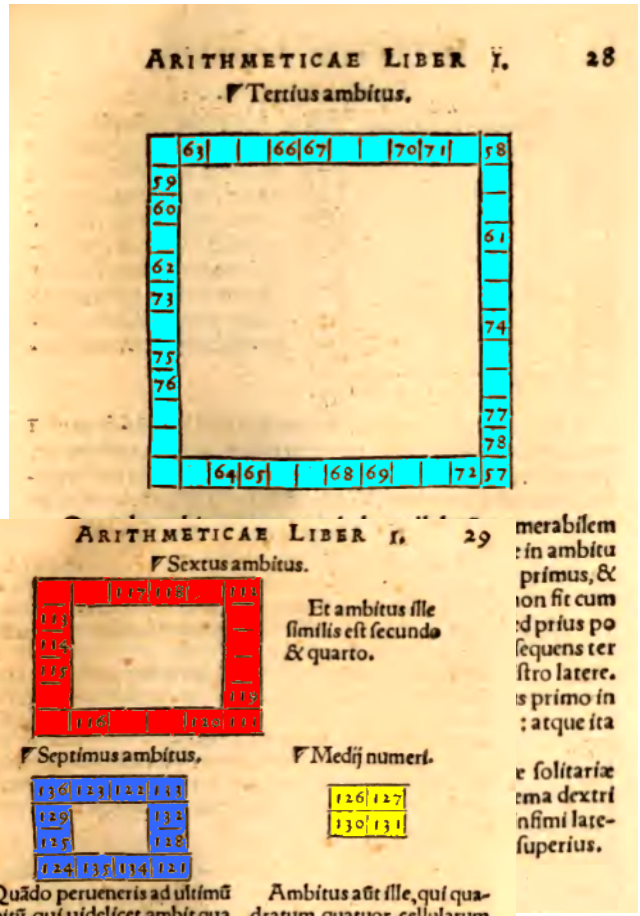
Quartus ambitus.

Iste ambitus similis est secundo: nec enim dabilis est ambitus qui differat ab illis superioribus amplius, in ratione disponendi seu trāsponendi terminos, nisi singularis ille ambitus qui ambit quadratum quatuor cellulaū, cuius uidelicet unum latus habet quatuor cellulas.

Habent igitur ambitus omnes impariū laterū solum unū modum dispositionis seu regulam unam, ut satis dictum est. At ambitus parium laterum, habent tres modos, seu tres regulas disponendi terminos. Videlicet aliter fit dispositio dum latera numerantur per 8. Et paulo aliter dum non per 8. sed per quatuor numerantur. Item aliter, dum neq; per 8 neq; per 4. sed per 2 numerantur.

Quintus ambitus.

Iste ambitus est similis primo: numeratur enim latus unum octonario, hoc est, numeratur seipso octonarius.



ARITHMETICAE LIBER I. 28

Tertius ambitus.

merabilem

in ambitu

primus, &

ion fit cum

id prius po

sequens ter

stro latere.

s primo in

: atque ita

e solitariæ

ema dextri

nfimi late-

superius.

ARITHMETICAE LIBER I. 29

Sextus ambitus.

Et ambitus ille similis est secundo & quarto.

Septimus ambitus.

Medij numeri.

Quādo peruenieris ad ultimū ambitū, qui uidelicet ambit quadratum quatuor cellularum, tūc repone 16. terminos tuæ progressiōis, qui restāt, suo ordine, ut uides factū in sequēti figura.

Ambitus aūt ille, qui quadratum quatuor cellularum ambit, sola cōmutatione angularium numerorū sese respicientium, adæquat latera sua inter se. At propter quadratum quatuor cellularum, (quod numeros suos seruat imutabiliter, in quatuor suis cellulis, quemadmodum ordine fuerant repositi quatuor numeri ad cellulas illas) necesse est ut etiam intermedij commutentur. Commutatur ergo primus cum ultimo, & quartus cum tertio decimo, & secundus cum tertio, & quintus cum nono, & octauus cū duodecimo, & quartusdecimus cū quintodecimo. Medij autem quatuor (ut dixi) manent tanquam medium unū, & non commutantur. Hæc omnia uides in ambitu septimo superius posito.

Quelques pages…

Une méthode très détaillée…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

Exemplum.

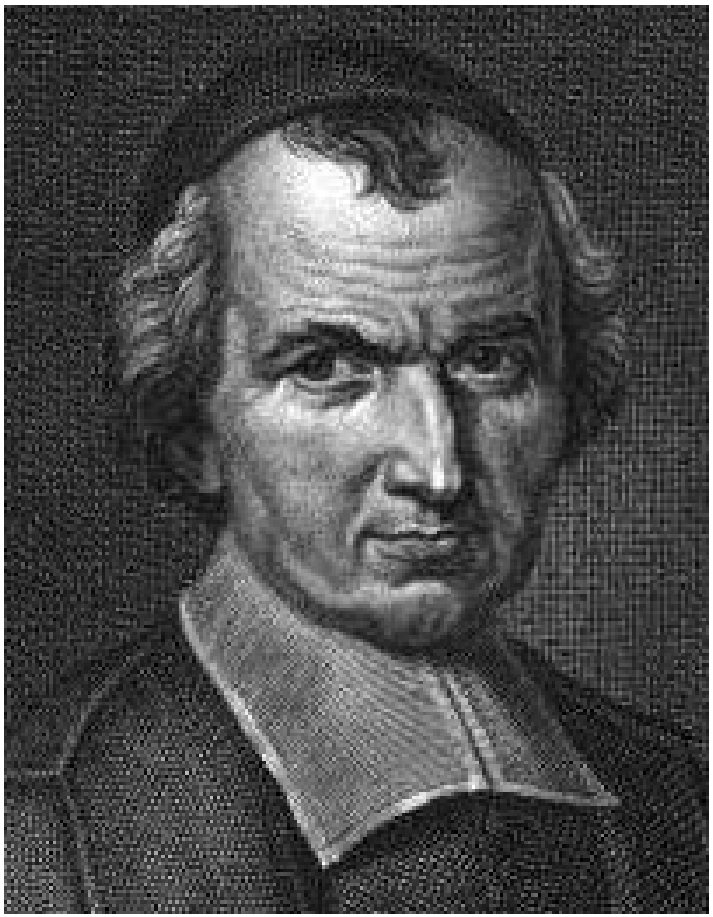
256	9	247	246	12	13	243	242	16	17	239	238	20	21	235	2
3	226	213	45	46	210	209	49	50	206	205	53	54	201	32	254
4	33	220	63	193	192	66	67	198	188	70	71	185	58	224	253
252	34	59	178	169	89	90	166	165	93	94	161	80	195	223	5
251	222	60	81	160	101	155	154	104	105	151	98	176	197	35	6
7	221	196	82	99	148	141	137	108	137	112	158	175	61	36	250
8	37	62	174	100	113	136	135	120	133	144	157	83	195	220	249
23	38	73	173	107	114	139	126	127	132	143	150	84	184	219	234
24	218	183	85	108	115	125	130	131	128	142	149	172	74	39	233
232	217	75	86	145	138	124	135	134	121	119	109	171	182	40	25
231	41	74	87	147	146	116	140	139	120	111	110	170	181	216	26
27	42	180	162	159	156	102	103	153	152	106	97	95	77	215	230
28	43	179	177	88	165	167	91	92	164	163	96	79	78	214	229
213	202	199	194	64	55	191	190	68	69	187	186	72	57	55	29
227	225	44	212	211	47	48	208	207	51	52	204	203	56	31	30
255	248	10	11	245	244	14	15	241	240	18	19	237	236	22	1

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

Antoine Arnauld (1612–1694)

Prêtre, théologien, philosophe, grammairien et mathématicien français.



→ *Traité de géométrie célèbre :*
« Nouveaux élémens de géométrie » (1667)

→ *Méthode des enceintes*

© Aimé Lachal – 2016

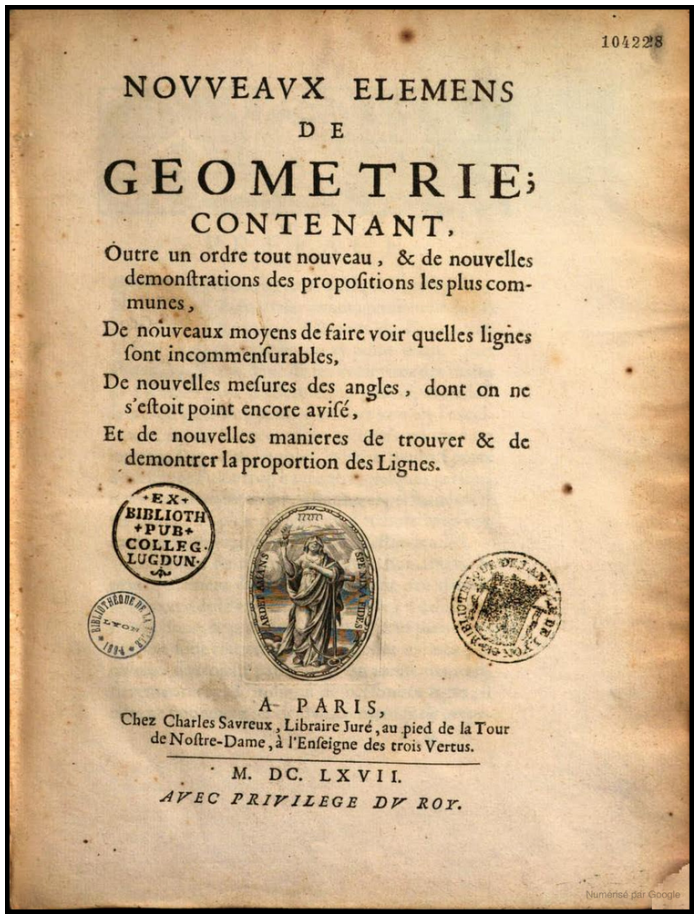
Carrés magiques à enceintes

Antoine Arnauld (1612–1694)

Prêtre, théologien, philosophe, grammairien et mathématicien français.

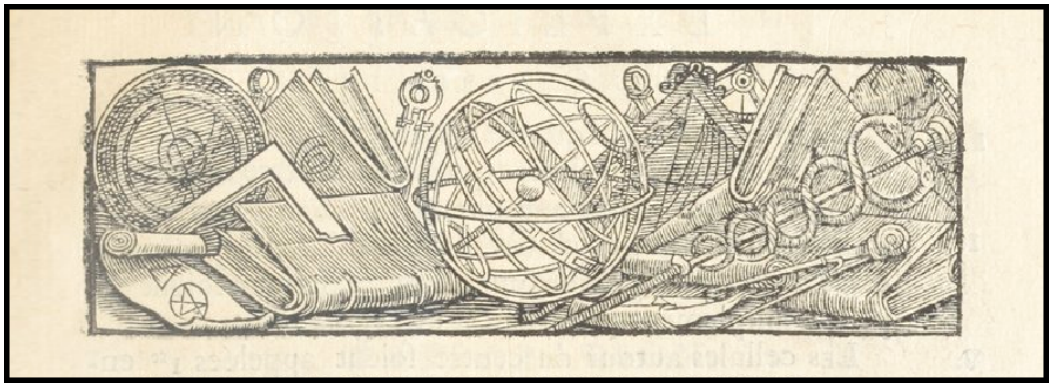
→ *Traité de géométrie célèbre :*
« Nouveaux élémens de géométrie » (1667)

→ *Méthode des enceintes*



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes



SOLUTION D'UN DES PLUS CELEBRES
ET DES PLUS DIFFICILES
PROBLEMES D'ARITHMETIQUE,
APPELLE' COMMUNEMENT
LES QUARREZ MAGIQUES.

QVARRÉ MAGIQVE DE XI.

58	26	30	95	93	97	47	42	86	69	28
35	37	12	45	84	63	82	99	88	39	87
43	100	60	119	118	73	5	2	50	22	79
90	67	7	13	102	65	108	17	115	55	32
76	74	10	98	56	121	6	24	112	48	46
31	41	51	21	11	61	111	101	71	81	91
107	70	114	68	116	1	66	54	8	52	15
103	33	113	103	20	57	14	109	9	89	19
18	44	72	3	4	49	117	120	62	78	104
16	83	110	77	38	59	40	23	34	85	106
94	96	92	27	29	25	75	80	36	53	64

QVARRÉ MAGIQVE DE XII.

118	28	116	39	94	30	31	99	58	113	33	111
17	52	24	109	104	69	45	101	97	60	64	128
127	57	92	8	11	54	55	136	135	89	88	18
126	40	2	26	130	23	71	123	62	143	105	19
20	13	5	59	144	6	7	133	86	140	132	125
63	120	65	14	61	79	78	72	131	80	25	82
75	108	77	129	73	67	66	84	16	68	37	70
38	49	142	124	12	138	139	1	21	3	96	107
95	103	141	83	15	122	74	22	119	4	42	50
47	102	56	137	134	91	90	9	10	53	43	98
110	81	121	36	41	76	100	44	48	85	93	35
34	117	29	106	51	115	114	46	87	32	112	27

© Aimé Lachal – 2016

Correspondances virulentes…!

Revendications acidulées…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

Marin Mersenne (1588–1648)

Religieux, philosophe, mathématicien
physicien et musicologue français.



→ *« The center of the world of science and mathematics during the first half of the 1600s »*

→ *Nombreuses correspondances avec Fermat*

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

Pierre de Fermat (1607 ?–1665)

Magistrat, polymathe, poète
et mathématicien français.

→ *Nombreuses correspondances avec Mersenne*

→ *Carrés magiques à enceintes « esquissés »*



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

ŒUVRES DE FERMAT. — CORRESPONDANCE.

FRENICLE A MERSENNE.

< MARS 1640 >

MON RÉVÉREND PÈRE,

1. Puisque vous desirez que je vous rafraichisse la mémoire de l'entretien que nous eûmes dernièrement ensemble touchant les nombres des tables magiques, je vous dirai que ce que M. Fermat vous en a envoyé est fort peu de chose, car il n'y a presque rien hors de ce qu'il peut avoir vu dans Stiphelius, Spinula et la vieille Clavicule, et que la méthode qu'il dit avoir pour les construire n'est autre que celle qu'ils enseignent, encore qu'elle ne soit pas d'eux : laquelle, pour ce qui regarde les impairs, est la plus noble qui se sauroit trouver et est si facile que ce n'est qu'un jeu d'enfant, et n'y a pas grand sujet de se tant glorifier pour l'avoir apprise dans un livre.

2. S'il savoit quelque chose de nouveau pour les pairs, il vous devroit avoir envoyé une table du quarré de 18 ou 22 ou pour le moins de 14, qui a servi de borne à Bachet, et, quand il l'aura fait, nous avouerons qu'il y sait quelque chose.

3. Ce qu'il vous a envoyé n'est pas digne d'un honnête homme comme lui, mais est plutôt l'occupation d'un écolier et, s'il veut s'employer à un exercice qui lui soit plus convenable, sans sortir de cette matière, qu'il dispose les nombres d'un quarré en telle sorte que toutes les lignes et diagonales soient égales et que, telles enceintes qu'on voudra, et non plus, en étant ôtées, le quarré qui restera soit de même nature que le premier.

Par exemple, que 22 soit donné pour le côté du quarré magique; on demande que, ce quarré ayant les conditions requises, on en puisse ôter *trois* enceintes et que le quarré restant, qui aura 16 cellules de côté, soit encore magique; et qu'ôtant *deux* enceintes de celui-ci, le quarré restant, qui aura 12 cellules de chaque côté, soit encore magique; et que de celui-ci, en ôtant *une* enceinte, le quarré restant, qui aura 10 de côté, soit encore magique; et que du premier quarré de 22, tel autre nombre d'enceintes qu'on en veuille ôter, le quarré restant ne soit plus magique.

...

Voilà, mon Père, si j'ai bonne mémoire, un raccourci de tout l'entretien que nous eûmes ensemble avant-hier.

Je suis, mon Révérend Père,

Votre très humble et affectionné serviteur,

FRENICLE.

Attaque au printemps 1640…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

ŒUVRES DE FERMAT. — CORRESPONDANCE.

FERMAT A MERSENNE.

DIMANCHE 1 AVRIL 1640.

MON RÉVÉREND PÈRE,

Je vous dois deux réponses pour les deux dernières Lettres que j'ai reçues de votre part et que j'ai trouvées toutes deux en même temps à mon retour de la campagne; le sujet de la première concerne Monsieur Desargues et celui de la seconde Monsieur de Frenicle.

Je viens aux propositions des quarrés : sur quoi je vous puis protester que je n'ai jamais vu ni Stiphelius ni cette *Clavicule* et ne sais ce que ces livres contiennent et, pour faire voir que j'ai vu peut-être plus loin qu'eux et satisfaire à la semonce de M. Frenicle, je vous envoie le quarré de 14 aux conditions requises, duquel, si vous ôtez deux enceintes, le restant sera aussi quarré aux conditions requises et, si vous ôtez encore deux enceintes de ce restant, ce qui restera sera encore quarré aux mêmes conditions.

1	2	185	186	5	6	7	190	191	192	11	194	195	14
15	16	26	25	24	177	176	175	174	173	172	171	27	28
42	156	31	165	159	34	35	162	37	164	158	40	167	29
56	142	152	46	52	149	148	147	146	47	53	45	153	43
57	128	59	130	61	135	134	63	132	66	137	68	139	70
71	125	73	123	122	76	120	119	19	75	116	82	114	84
85	111	96	109	108	107	91	92	90	103	102	87	100	98
112	97	110	95	89	93	105	106	104	94	88	101	86	99
126	83	115	81	80	118	77	78	121	117	74	124	72	113
140	69	138	60	131	62	64	133	65	136	67	129	58	127
141	55	54	144	150	51	50	49	48	145	151	143	44	154
168	41	157	32	33	160	161	36	163	38	39	166	30	155
182	170	180	179	178	23	22	21	20	19	18	17	181	169
183	184	3	4	187	188	189	8	9	10	193	12	13	196

Le premier quarré fait en ces lignes 1379; le deuxième fait 985; le troisième fait 591.

Riposte un certain 1er avril de 1640…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

Or, ne doutez point que je ne possède la méthode générale pour faire toute sorte de quarrés en cette sorte et aux conditions qu'ôtant tel nombre d'enceintes qu'on voudra, le restant soit encore quarré, etc.

Mais, à n'ôter qu'une seule enceinte, je crois la question impossible : à quoi peut-être M. Frenicle ne prit pas garde, lorsqu'il me proposa d'ôter trois enceintes de 22, et puis deux du restant, et puis une du restant. Car, aux deux premiers cas, la question est faisable en beaucoup de manières, mais au troisième je ne l'estime point possible : de quoi la raison dépend de ma règle, laquelle je n'ai pourtant ni trouvée ni cherchée que lorsque j'ai reçu la Lettre de M. Frenicle, et c'est pour cela que je ne détermine pas absolument l'impossibilité de ce cas, jusqu'à ce que j'aurai eu encore quelques jours pour y songer de nouveau.

Mais ce que je trouve de plus beau en ma règle, et que je ne crois pas avoir été touché ni par Stiphelius ni par aucun autre, est que je puis déterminer en combien de façons, et non plus, chaque quarré peut être disposé aux conditions requises, comme par exemple, s'il m'est permis de demander à M. Frenicle, en combien de sortes différentes 22 peut être rangé.

Je soumets pourtant le tout à mondit Sr de Frenicle et crois que, si j'avois l'honneur d'être connu de lui, il auroit omis quelques paroles qui sont dans sa Lettre. Je ne resterai pas de lui assurer l'estime que je fais de lui et de le conjurer de me faire part de sa méthode.

Riposte un certain 1er avril de 1640…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques à enceintes

ŒUVRES DE FERMAT. — CORRESPONDANCE.

FERMAT A MERSENNE.

< JUIN ? 1640. >

MON RÉVÉREND PÈRE,

J'ai reçu avec grande satisfaction votre lettre accompagnée de celle de M. Frenicle, qui me confirme en l'estime que je faisois de lui. J'y réponds succinctement et premièrement, sur ce qu'il a douté que j'eusse une méthode générale pour ranger tous les quarrés pairs à l'infini. Je vous prie de l'assurer du contraire, car il est très certain qu'il y a plus de dix ans que je la découvris et en donnai dès lors des exemples sur des quarrés plus hauts que ceux de Bachet, comme M. Despagnet vous pourroit témoigner.

Depuis que j'ai reçu la dernière de M. Frenicle, j'ai aussitôt découvert que la question du quarré de 22 étoit de ma portée et, pource que l'opération seroit trop longue qui consiste à ranger le quarré de 22 en telle sorte que, levant trois enceintes, il reste magique, et du restant encore deux et qu'il demeure magique, et puis une seule du reste à la même condition, je me contenterai pour ce coup de vous envoyer le carré qui reste après les trois premières et les deux secondes enceintes ôtées, duquel si vous levez une seule enceinte, le reste demeure magique, comme vous verrez.

Pource que le temps me manque, je diffère à vous envoyer les cinq enceintes qui manquent pour parfaire le quarré entier de 22, jusques au départ du prochain courrier (1).

Après cela vous devez croire que, dès que j'aurai loisir, j'irai aussi avant sur ce sujet qu'il est possible.

(1) La Lettre ainsi annoncée fait défaut.

127	126	125	361	362	363	364	365	366	118	117	116
347	148	338	339	145	143	342	142	344	345	139	138
325	161	169	168	318	319	320	321	163	162	324	160
292	293	191	190	299	298	297	186	185	184	302	193
270	280	272	273	211	210	209	208	278	279	205	215
248	227	250	251	230	232	231	233	256	257	258	237
226	249	228	229	252	253	254	255	234	235	236	259
204	214	206	207	277	276	275	274	212	213	271	281
182	192	301	300	189	188	187	296	295	294	183	303
171	315	323	322	164	165	166	167	317	316	170	314
149	346	147	146	340	341	144	343	141	140	337	336
369	359	360	124	123	122	121	120	119	367	368	358

Puis la reconnaissance…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

Carrés magiques d'ordre 11

37	78	29	70	21	62	13	54	5	→ 369
6	38	79	30	71	22	63	14	46	→ 369
47	7	39	80	31	72	23	55	15	→ 369
16	48	8	40	81	32	64	24	56	→ 369
57	17	49	9	41	73	33	65	25	→ 369
26	58	18	50	1	42	74	34	66	→ 369
67	27	59	10	51	2	43	75	35	→ 369
36	68	19	60	11	52	3	44	76	→ 369
77	28	69	20	61	12	53	4	45	→ 369

↙ 369

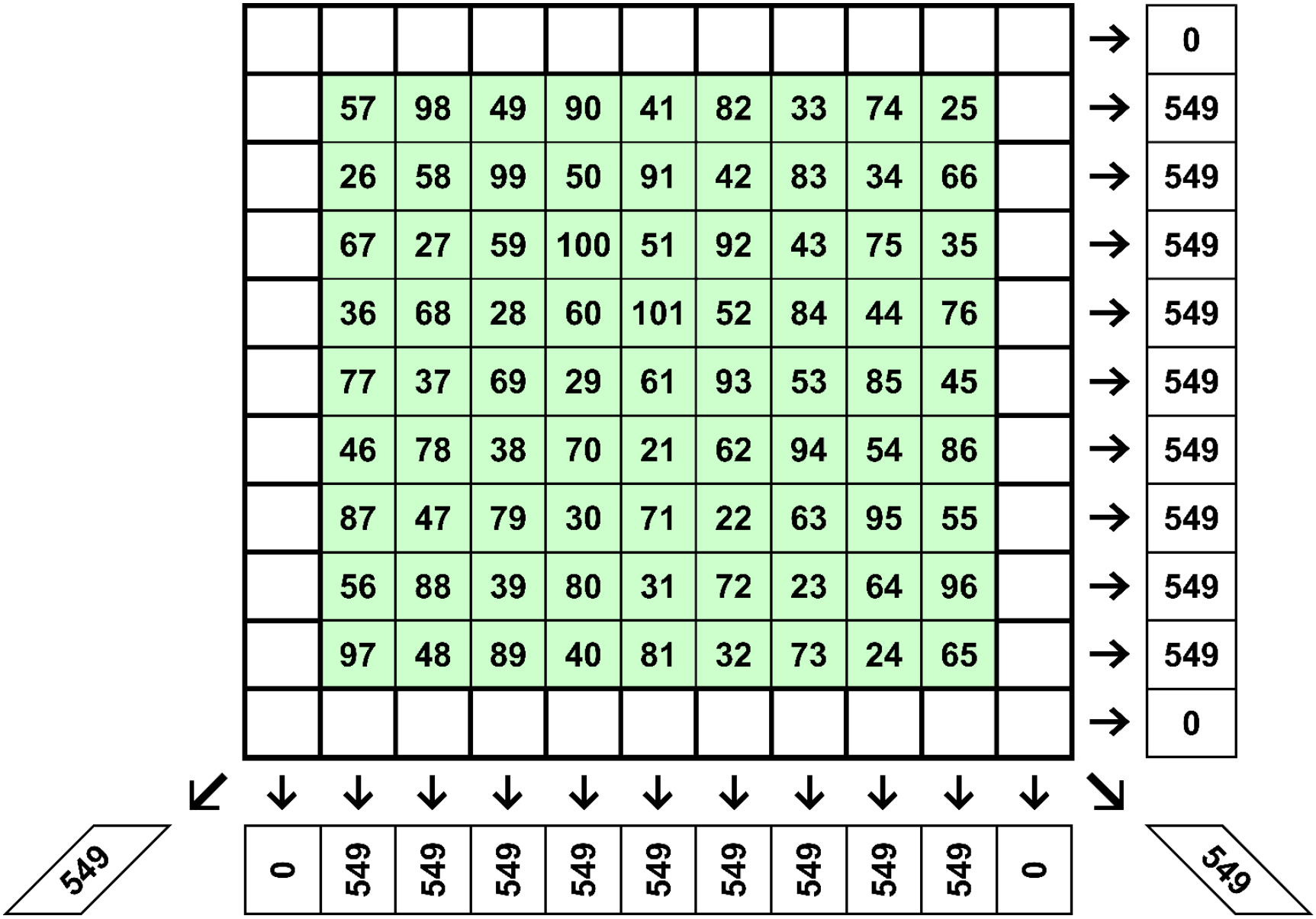
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
369	369	369	369	369	369	369	369	369

↘ 369

À partir d'un carré magique d'ordre 9…

© Aimé Lachal – 2016

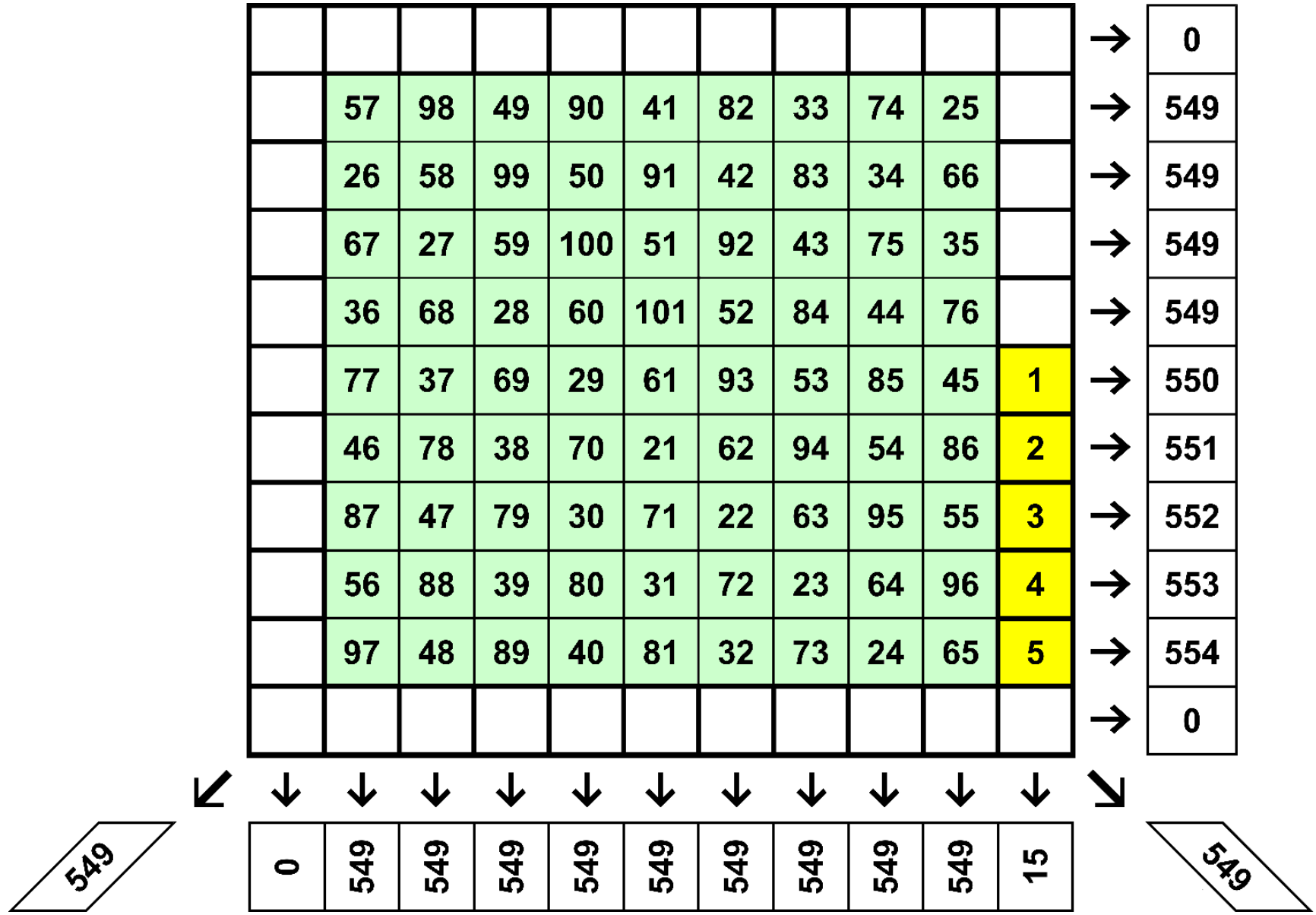
Carrés magiques d'ordre 11



On translate de 20 (= 2x9+2)

© Aimé Lachal – 2016

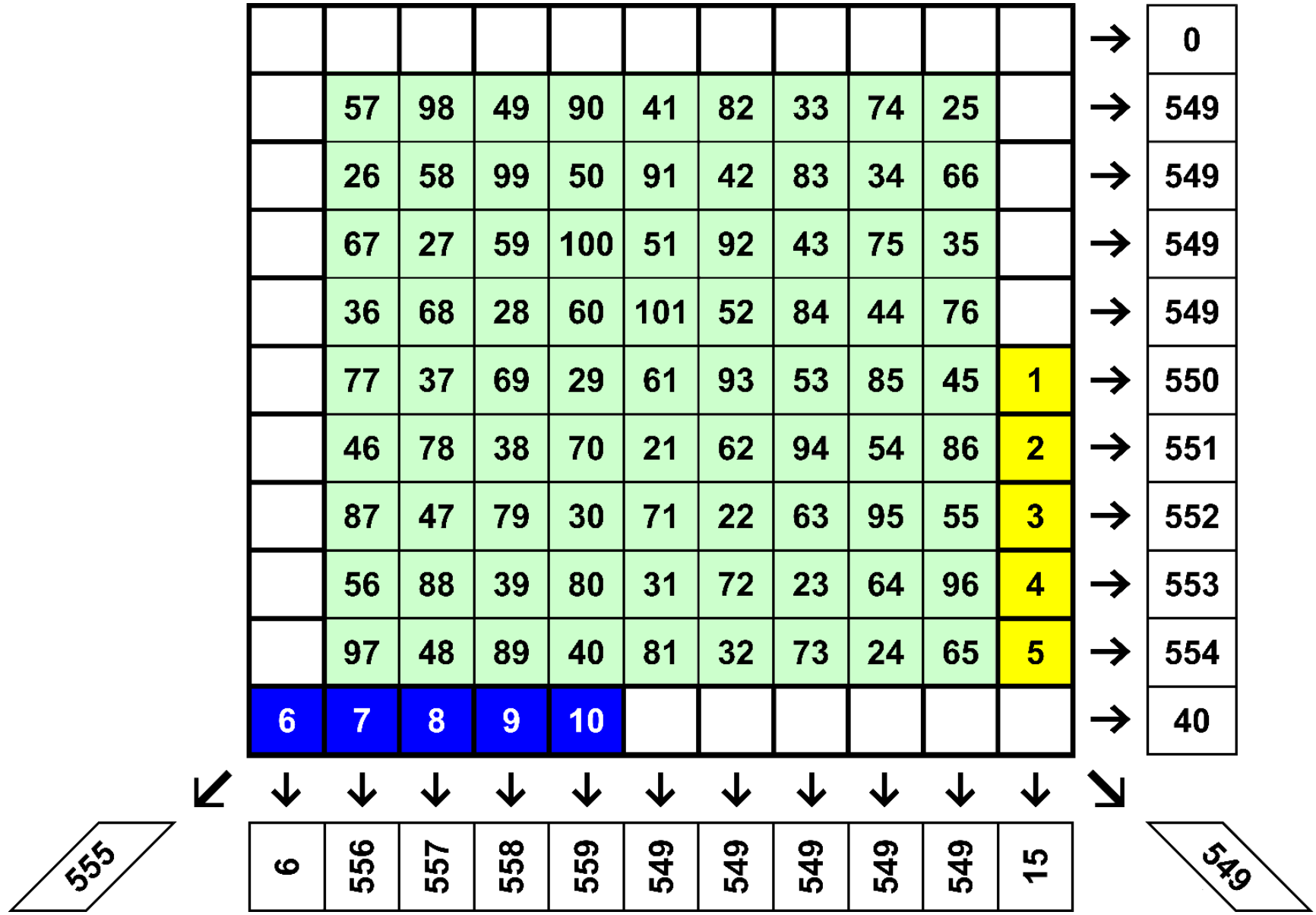
Carrés magiques d'ordre 11



Puis l'on borde par nombres consécutifs…

© Aimé Lachal – 2016

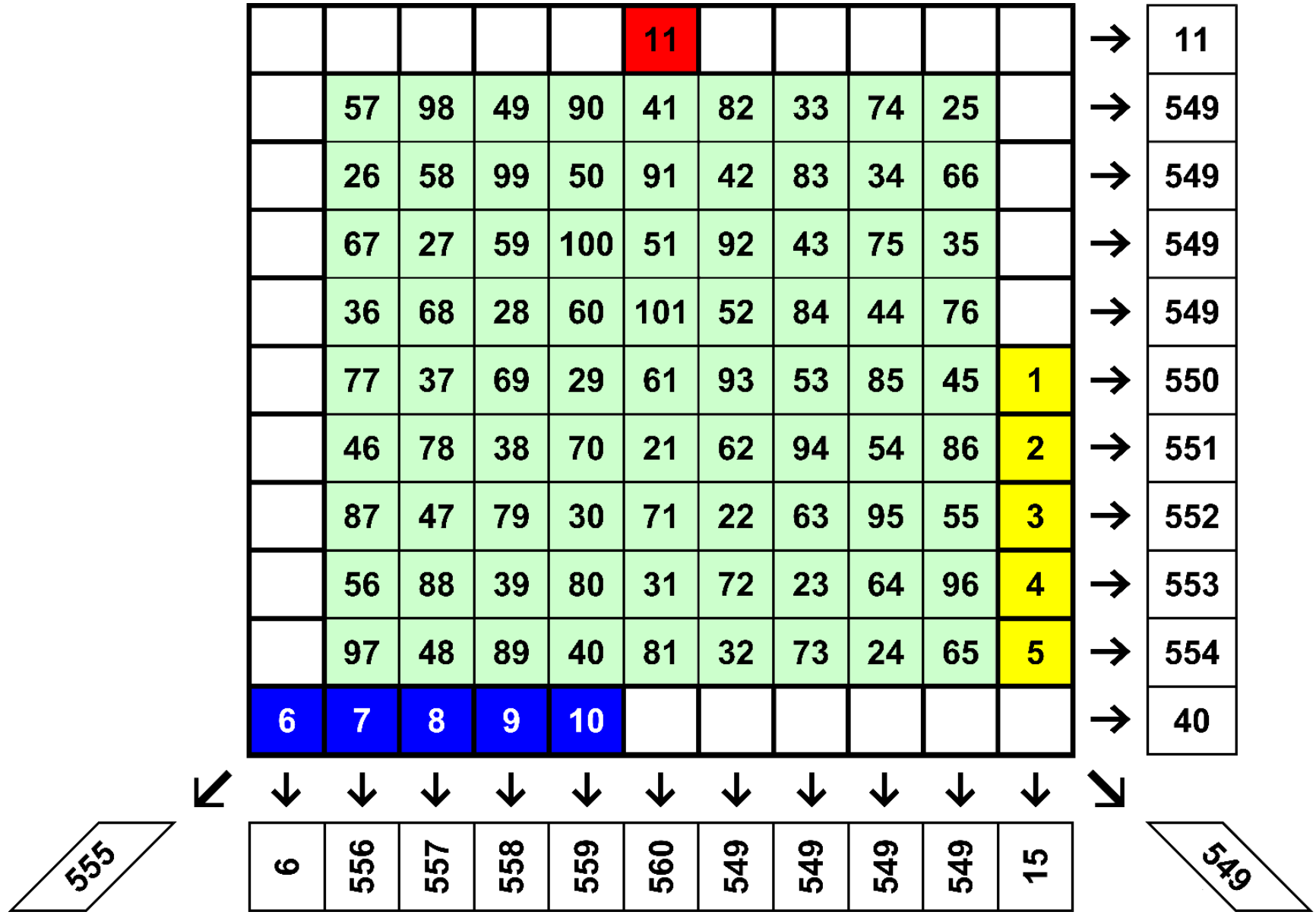
Carrés magiques d'ordre 11



Puis l'on borde par nombres consécutifs…

© Aimé Lachal – 2016

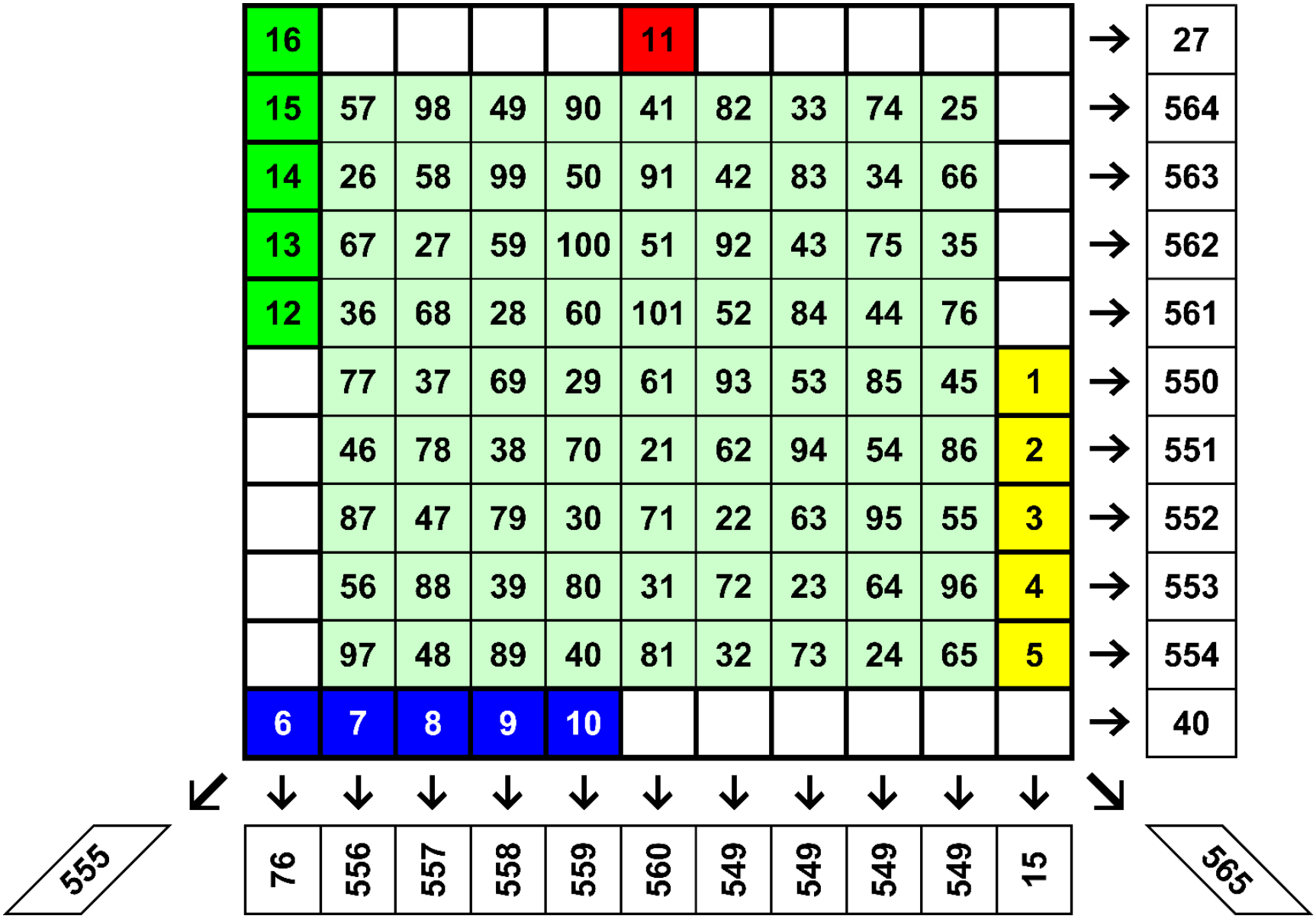
Carrés magiques d'ordre 11



Puis l'on borde par nombres consécutifs…

© Aimé Lachal – 2016

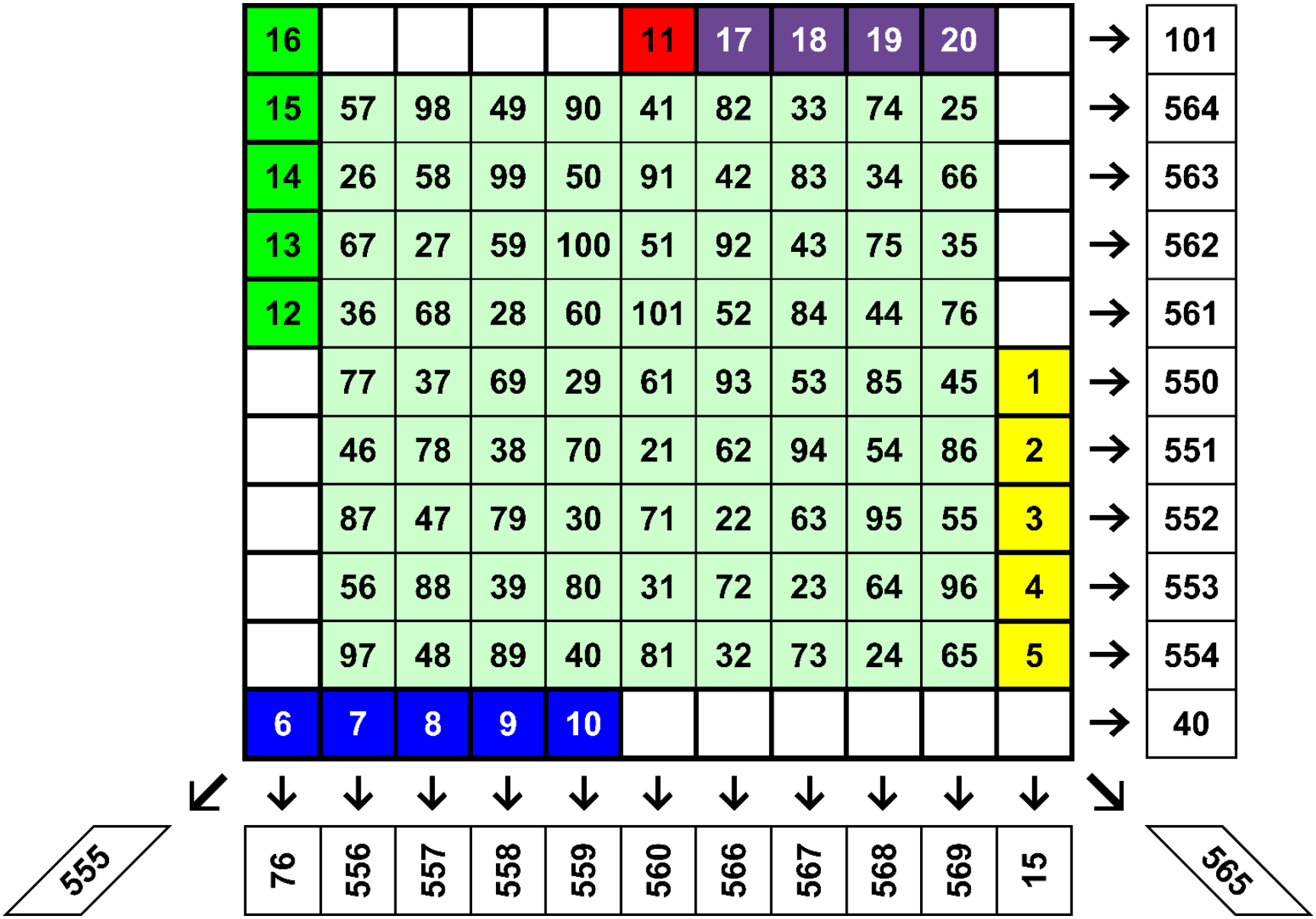
Carrés magiques d'ordre 11



Puis l'on borde par nombres consécutifs…

© Aimé Lachal – 2016

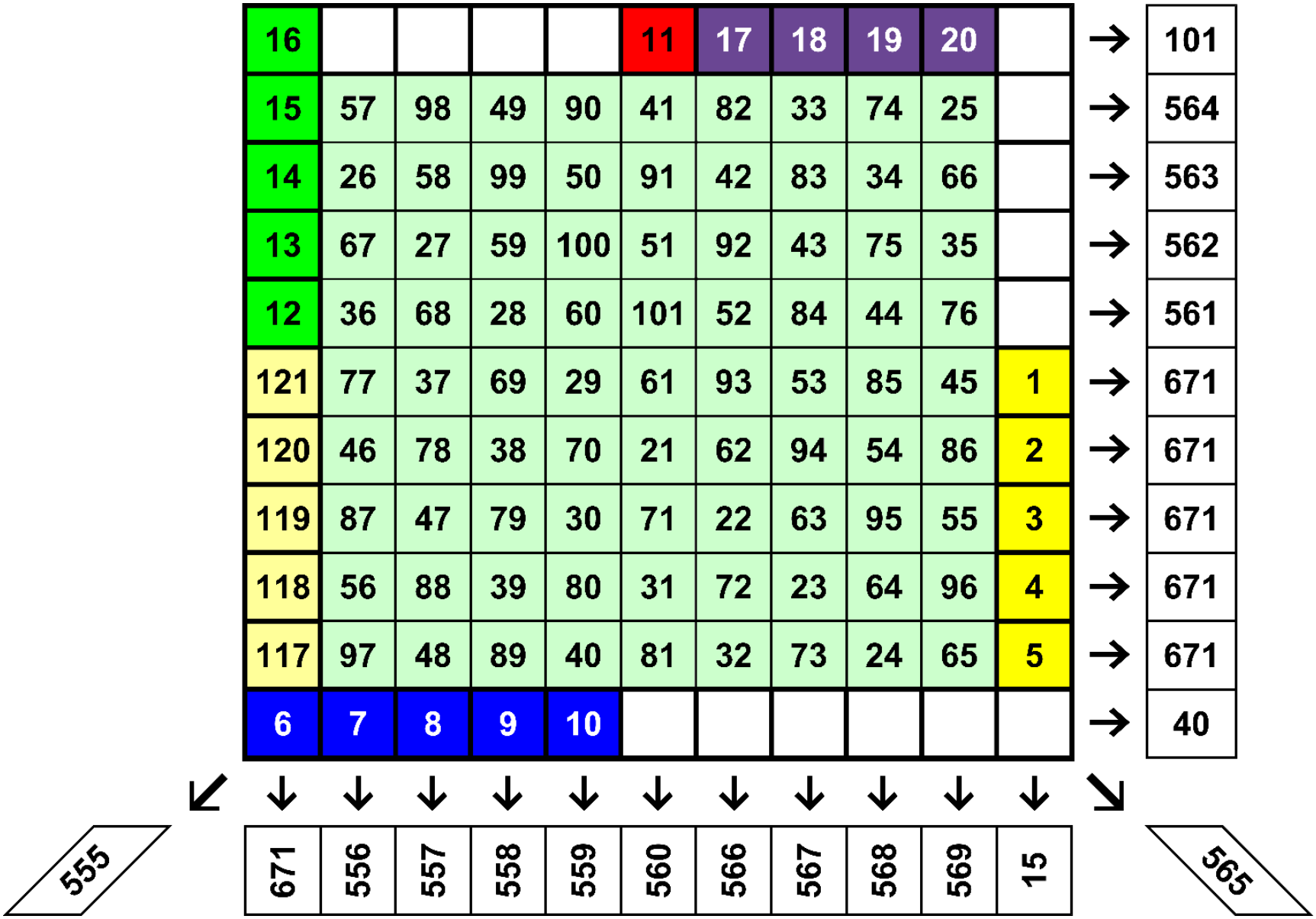
Carrés magiques d'ordre 11



Puis l'on borde par nombres consécutifs…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11



On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

16	115	114	113	112	11	17	18	19	20	116	→ 671
15	57	98	49	90	41	82	33	74	25		→ 564
14	26	58	99	50	91	42	83	34	66		→ 563
13	67	27	59	100	51	92	43	75	35		→ 562
12	36	68	28	60	101	52	84	44	76		→ 561
121	77	37	69	29	61	93	53	85	45	1	→ 671
120	46	78	38	70	21	62	94	54	86	2	→ 671
119	87	47	79	30	71	22	63	95	55	3	→ 671
118	56	88	39	80	31	72	23	64	96	4	→ 671
117	97	48	89	40	81	32	73	24	65	5	→ 671
6	7	8	9	10							→ 40

↙ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↘

671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 560 | 566 | 567 | 568 | 569 | 131 | 565

On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

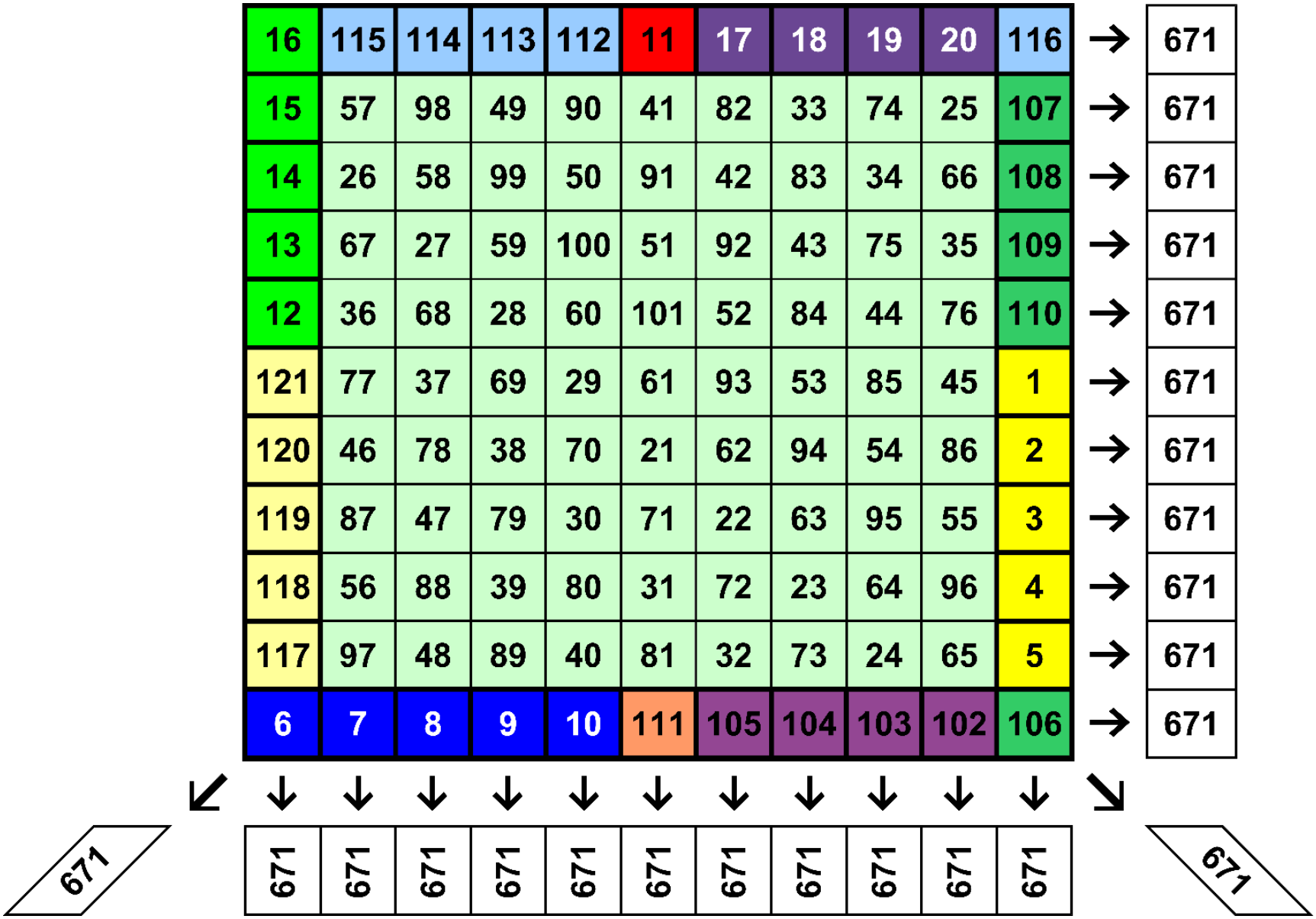
16	115	114	113	112	11	17	18	19	20	116	→ 671
15	57	98	49	90	41	82	33	74	25	107	→ 671
14	26	58	99	50	91	42	83	34	66	108	→ 671
13	67	27	59	100	51	92	43	75	35	109	→ 671
12	36	68	28	60	101	52	84	44	76	110	→ 671
121	77	37	69	29	61	93	53	85	45	1	→ 671
120	46	78	38	70	21	62	94	54	86	2	→ 671
119	87	47	79	30	71	22	63	95	55	3	→ 671
118	56	88	39	80	31	72	23	64	96	4	→ 671
117	97	48	89	40	81	32	73	24	65	5	→ 671
6	7	8	9	10						106	→ 146
↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘
671	671	671	671	671	671	560	566	567	568	569	671

671 671

On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11



On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122-i$)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

16	115	114	113	112	11	17	18	19	20	116
15	57	98	49	90	41	82	33	74	25	107
14	26	58	99	50	91	42	83	34	66	108
13	67	27	59	100	51	92	43	75	35	109
12	36	68	28	60	101	52	84	44	76	110
121	77	37	69	29	61	93	53	85	45	1
120	46	78	38	70	21	62	94	54	86	2
119	87	47	79	30	71	22	63	95	55	3
118	56	88	39	80	31	72	23	64	96	4
117	97	48	89	40	81	32	73	24	65	5
6	7	8	9	10	111	105	104	103	102	106

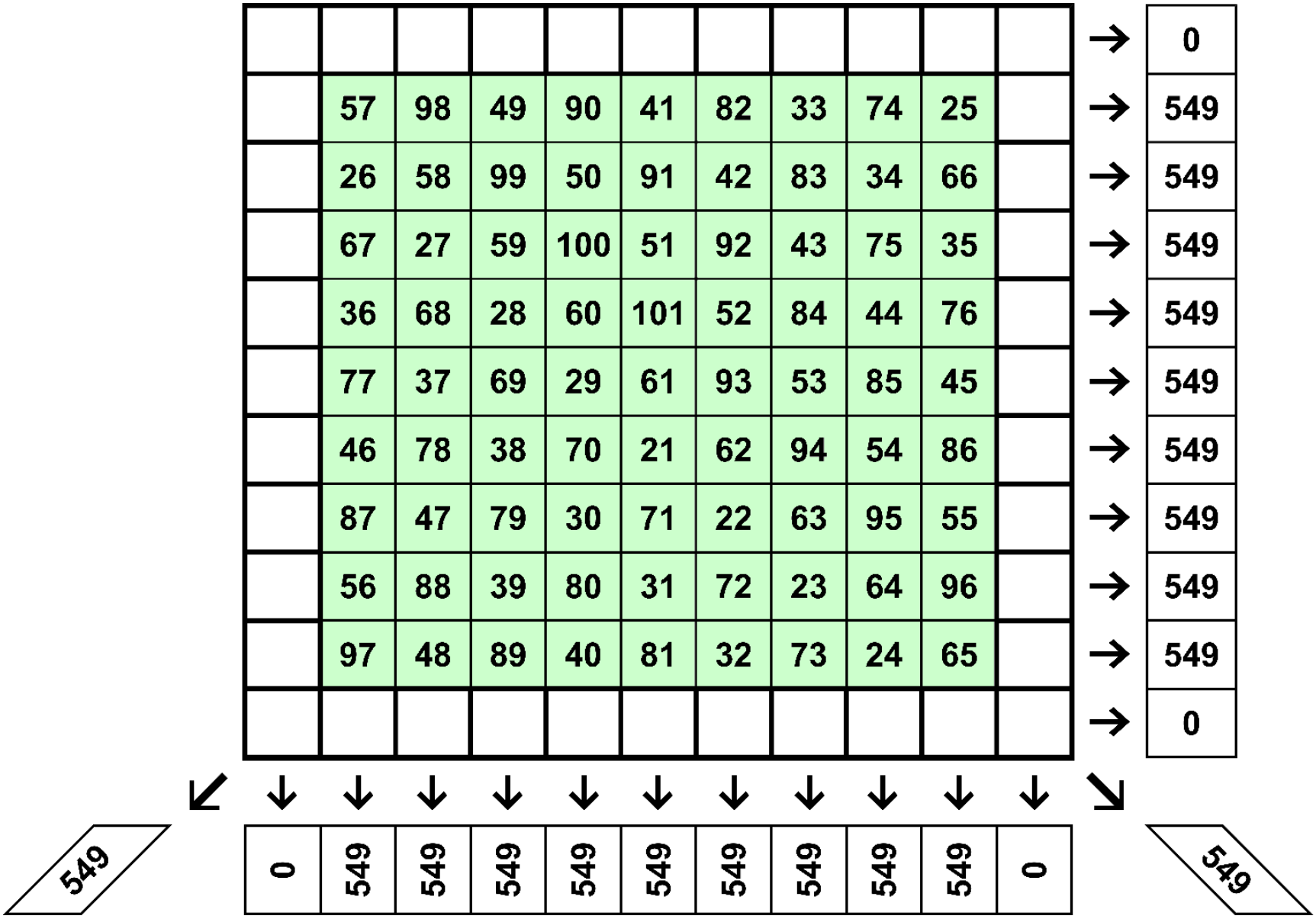
Un carré normal bordé de somme 671

© Aimé Lachal – 2016

Une autre manière de remplir la bordure

© Aimé Lachal – 2016

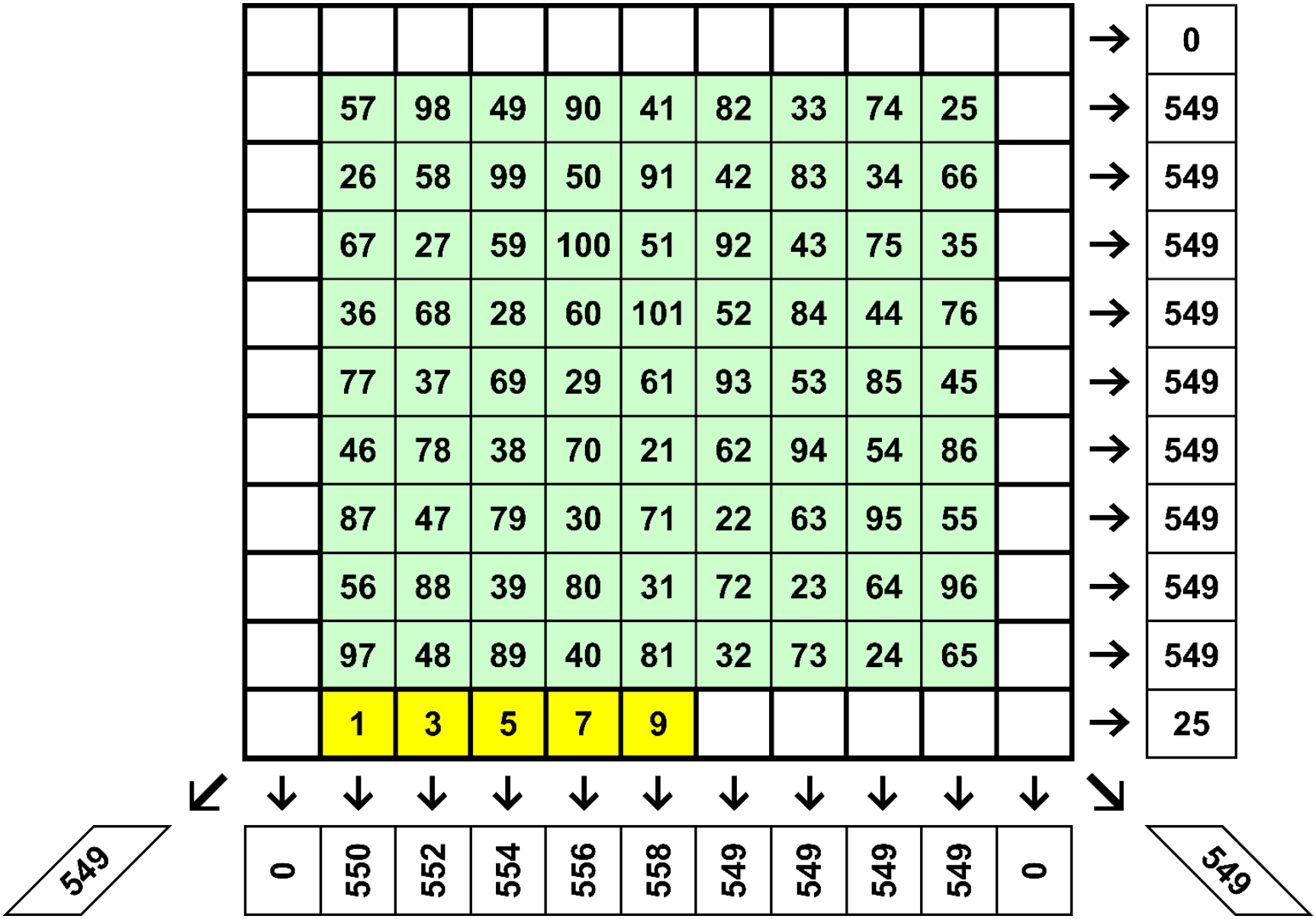
Carrés magiques d'ordre 11



Partant du même carré d'ordre 9 translaté…

© Aimé Lachal – 2016

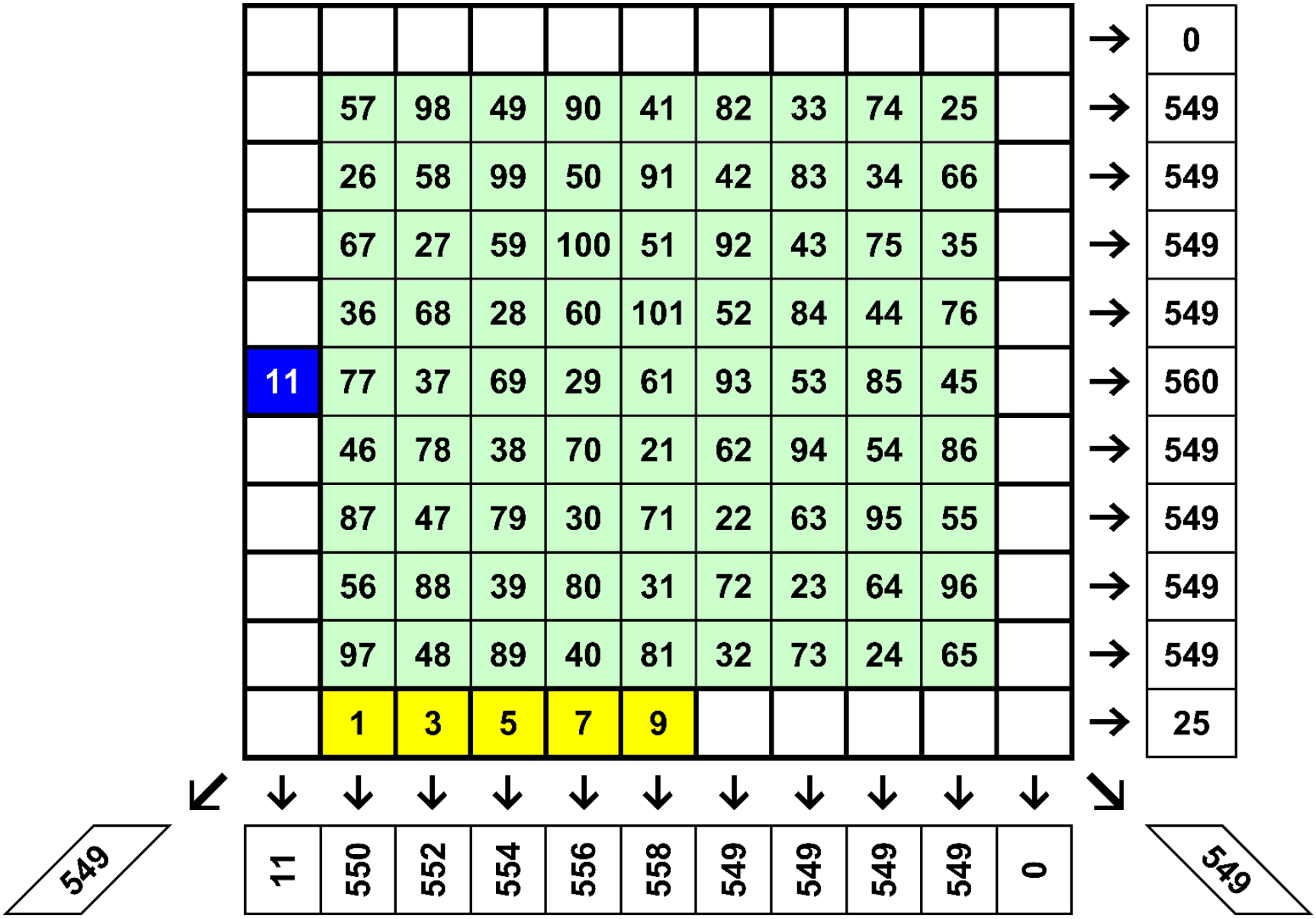
Carrés magiques d'ordre 11



On borde avec des nombres impairs consécutifs

© Aimé Lachal – 2016

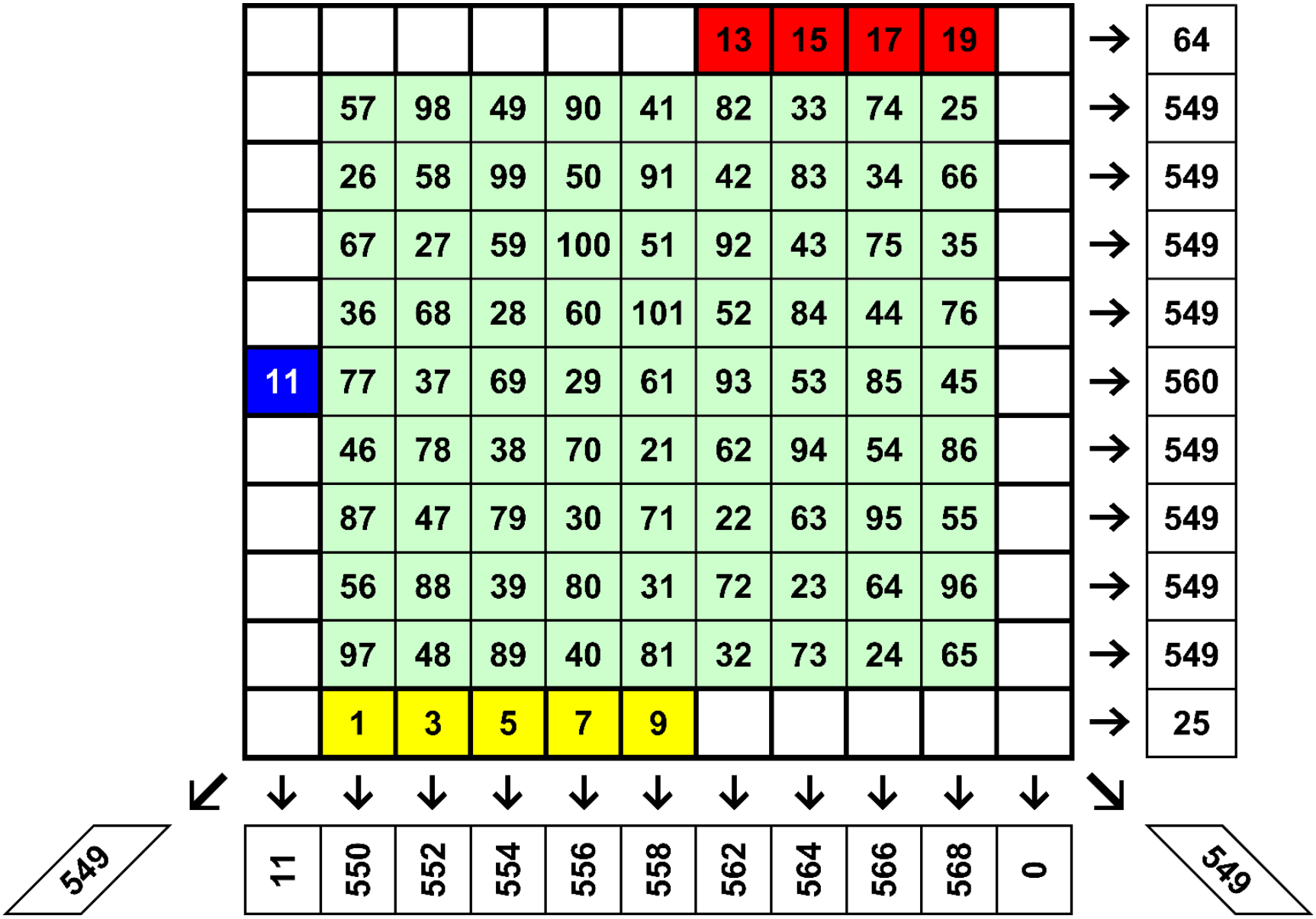
Carrés magiques d'ordre 11



On borde avec des nombres impairs consécutifs

© Aimé Lachal – 2016

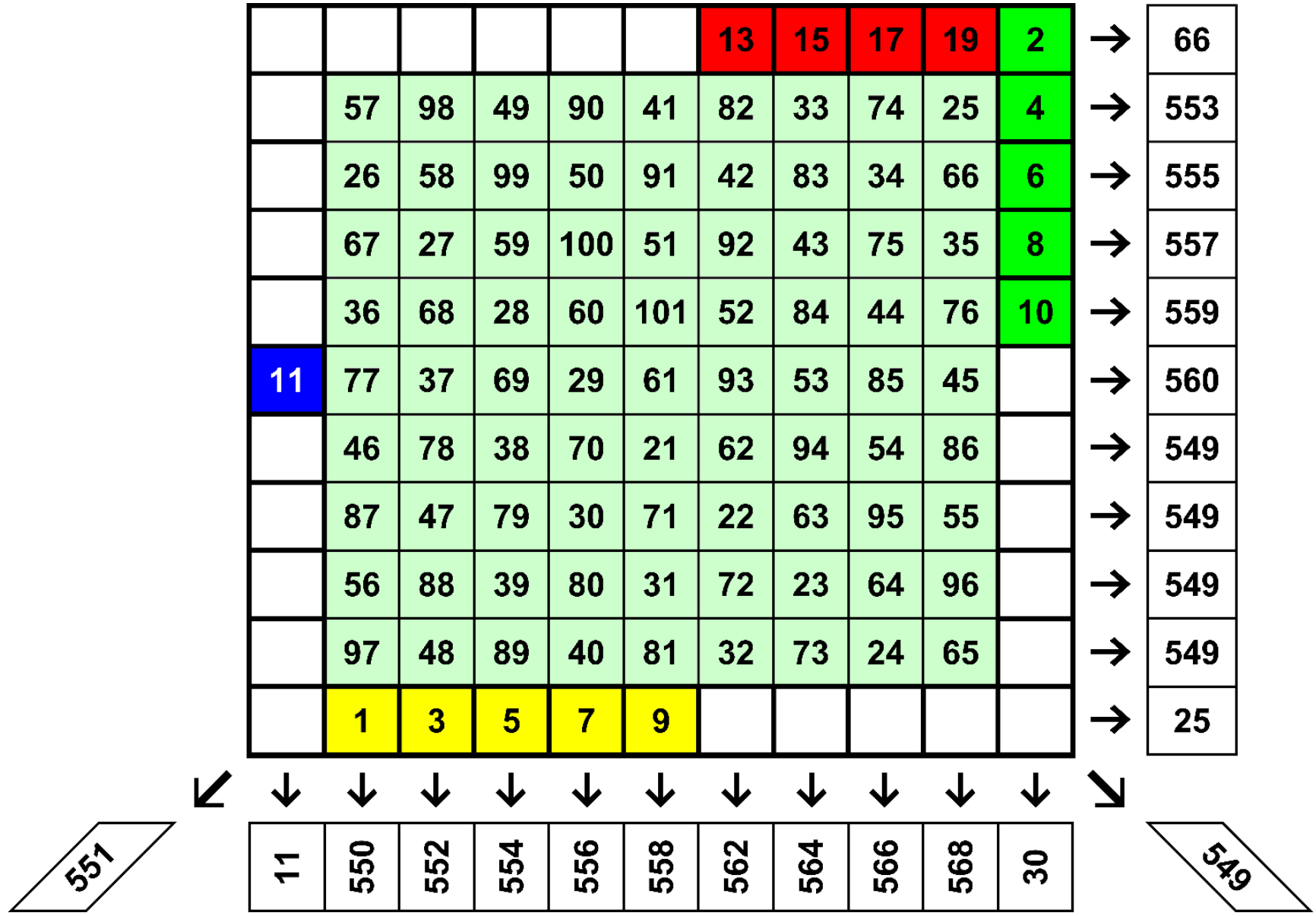
Carrés magiques d'ordre 11



On borde avec des nombres impairs consécutifs

© Aimé Lachal – 2016

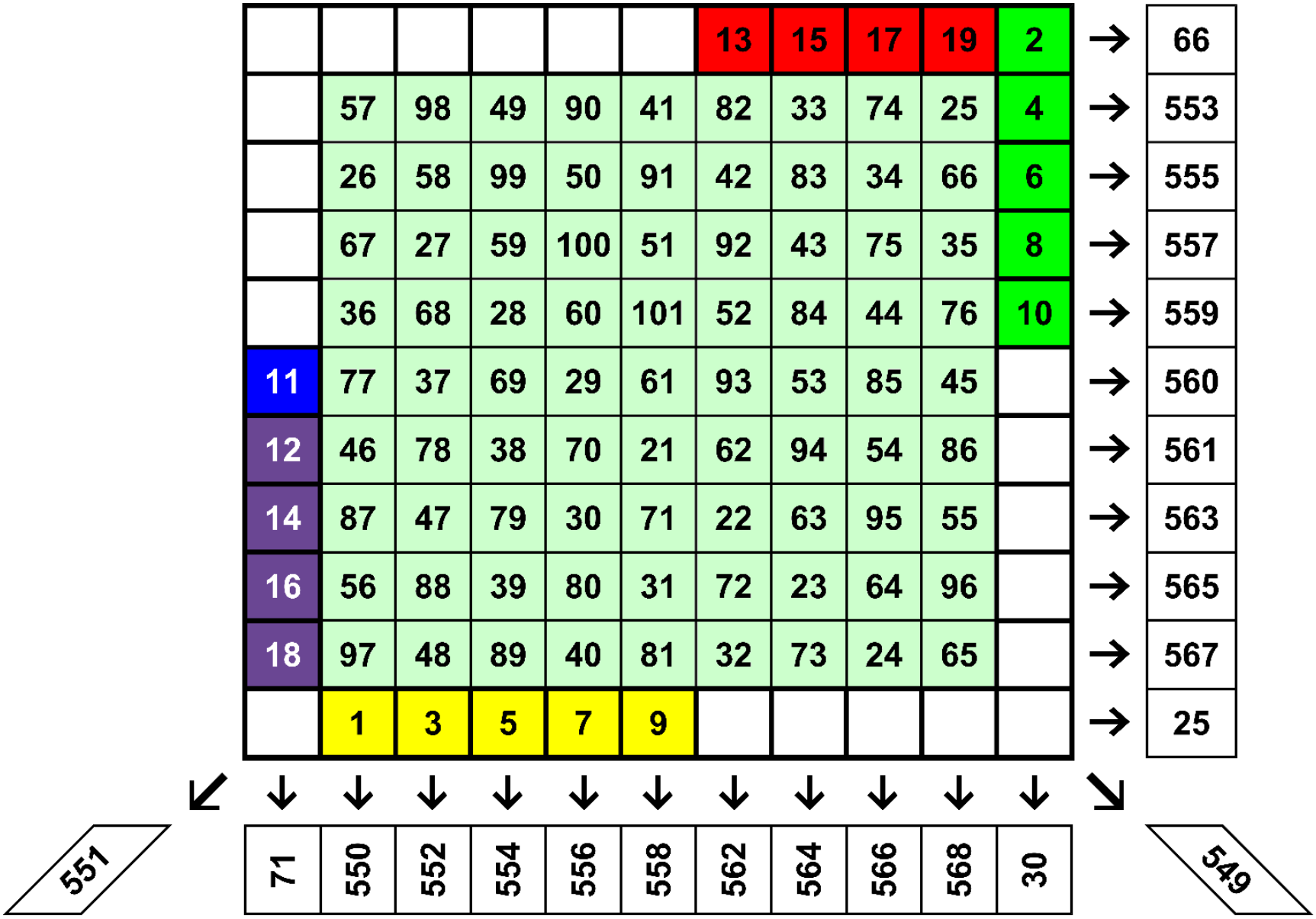
Carrés magiques d'ordre 11



Puis avec des nombres pairs consécutifs

© Aimé Lachal – 2016

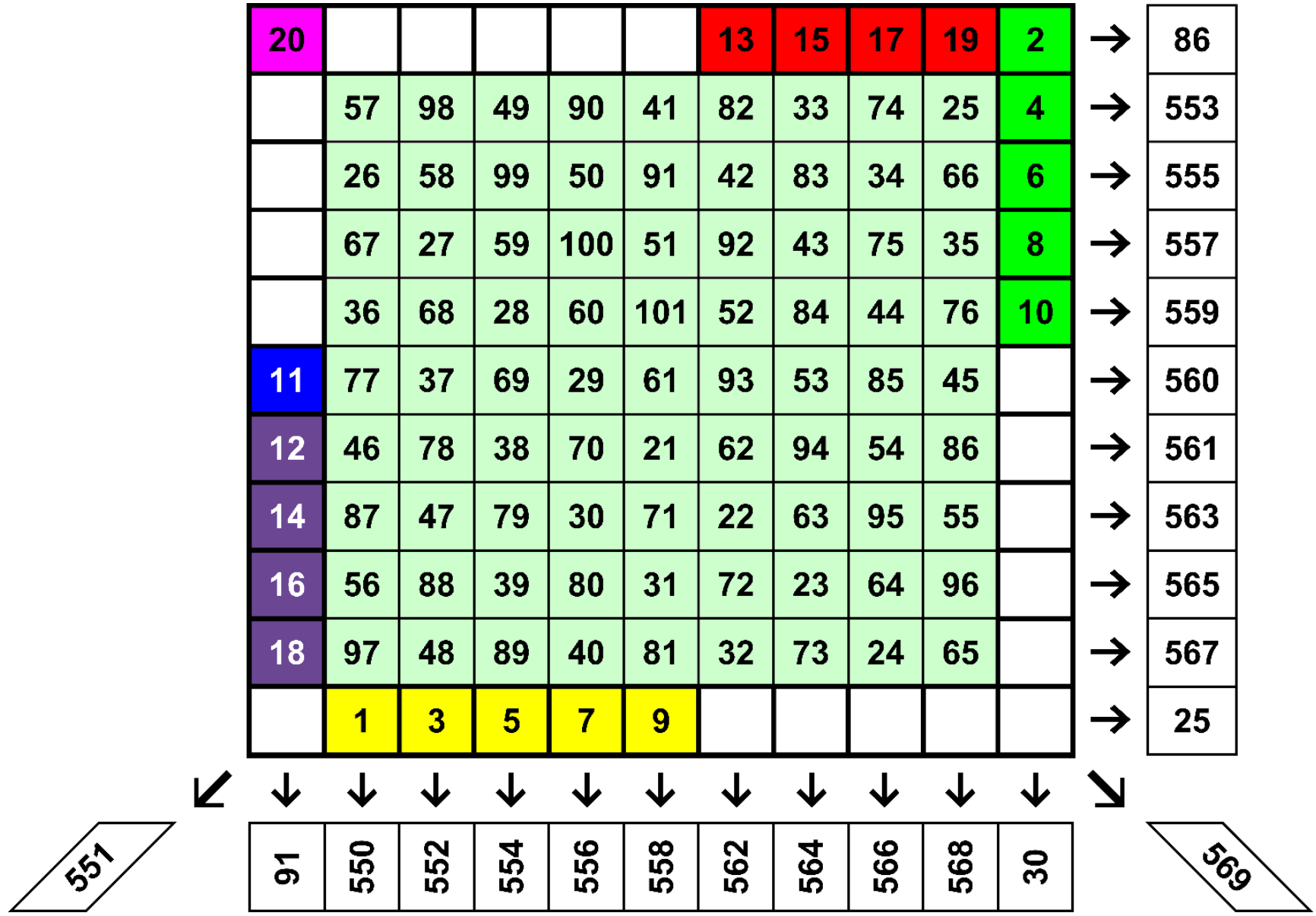
Carrés magiques d'ordre 11



Puis avec des nombres pairs consécutifs

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11



Puis avec des nombres pairs consécutifs

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

20	121	119	117	115	113	13	15	17	19	2	→ 671
118	57	98	49	90	41	82	33	74	25	4	→ 671
116	26	58	99	50	91	42	83	34	66	6	→ 671
114	67	27	59	100	51	92	43	75	35	8	→ 671
112	36	68	28	60	101	52	84	44	76	10	→ 671
11	77	37	69	29	61	93	53	85	45	111	→ 671
12	46	78	38	70	21	62	94	54	86	110	→ 671
14	87	47	79	30	71	22	63	95	55	108	→ 671
16	56	88	39	80	31	72	23	64	96	106	→ 671
18	97	48	89	40	81	32	73	24	65	104	→ 671
120	1	3	5	7	9	109	107	105	103	102	→ 671

↙ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↘

671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671

On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

20	121	119	117	115	113	13	15	17	19	2
118	57	98	49	90	41	82	33	74	25	4
116	26	58	99	50	91	42	83	34	66	6
114	67	27	59	100	51	92	43	75	35	8
112	36	68	28	60	101	52	84	44	76	10
11	77	37	69	29	61	93	53	85	45	111
12	46	78	38	70	21	62	94	54	86	110
14	87	47	79	30	71	22	63	95	55	108
16	56	88	39	80	31	72	23	64	96	106
18	97	48	89	40	81	32	73	24	65	104
120	1	3	5	7	9	109	107	105	103	102

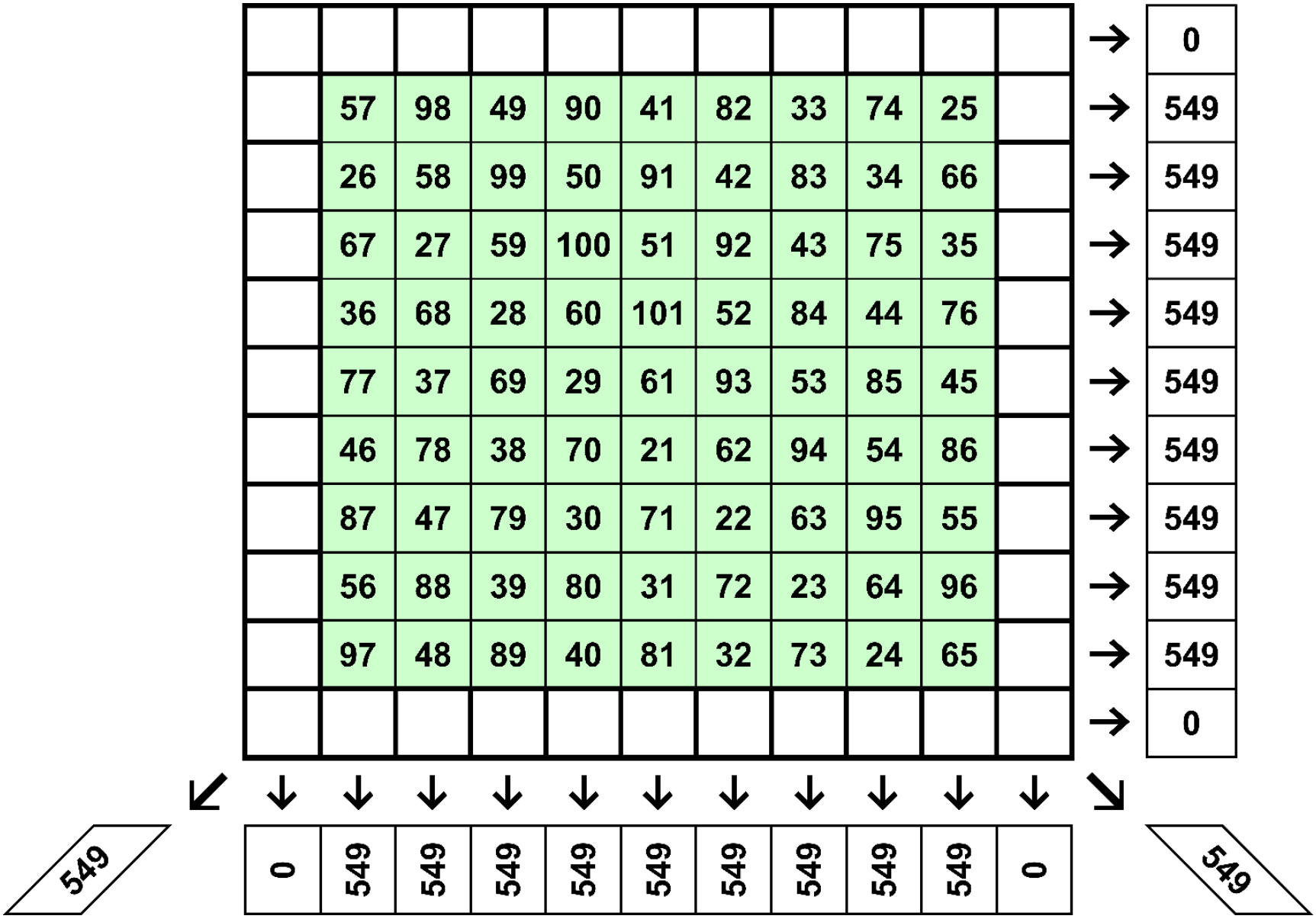
Un carré normal bordé de somme 671

© Aimé Lachal – 2016

Encore une autre façon de remplir la bordure

© Aimé Lachal – 2016

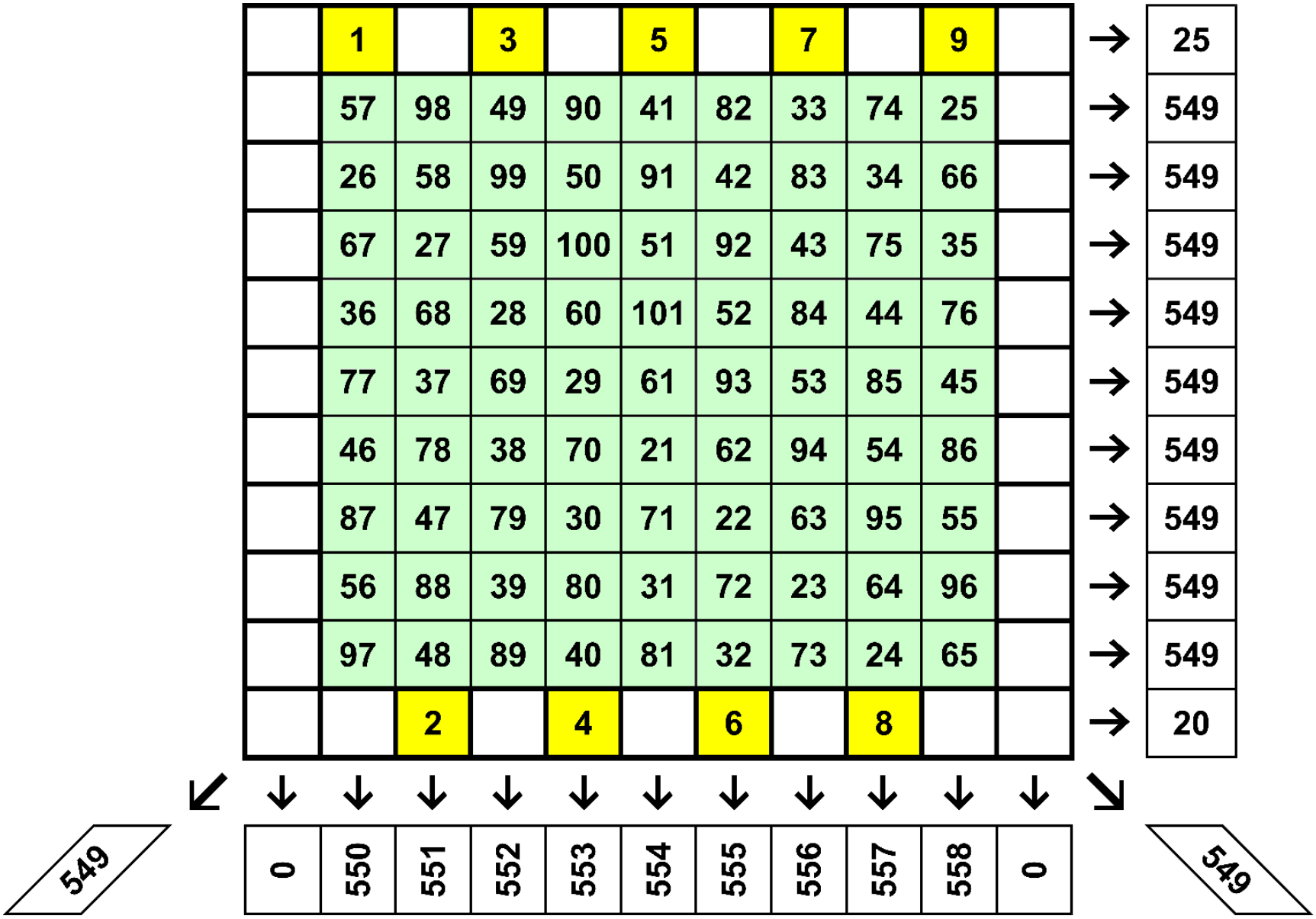
Carrés magiques d'ordre 11



Partant du même carré d'ordre 9 translaté…

© Aimé Lachal – 2016

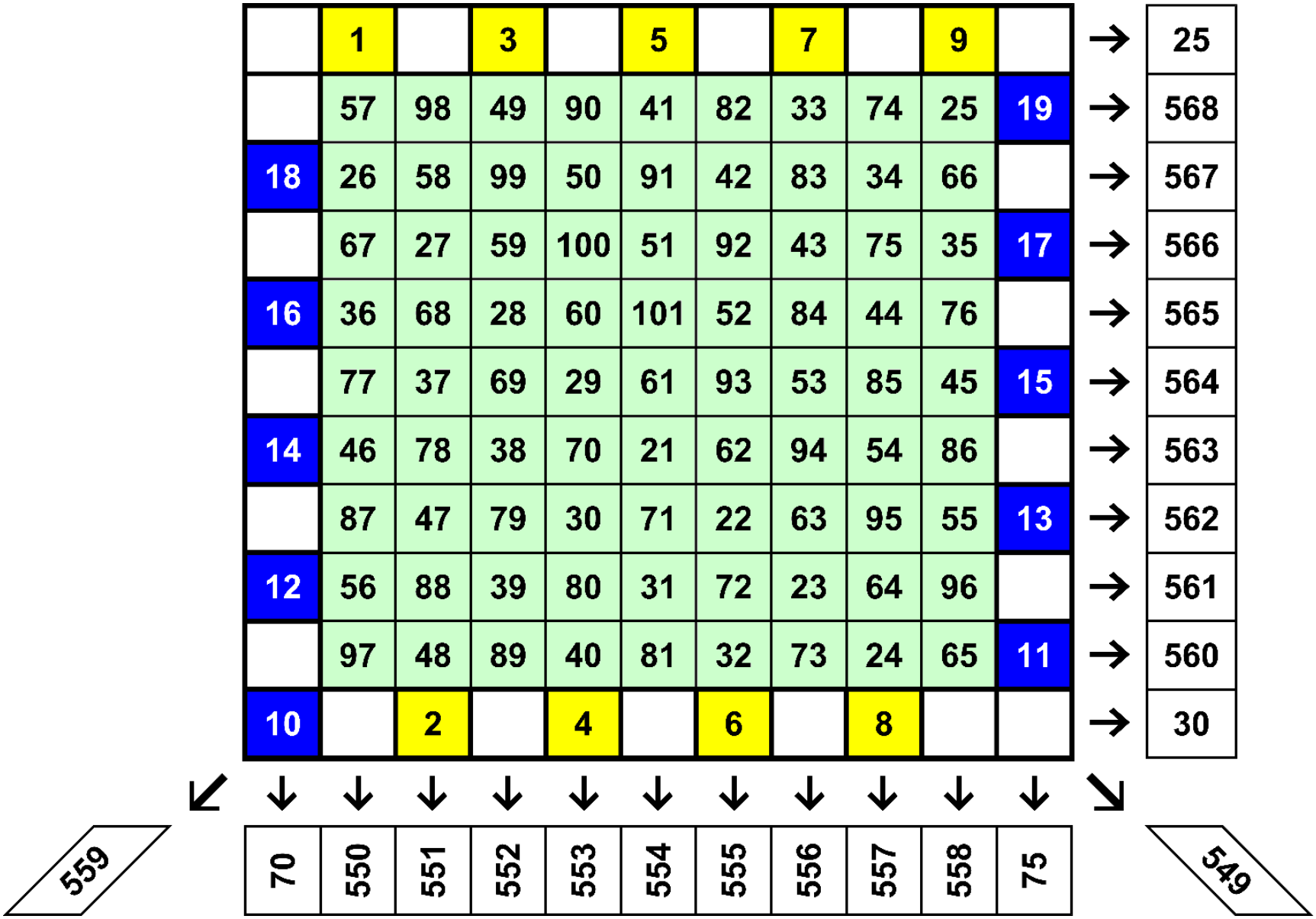
Carrés magiques d'ordre 11



On borde avec des nombres consécutifs en zigzag

© Aimé Lachal – 2016

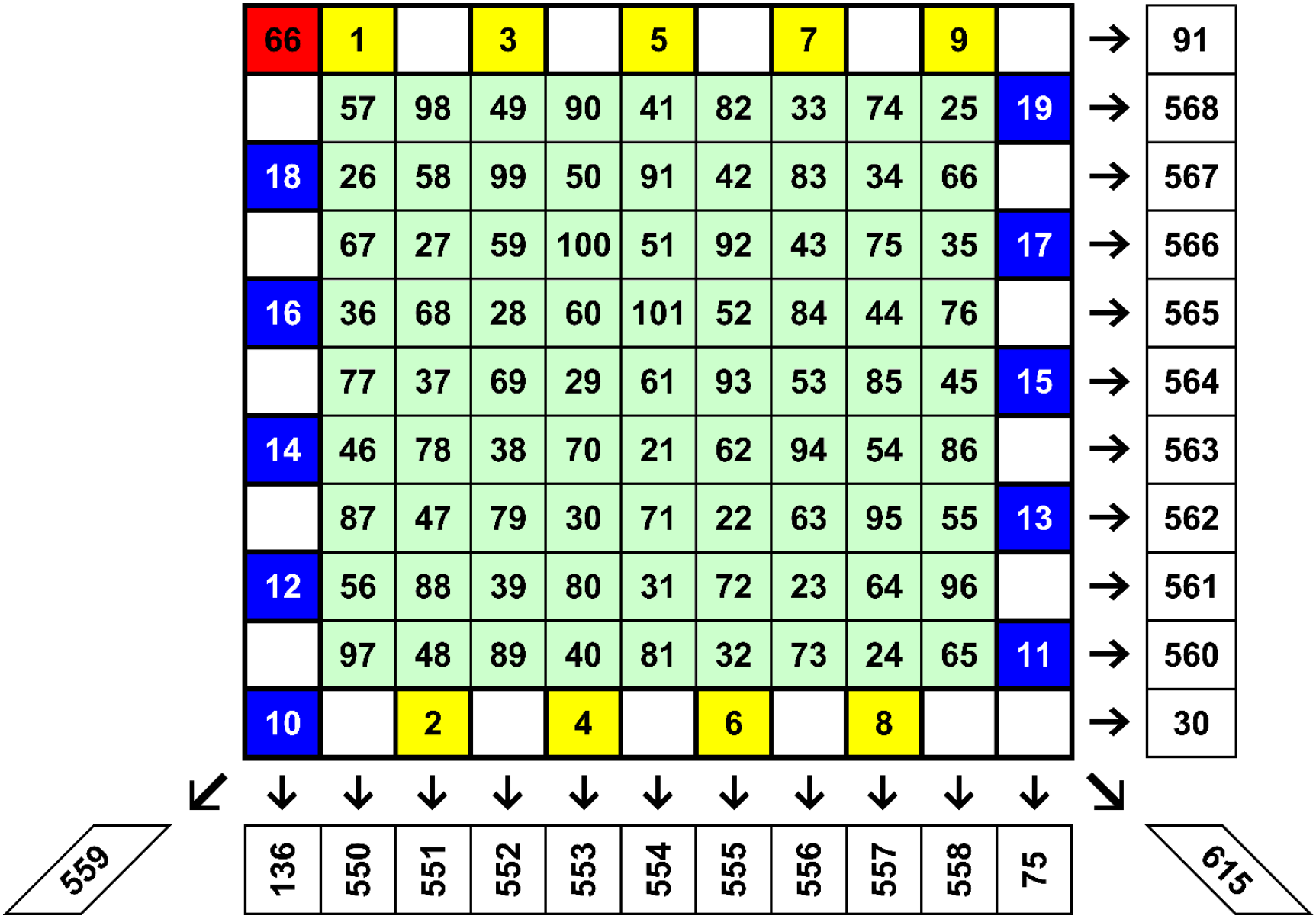
Carrés magiques d'ordre 11



On borde avec des nombres consécutifs en zigzag

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11



On borde avec des nombres consécutifs en zigzag

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

66	1	120	3	118	5	116	7	114	9	112	→ 671
103	57	98	49	90	41	82	33	74	25	19	→ 671
18	26	58	99	50	91	42	83	34	66	104	→ 671
105	67	27	59	100	51	92	43	75	35	17	→ 671
16	36	68	28	60	101	52	84	44	76	106	→ 671
107	77	37	69	29	61	93	53	85	45	15	→ 671
14	46	78	38	70	21	62	94	54	86	108	→ 671
109	87	47	79	30	71	22	63	95	55	13	→ 671
12	56	88	39	80	31	72	23	64	96	110	→ 671
111	97	48	89	40	81	32	73	24	65	11	→ 671
10	121	2	119	4	117	6	115	8	113	56	→ 671

↙ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↘

671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671 | 671

On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

66	1	120	3	118	5	116	7	114	9	112
103	57	98	49	90	41	82	33	74	25	19
18	26	58	99	50	91	42	83	34	66	104
105	67	27	59	100	51	92	43	75	35	17
16	36	68	28	60	101	52	84	44	76	106
107	77	37	69	29	61	93	53	85	45	15
14	46	78	38	70	21	62	94	54	86	108
109	87	47	79	30	71	22	63	95	55	13
12	56	88	39	80	31	72	23	64	96	110
111	97	48	89	40	81	32	73	24	65	11
10	121	2	119	4	117	6	115	8	113	56

Un carré normal bordé de somme 671

© Aimé Lachal – 2016

Quadratus mirabilis…

© Aimé Lachal – 2016

Il existe un moyen de concilier l'exposition de méthodes et la compréhension de leurs principes : c'est celui qui consiste à suivre la voie du développement historique.

Il montre en effet comment les savants des pays islamiques, en s'appuyant sur quelques connaissances mathématiques simples et beaucoup d'intuition, parvinrent à établir les premiers arrangements magiques de nombres.

— Jacques Sesiano, 2004

S'aidant de moins en moins du tâtonnement
et de plus en plus du raisonnement,
ils en déduisirent peu à peu des dispositions
toujours plus ingénieuses et variées.

En ajoutant d'autre part, au fur et à mesure
de leurs découvertes, de nouvelles contraintes,
ils atteignirent certains résultats
d'une insigne subtilité.

— Jacques Sesiano, 2004

Le plus remarquable est la formation
d'une succession de carrés magiques emboîtés
où les nombres apparaissent séparés
selon leur parité, les impairs étant tous enfermés
dans un losange à l'intérieur du carré.

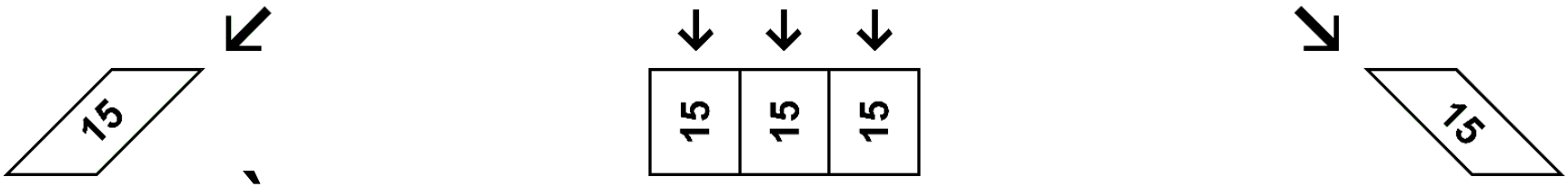
— Jacques Sesiano, 2004

Nous avons appelé cette figure,
dépourvue de dénomination ancienne ou moderne,
quadratus mirabilis *; en la considérant,*
nous fûmes en effet saisi d'un émerveillement
sans doute comparable à celui que dut éprouver
voici plus de trois cents ans notre compatriote
Jakob Bernoulli en contemplant les propriétés de sa
spira mirabilis, l'actuelle spirale logarithmique.

— Jacques Sesiano, 2004

Carrés magiques d'ordre 11



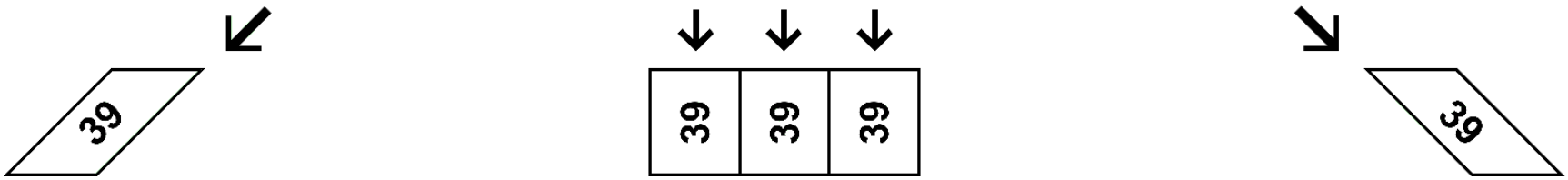


À partir du carré Lo Shu…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

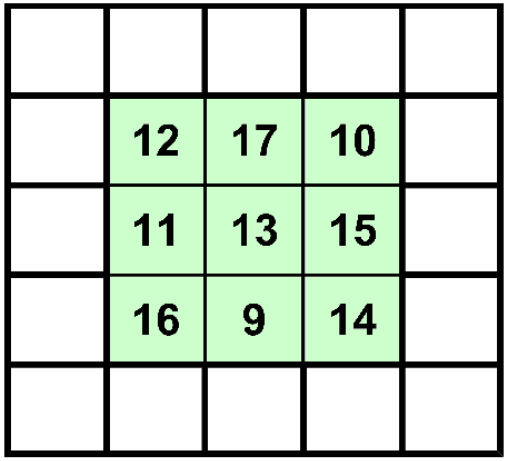


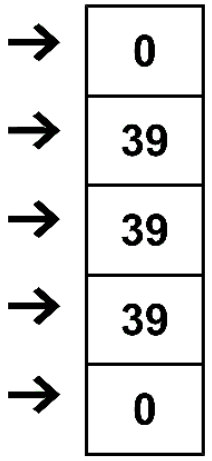


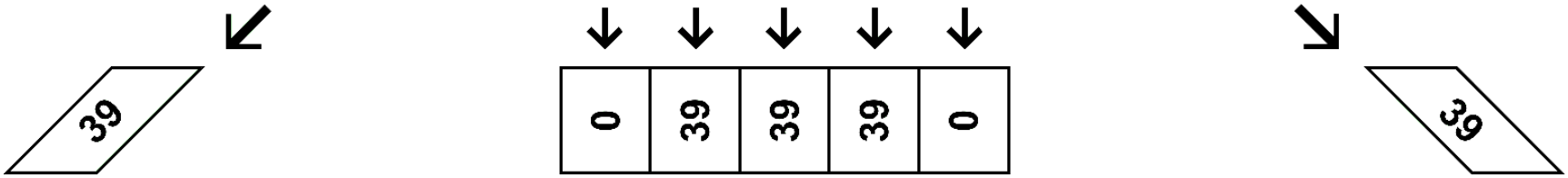
Que l'on translate de 8 (=2x3+2)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11







Puis l'on borde

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

7		5	8	
6	12	17	10	
	11	13	15	1
	16	9	14	2
3	4			

→	20
→	45
→	40
→	41
→	7

↙ 42	↓	↓	↓	↓	↓ ↘ 46
	16	43	44	47	3

On borde avec les nombres de 1 à 5

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

7	22	5	8	23
6	12	17	10	20
25	11	13	15	1
24	16	9	14	2
3	4	21	18	19

→ 65
→ 65
→ 65
→ 65
→ 65

↙ 65

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

65	65	65	65	65

↘ 65

Puis leurs complémentaires de 18 à 25

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

7	22	5	8	23
6	12	17	10	20
25	11	13	15	1
24	16	9	14	2
3	4	21	18	19

→	65
→	65
→	65
→	65
→	65

↙	↓	↓	↓	↓	↓	↘
65	65	65	65	65	65	65

Un carré magique d'ordre 5 à bordures

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

49	79	45	51	81
47	59	69	55	75
85	57	61	65	37
83	67	53	63	39
41	43	77	71	73

→ 305
→ 305
→ 305
→ 305
→ 305

↙ 305

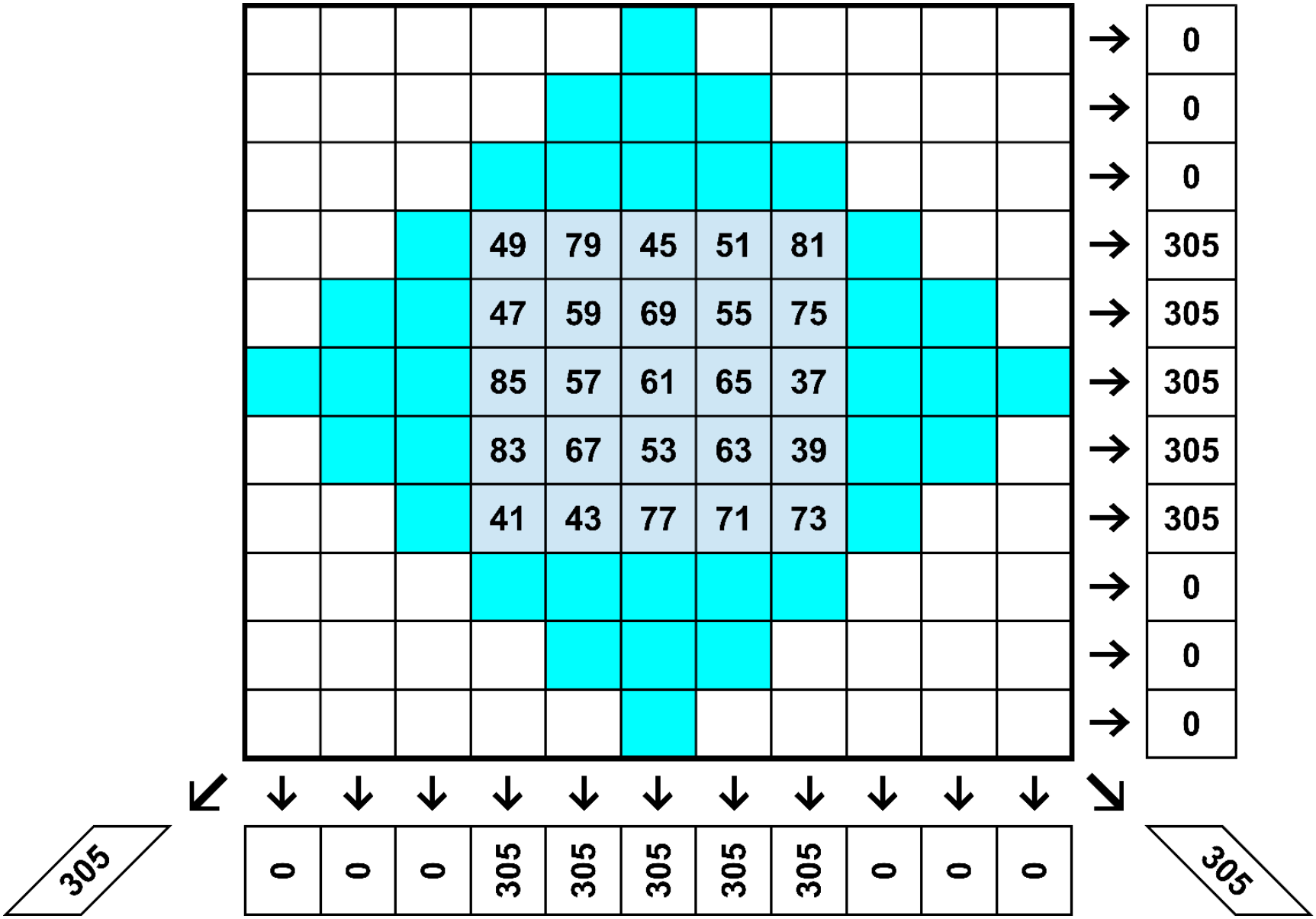
↓ 305 ↓ 305 ↓ 305 ↓ 305 ↓ 305

↘ 305

Que l'on multiplie par 2 et translate de 35

© Aimé Lachal – 2016

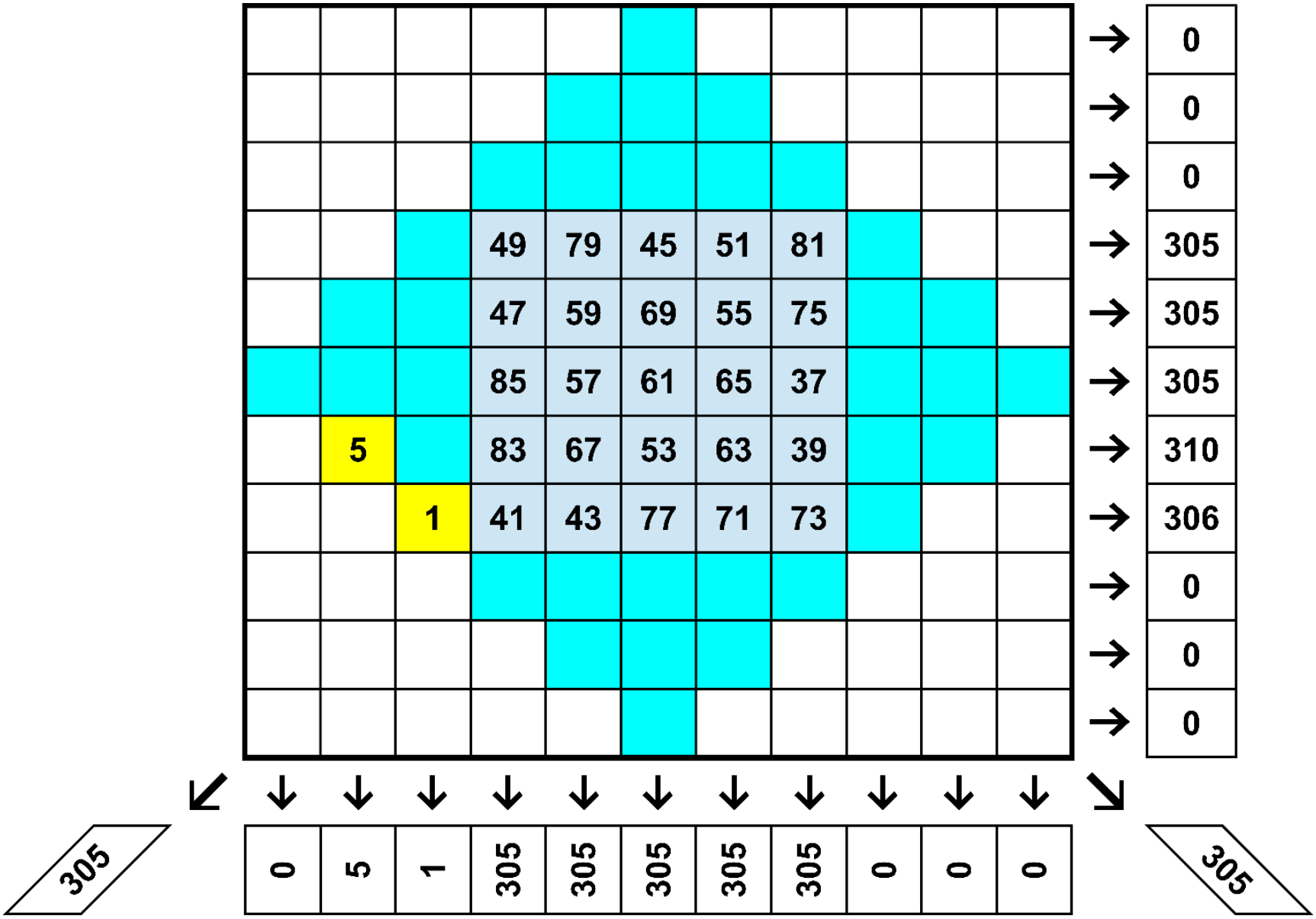
Carrés magiques d'ordre 11



On trace le damier délimitant le carré intérieur

© Aimé Lachal – 2016

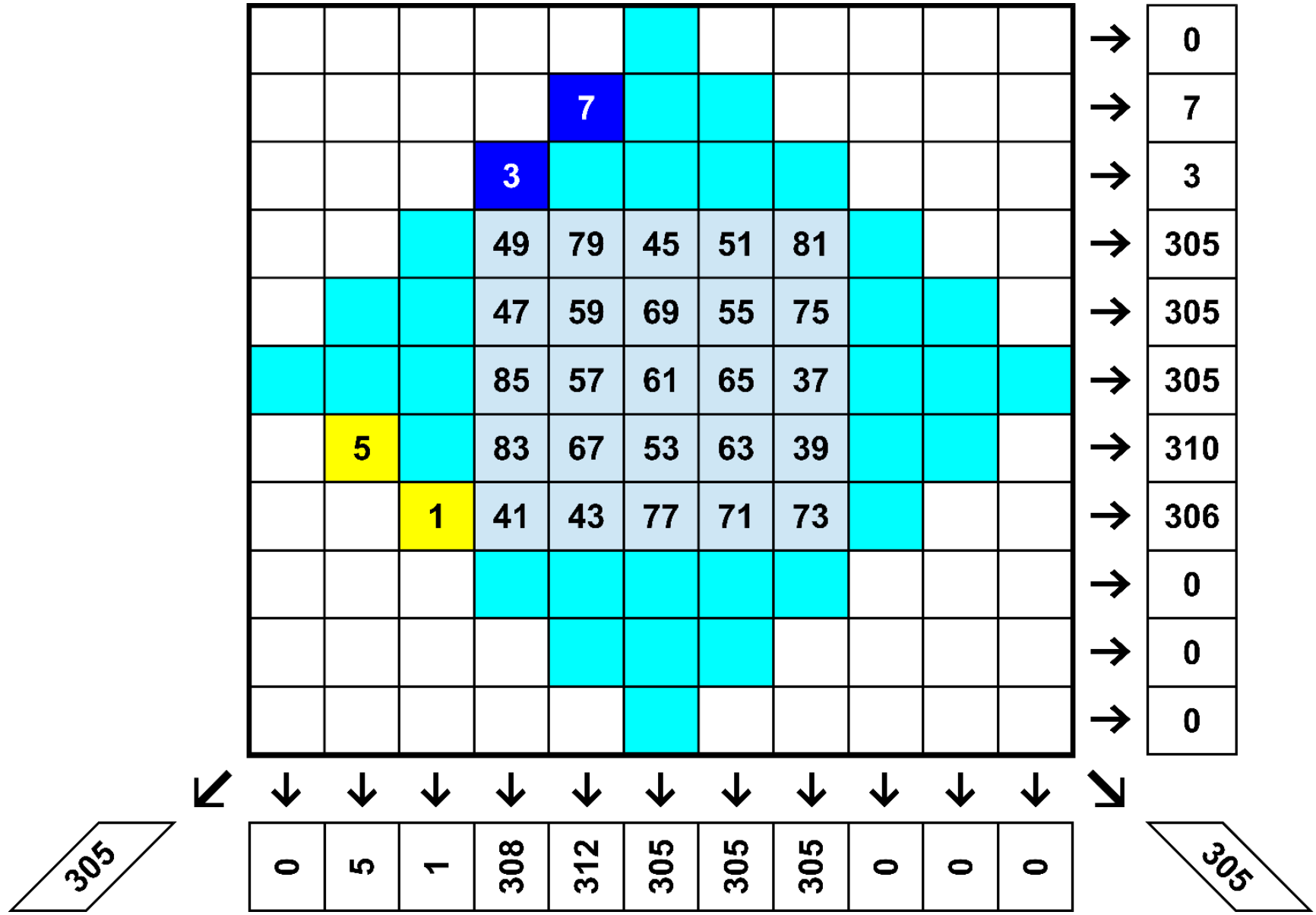
Carrés magiques d'ordre 11



On remplit les côtés latéraux du damier…

© Aimé Lachal – 2016

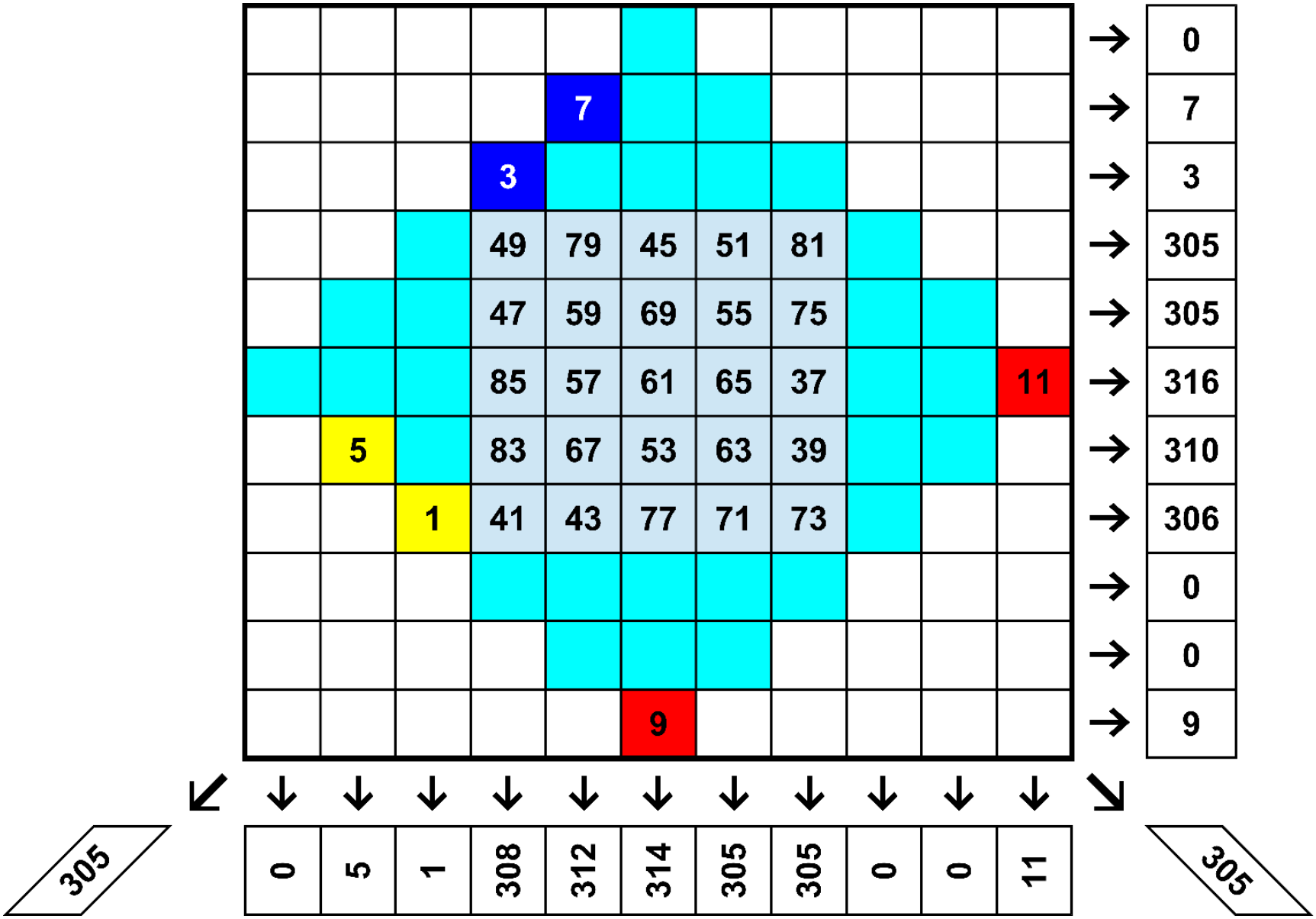
Carrés magiques d'ordre 11



…avec les premiers nombres impairs de 4 en 4

© Aimé Lachal – 2016

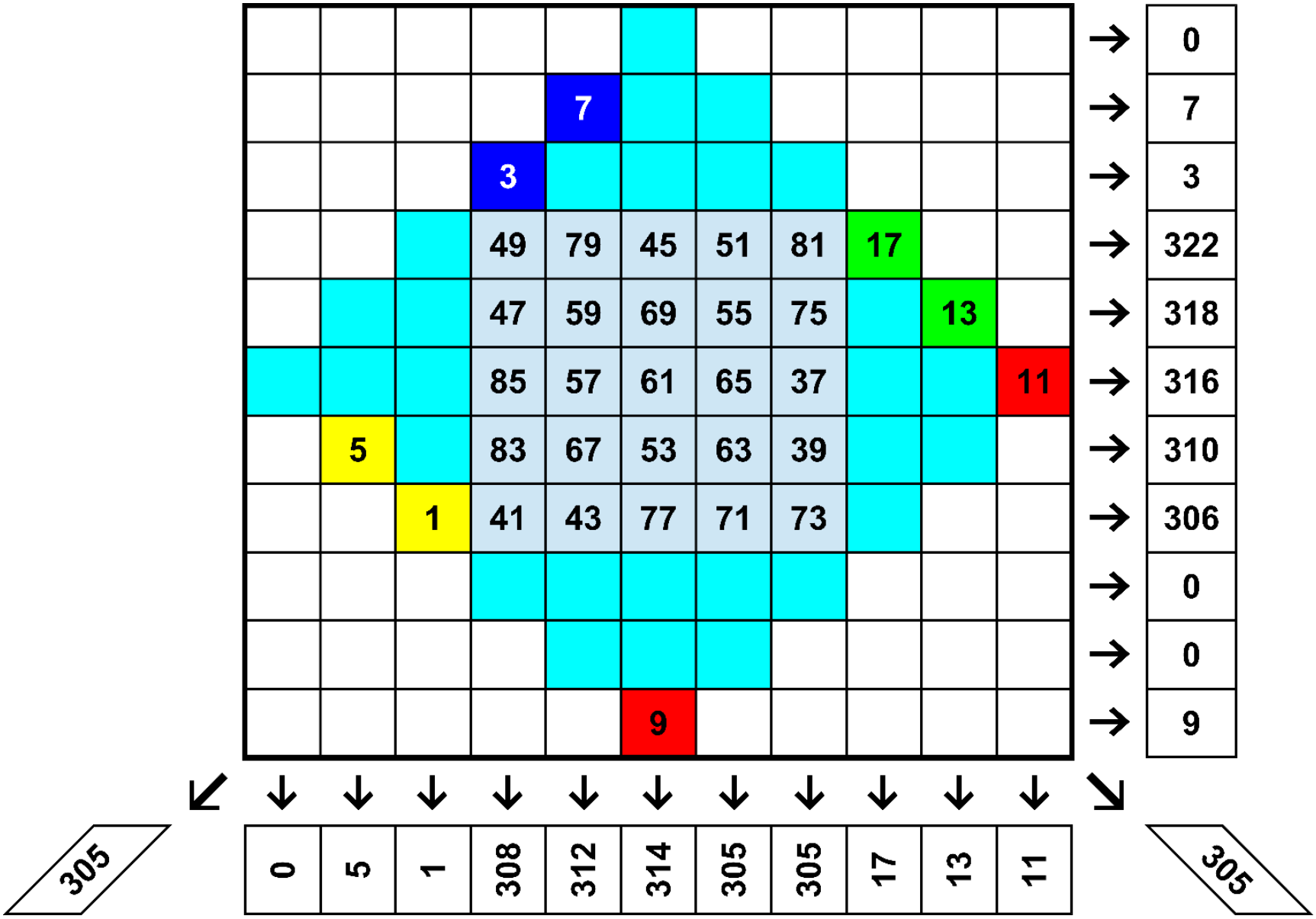
Carrés magiques d'ordre 11



On place les deux nombres impairs suivants

© Aimé Lachal – 2016

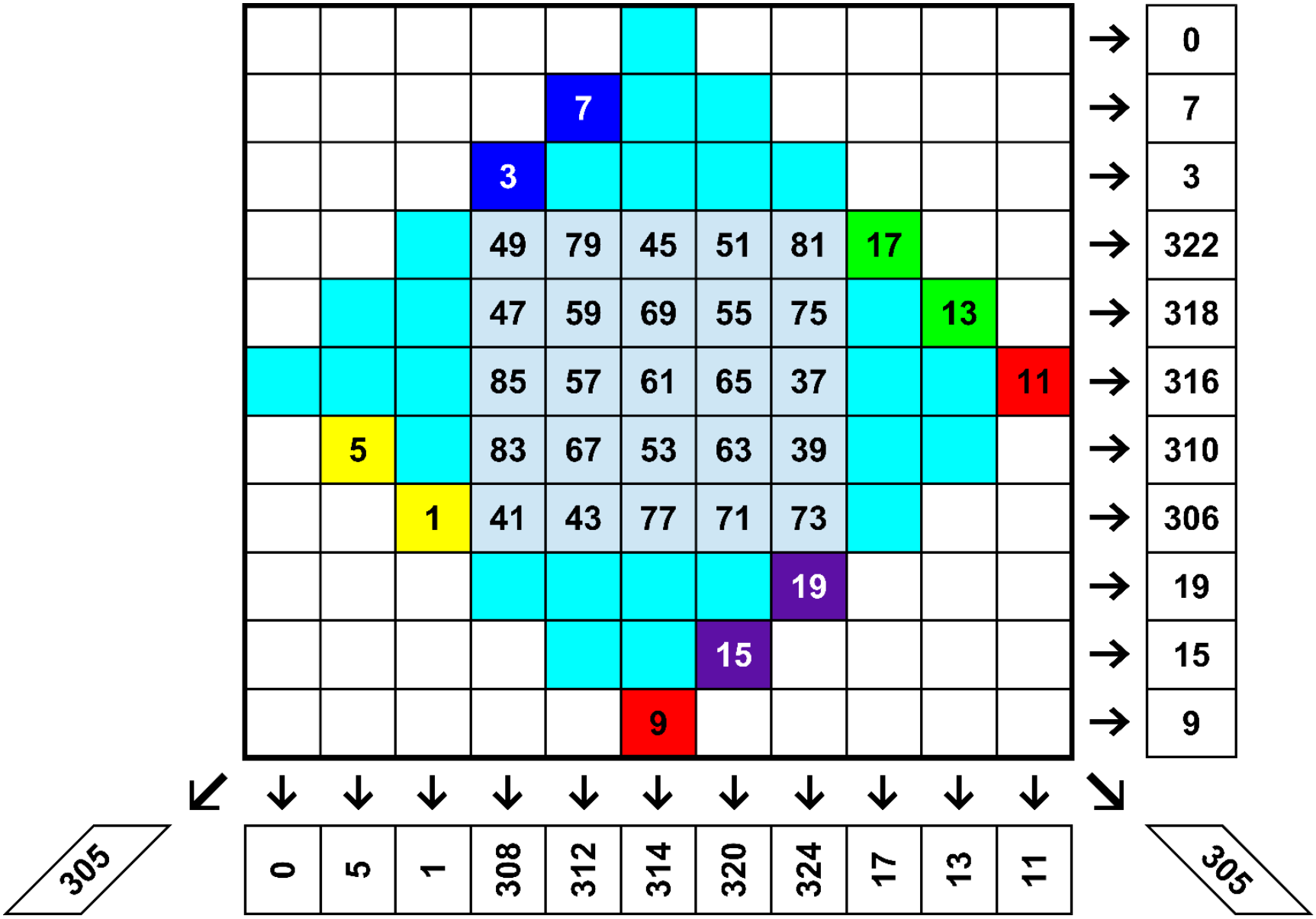
Carrés magiques d'ordre 11



On poursuit le remplissage des côtés latéraux

© Aimé Lachal – 2016

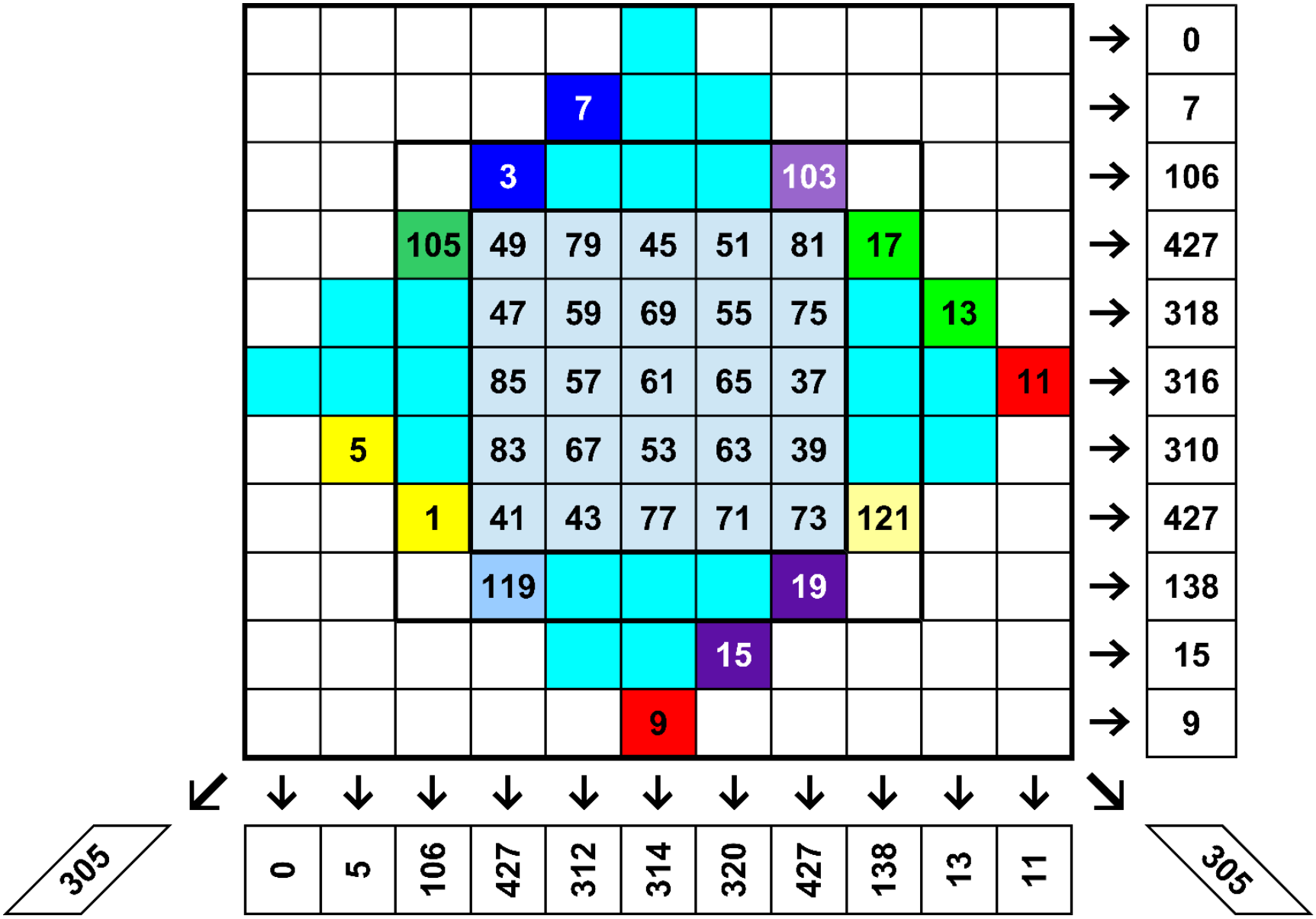
Carrés magiques d'ordre 11



On poursuit le remplissage des côtés latéraux

© Aimé Lachal – 2016

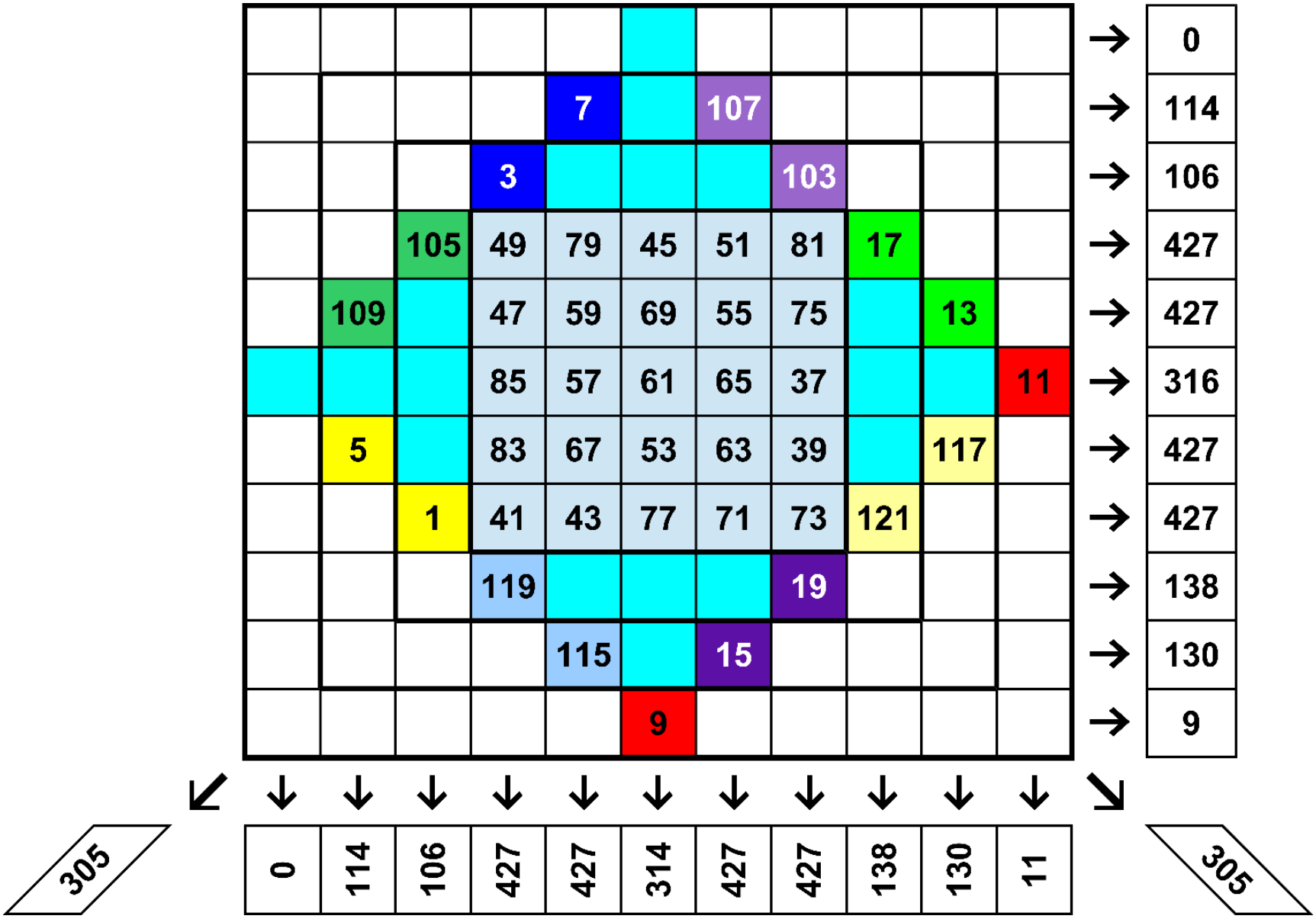
Carrés magiques d'ordre 11



On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

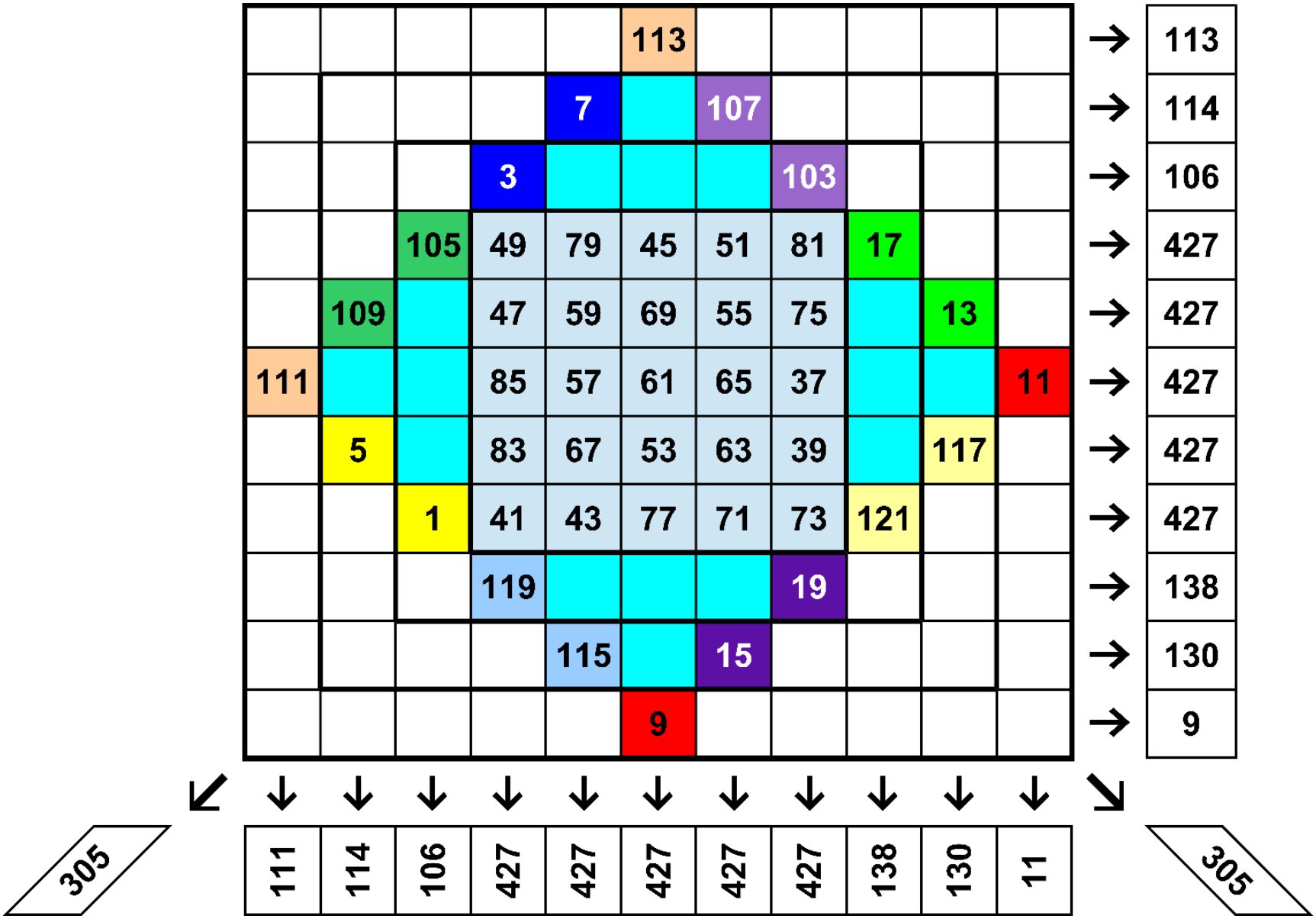
Carrés magiques d'ordre 11



On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

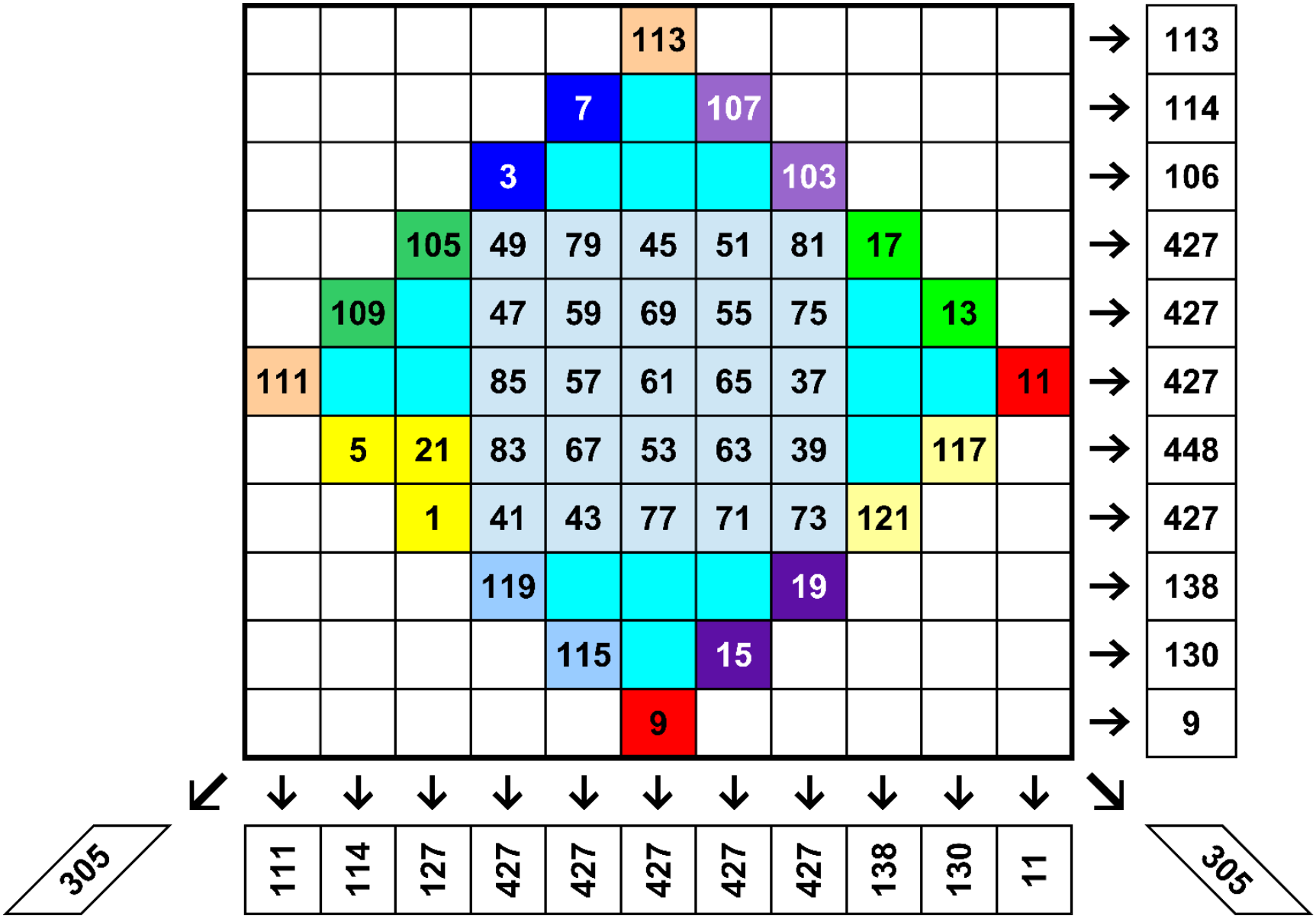
Carrés magiques d'ordre 11



On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

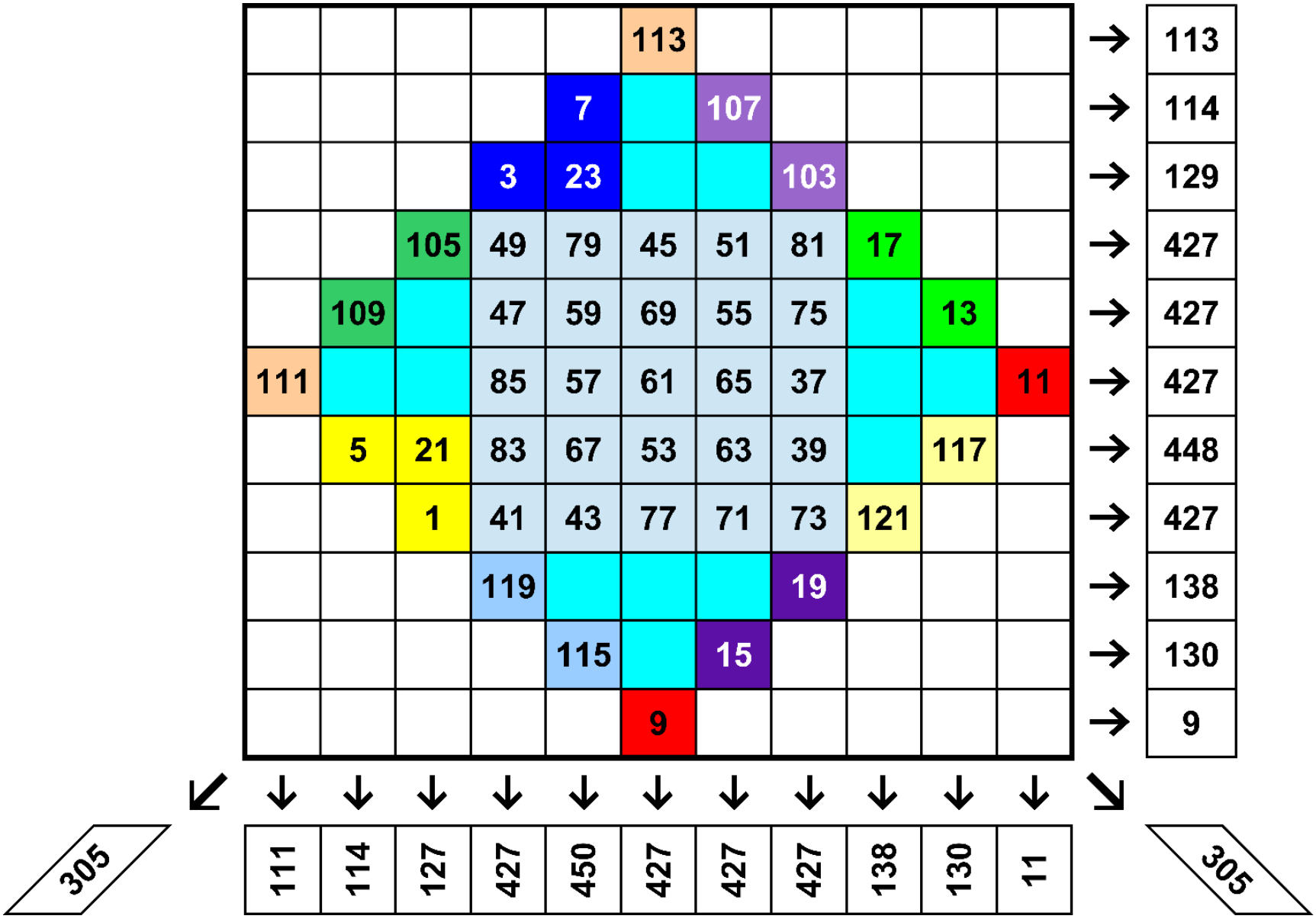
Carrés magiques d'ordre 11



On poursuit le remplissage du losange…

© Aimé Lachal – 2016

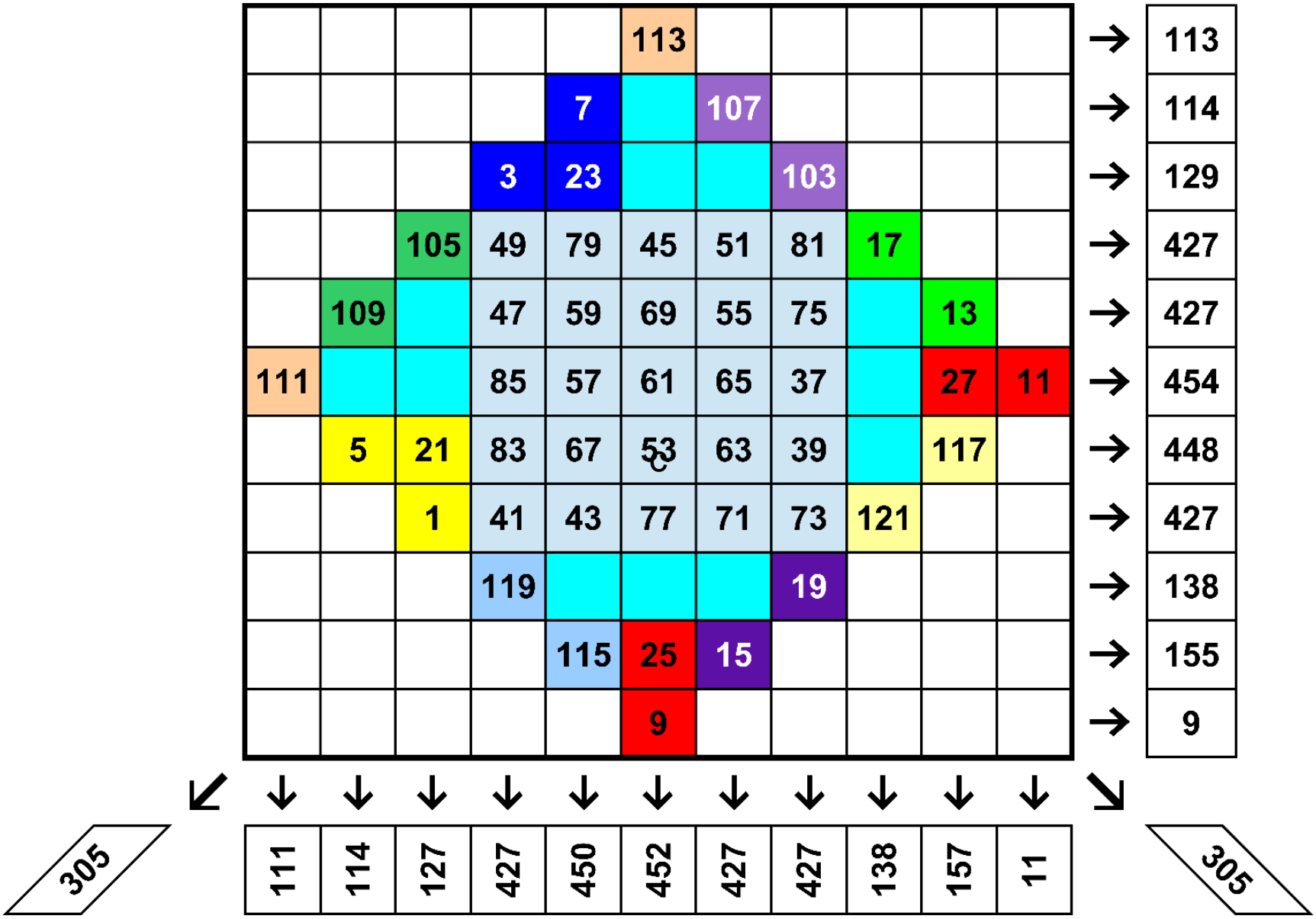
Carrés magiques d'ordre 11



On poursuit le remplissage du losange…

© Aimé Lachal – 2016

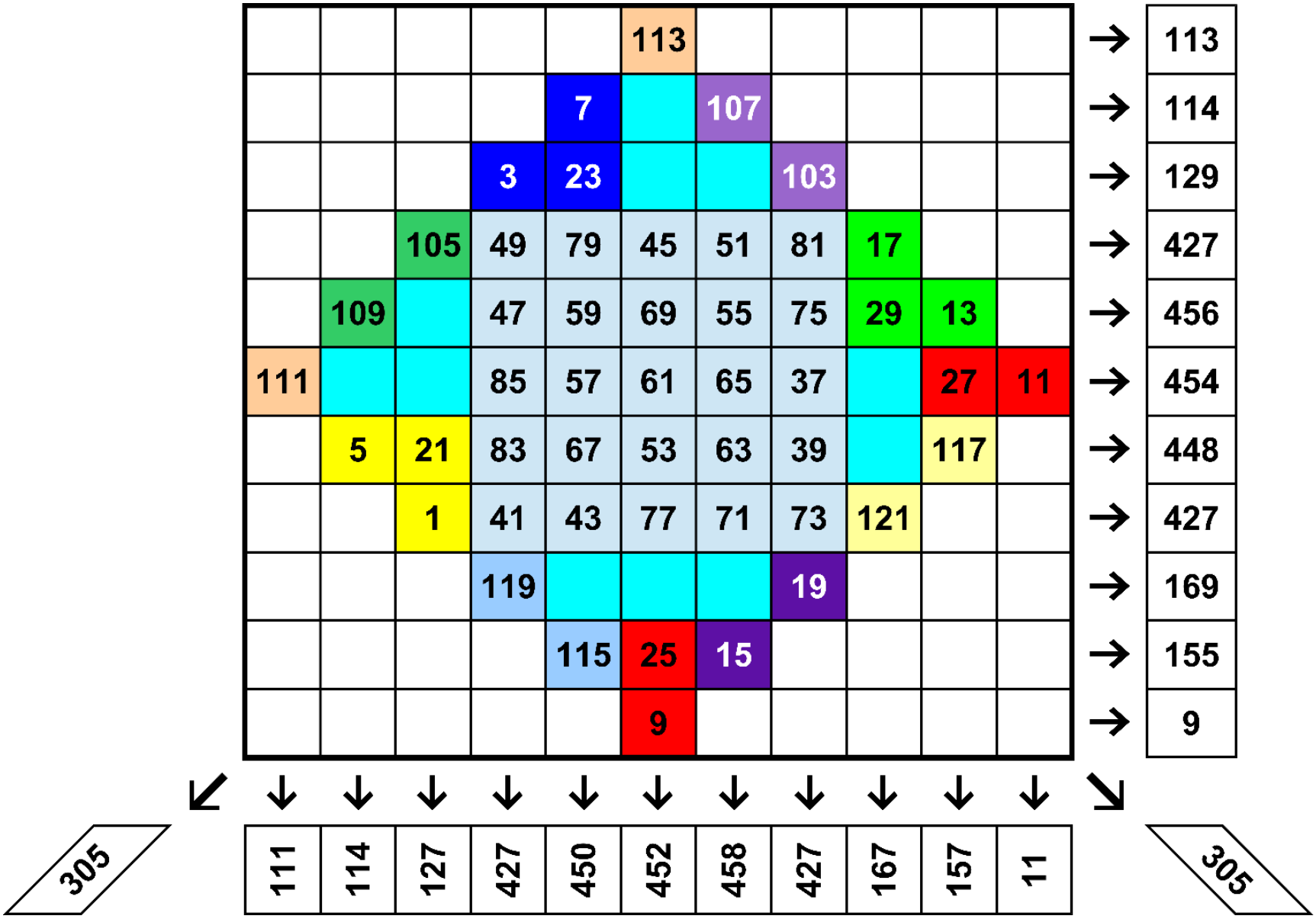
Carrés magiques d'ordre 11



On poursuit le remplissage du losange…

© Aimé Lachal – 2016

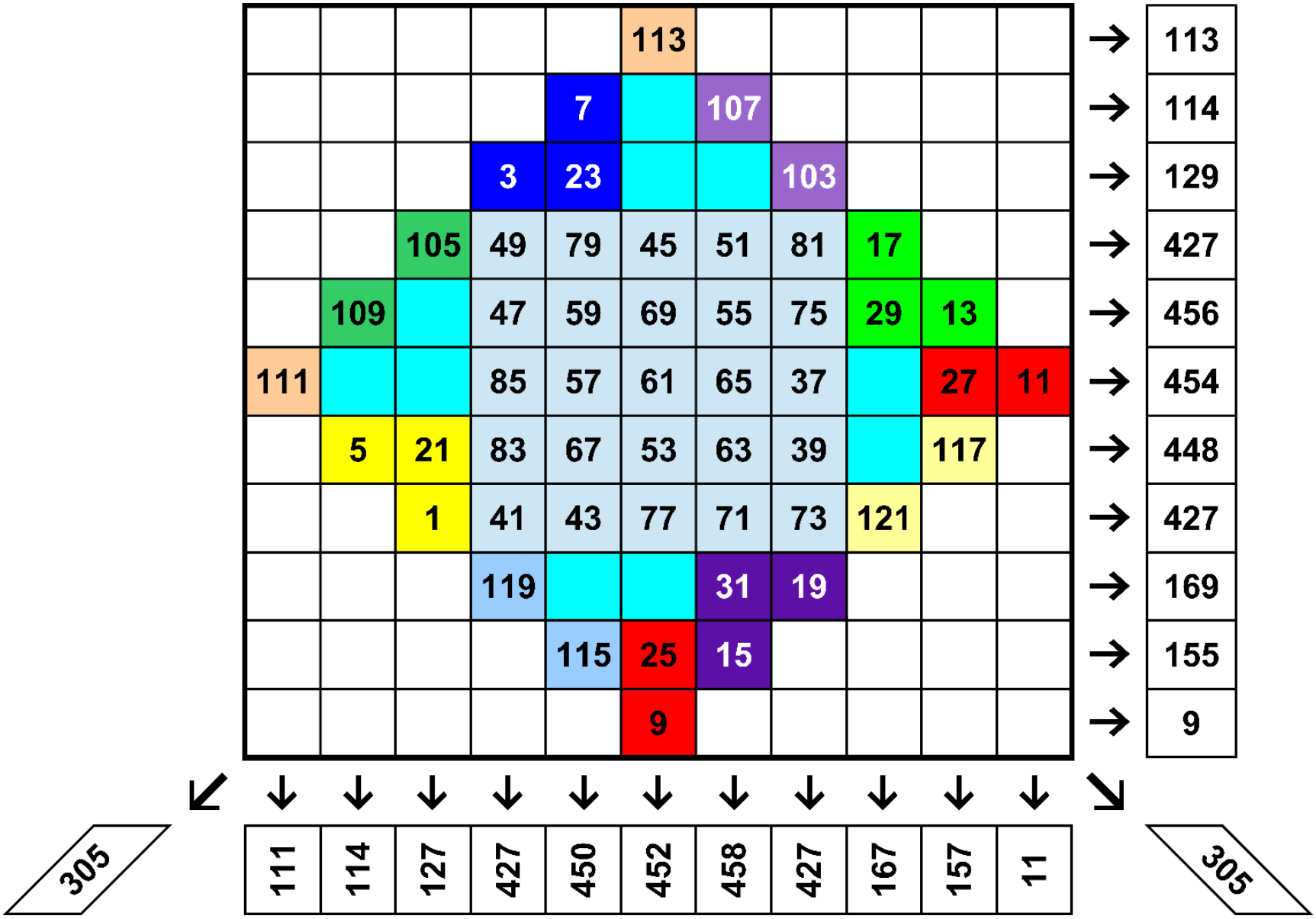
Carrés magiques d'ordre 11



On poursuit le remplissage du losange…

© Aimé Lachal – 2016

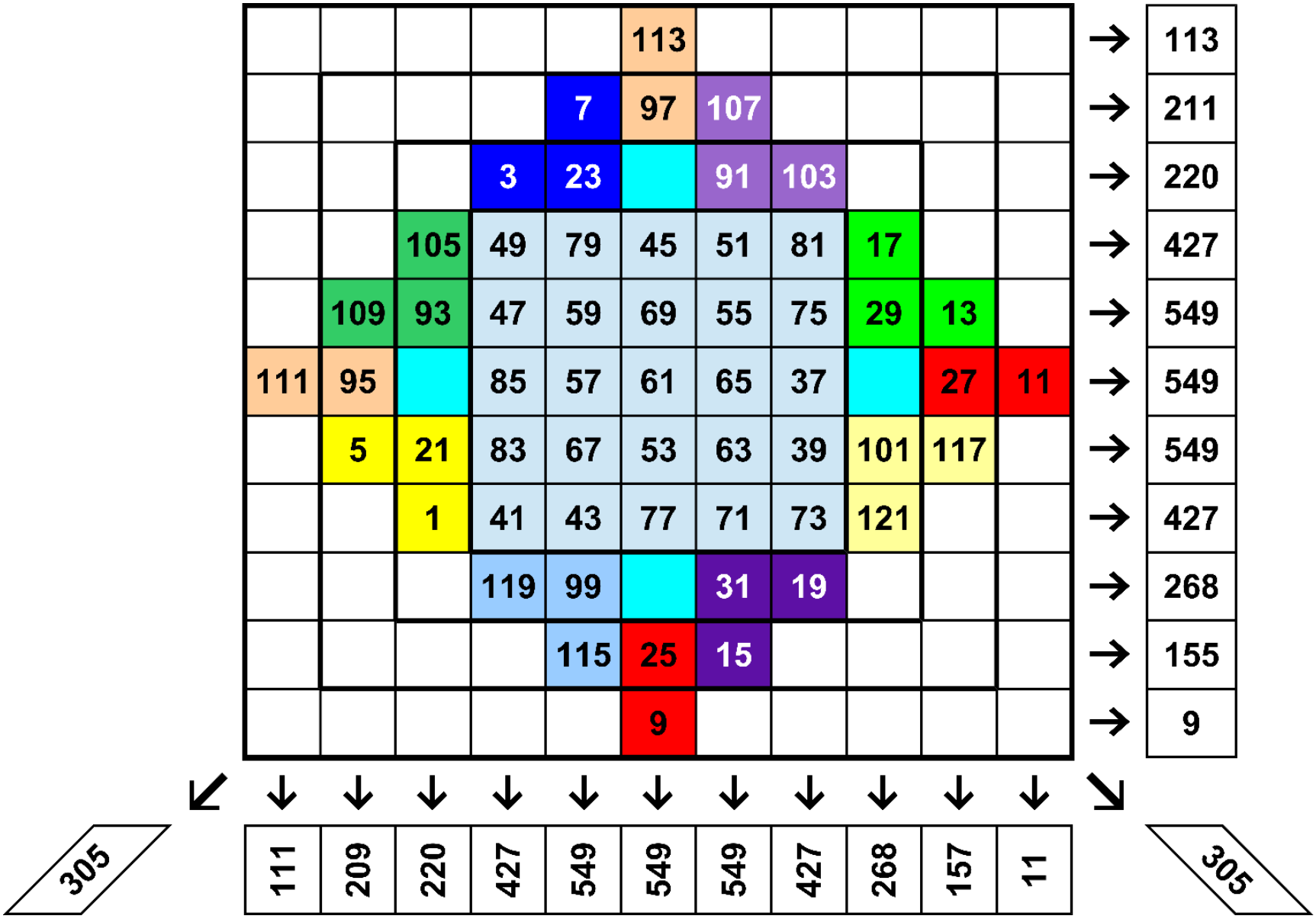
Carrés magiques d'ordre 11



On poursuit le remplissage du losange…

© Aimé Lachal – 2016

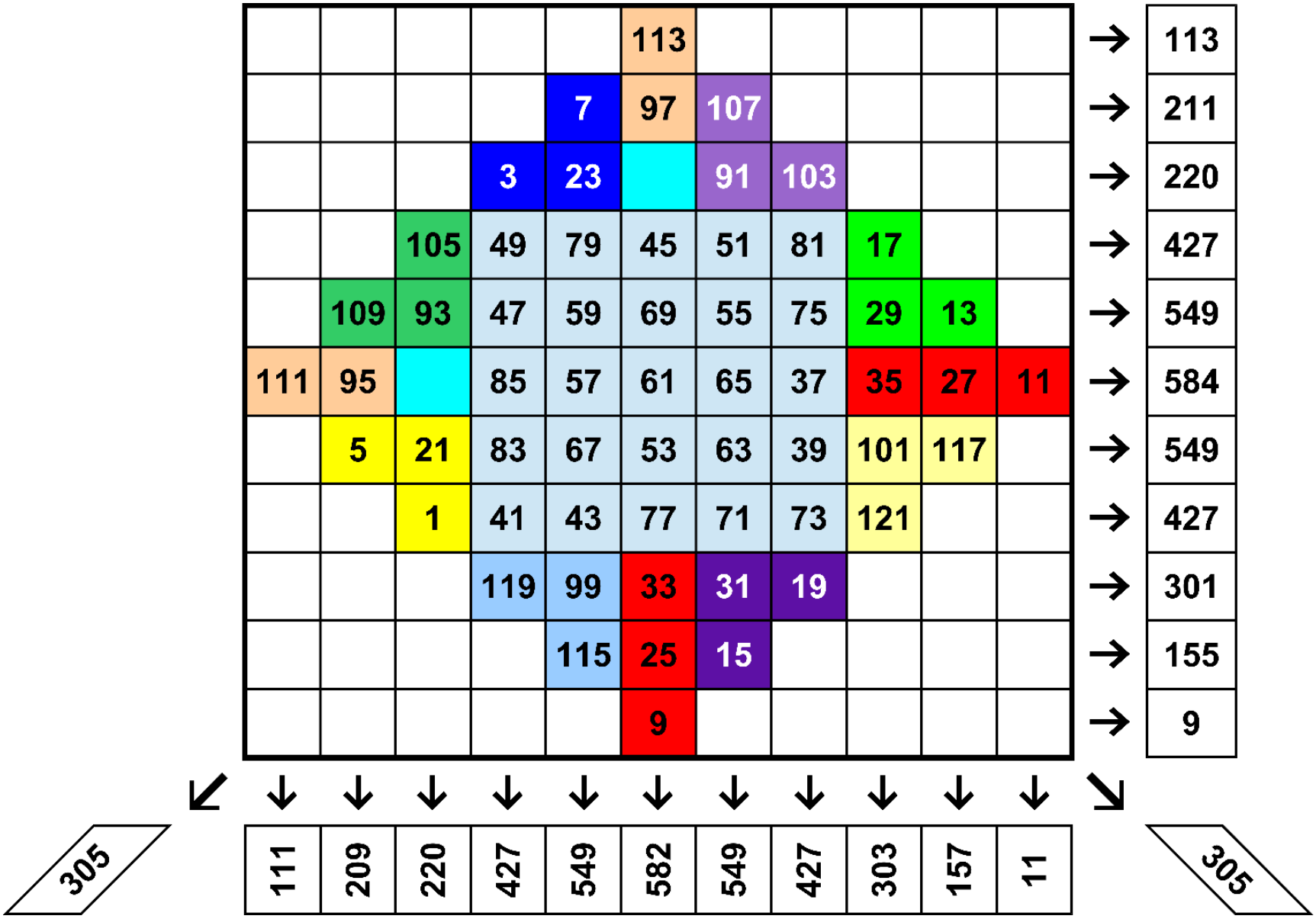
Carrés magiques d'ordre 11



On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

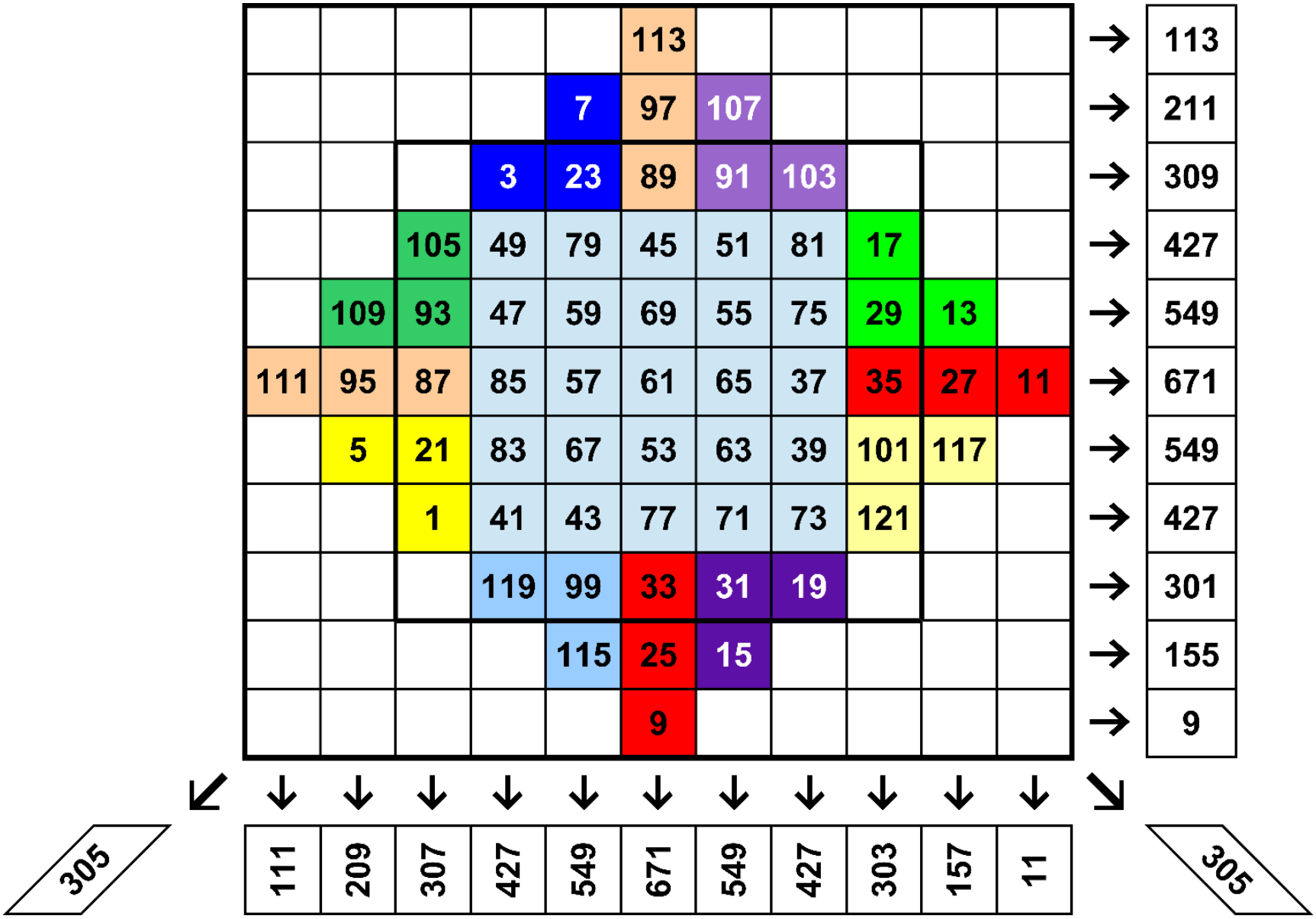
Carrés magiques d'ordre 11



On poursuit le remplissage du losange…

© Aimé Lachal – 2016

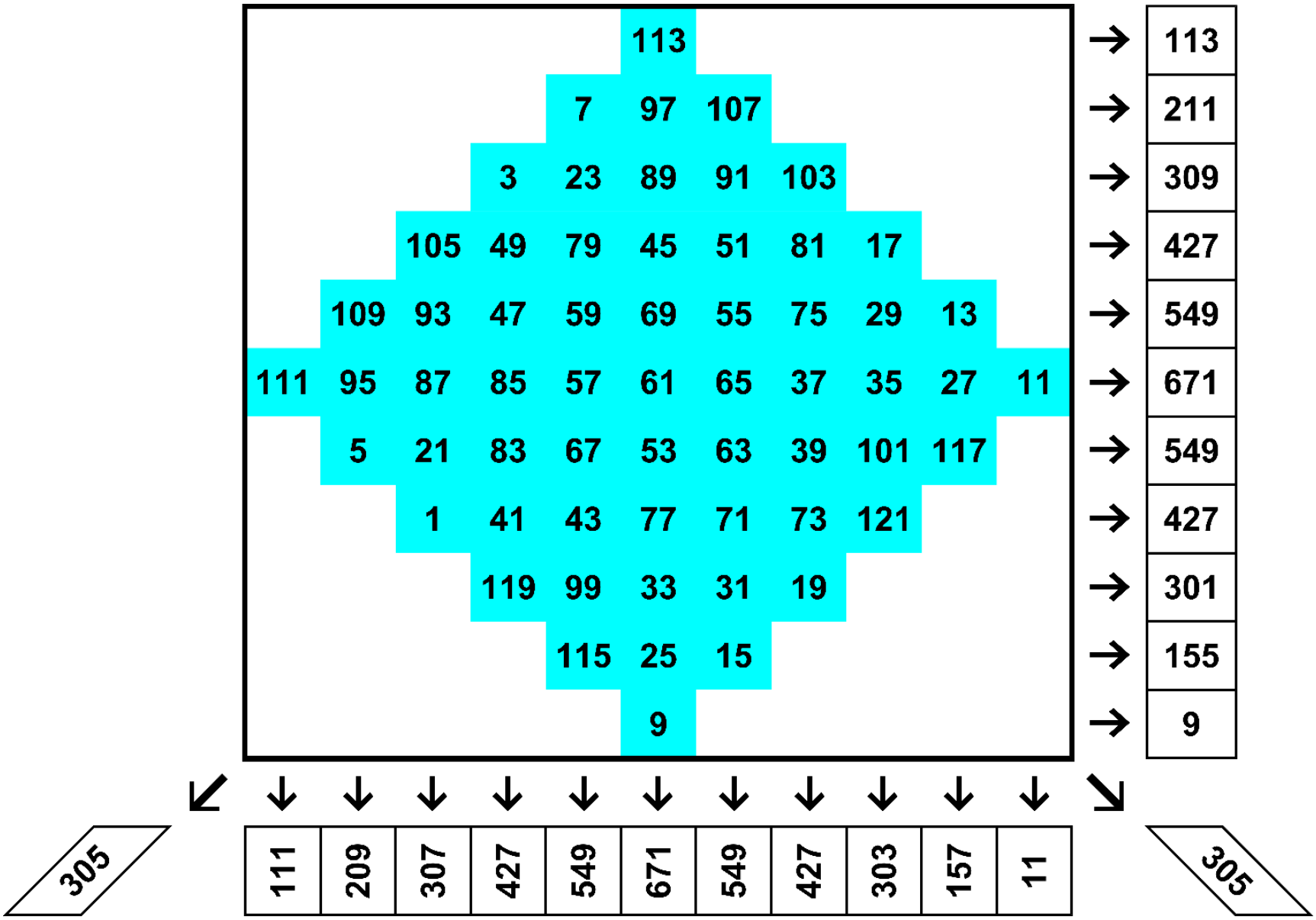
Carrés magiques d'ordre 11



On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

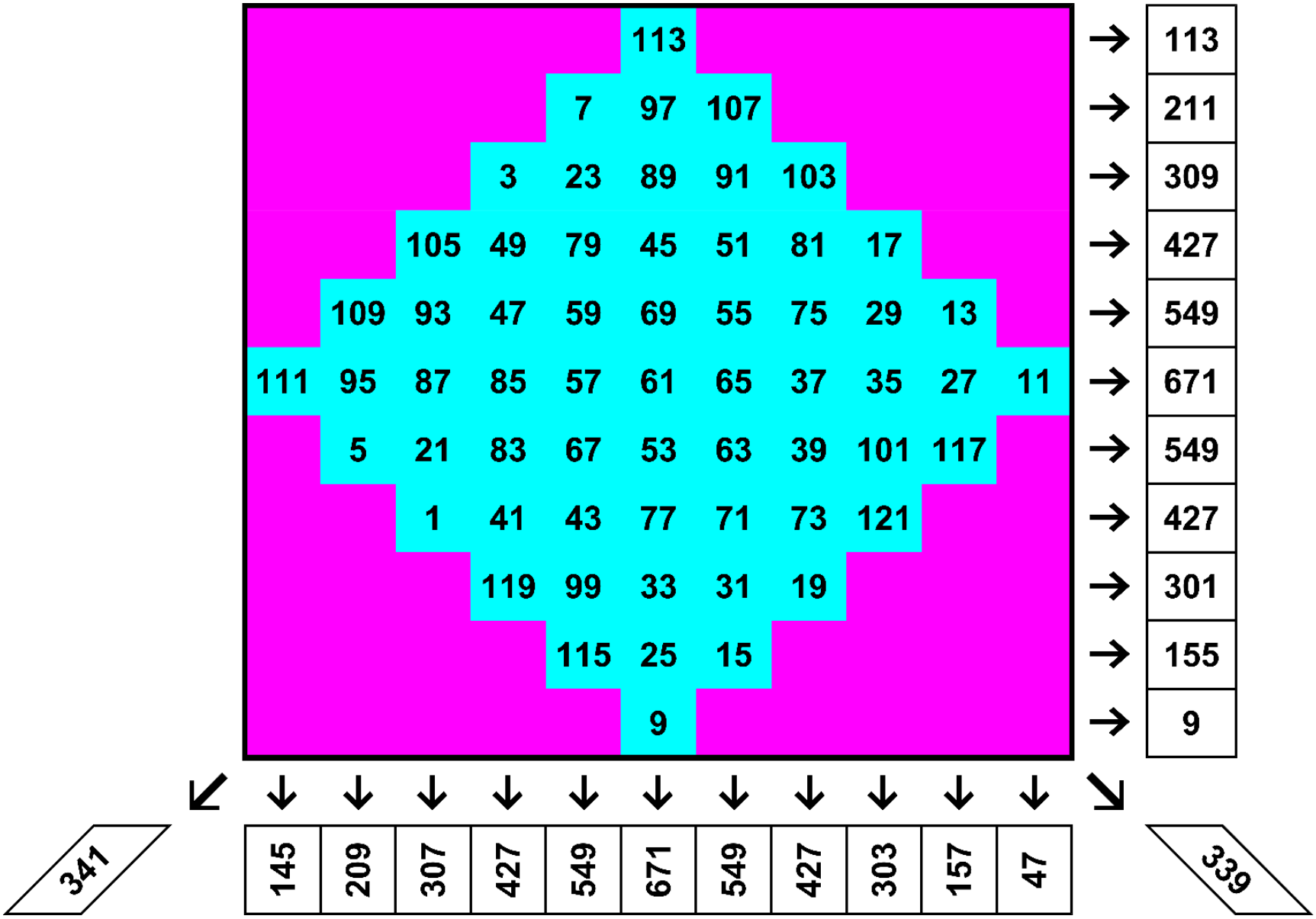
Carrés magiques d'ordre 11



Un losange de nombres impairs de 1 à 121 !

© Aimé Lachal – 2016

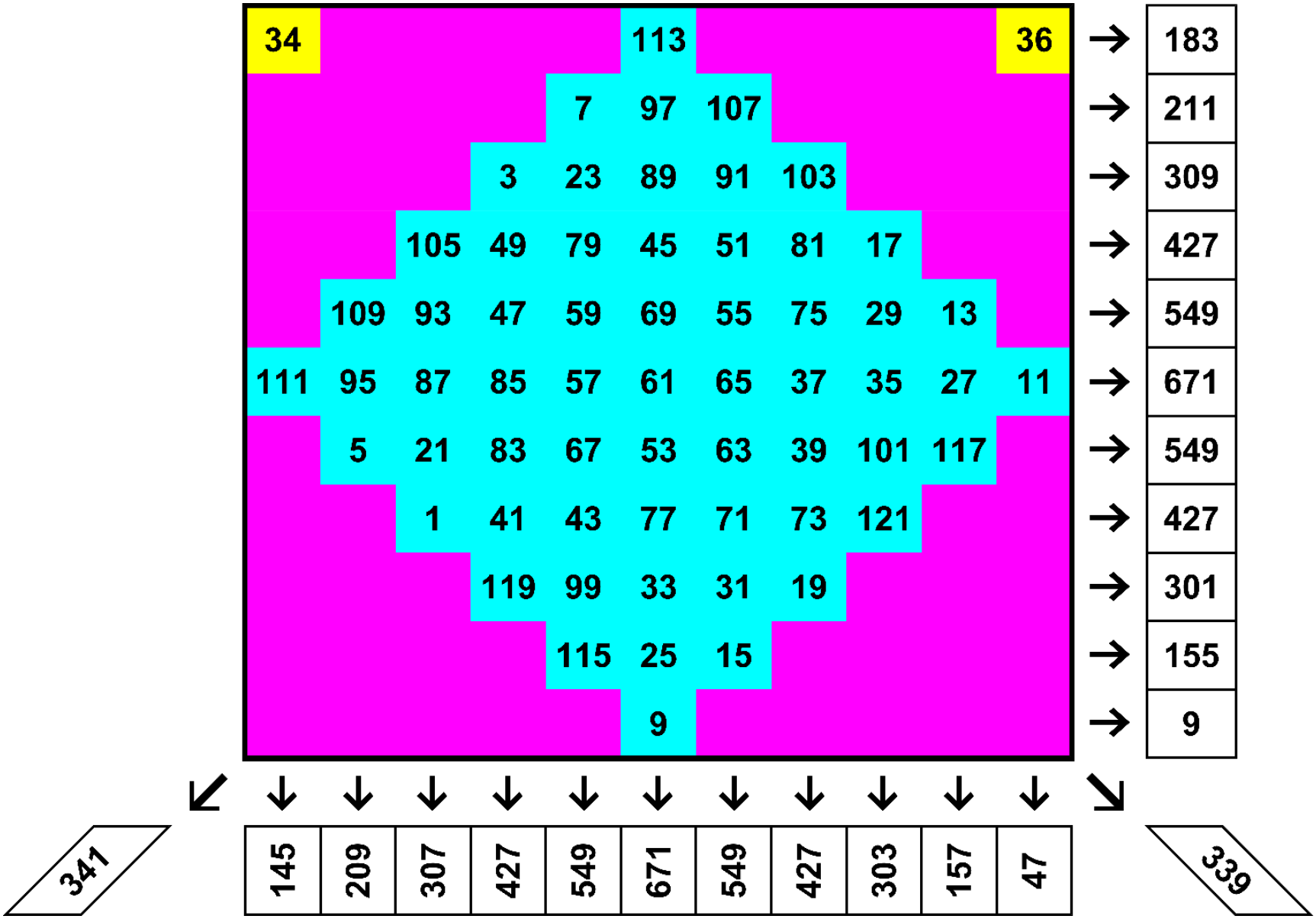
Carrés magiques d'ordre 11



Puis on remplit les « triangles » du carré extérieur

© Aimé Lachal – 2016

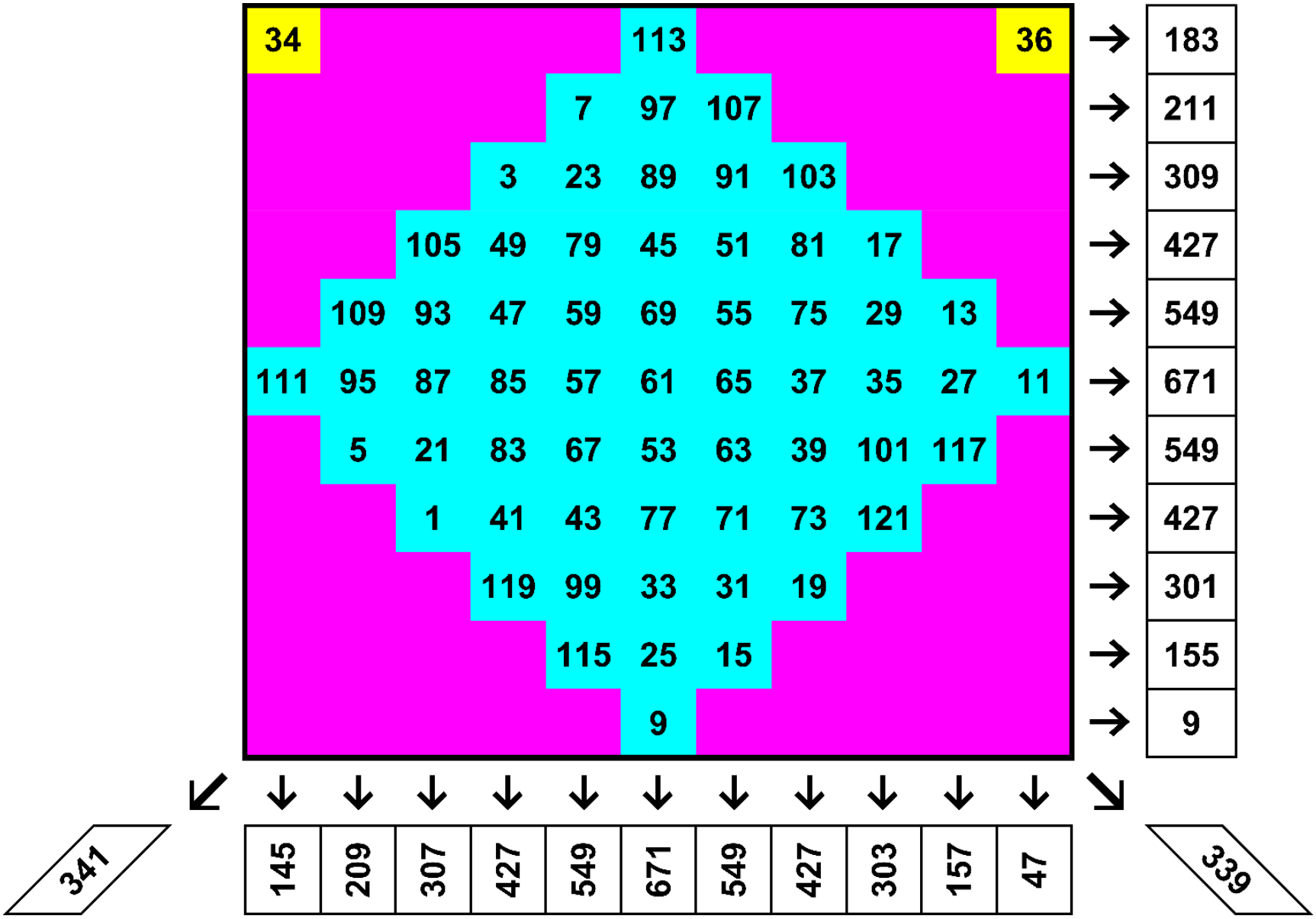
Carrés magiques d'ordre 11



On remplit les coins supérieurs…

© Aimé Lachal – 2016

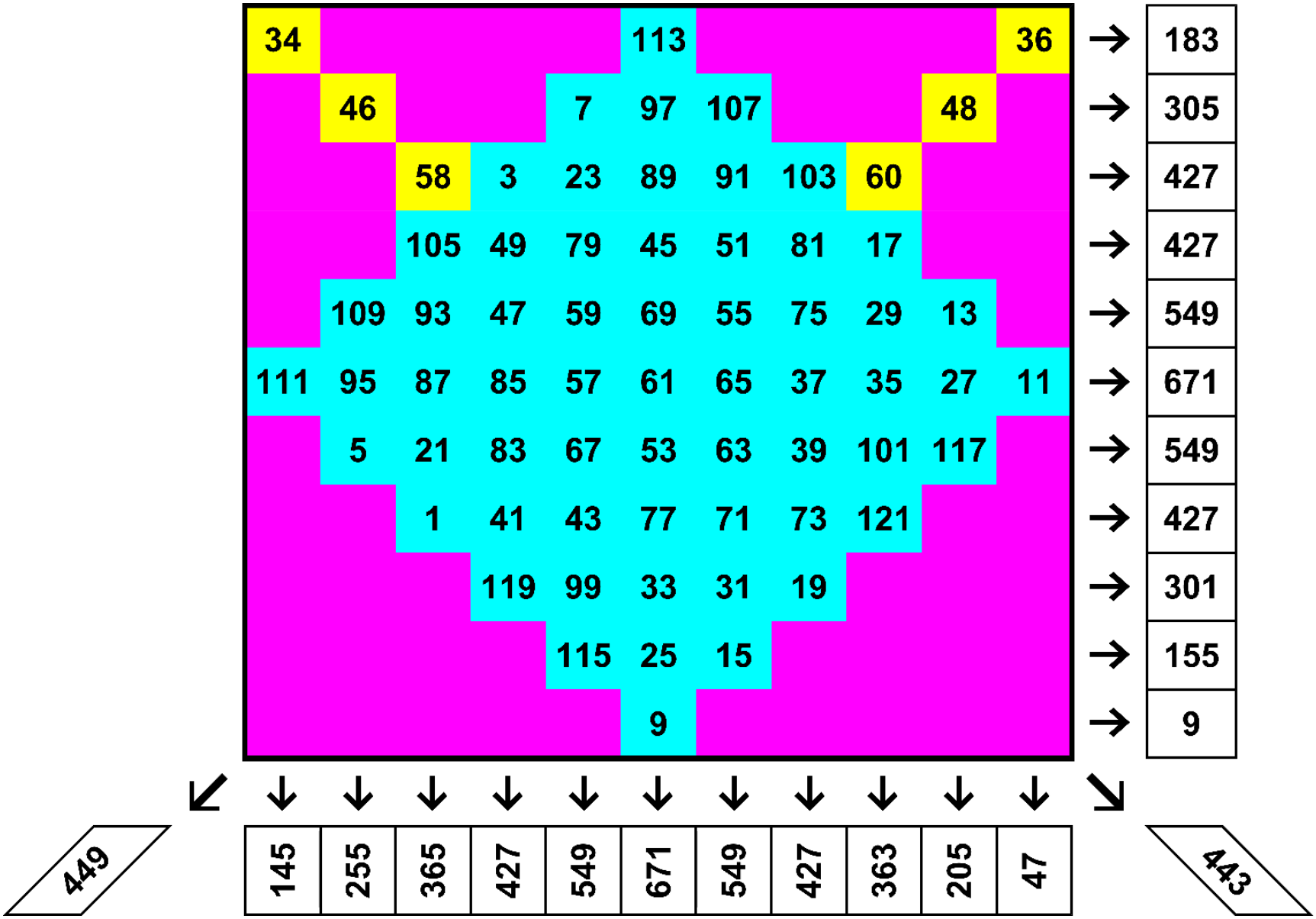
Carrés magiques d'ordre 11



…avec 2 nombres pairs consécutifs $36=(11+1)^2/4$

© Aimé Lachal – 2016

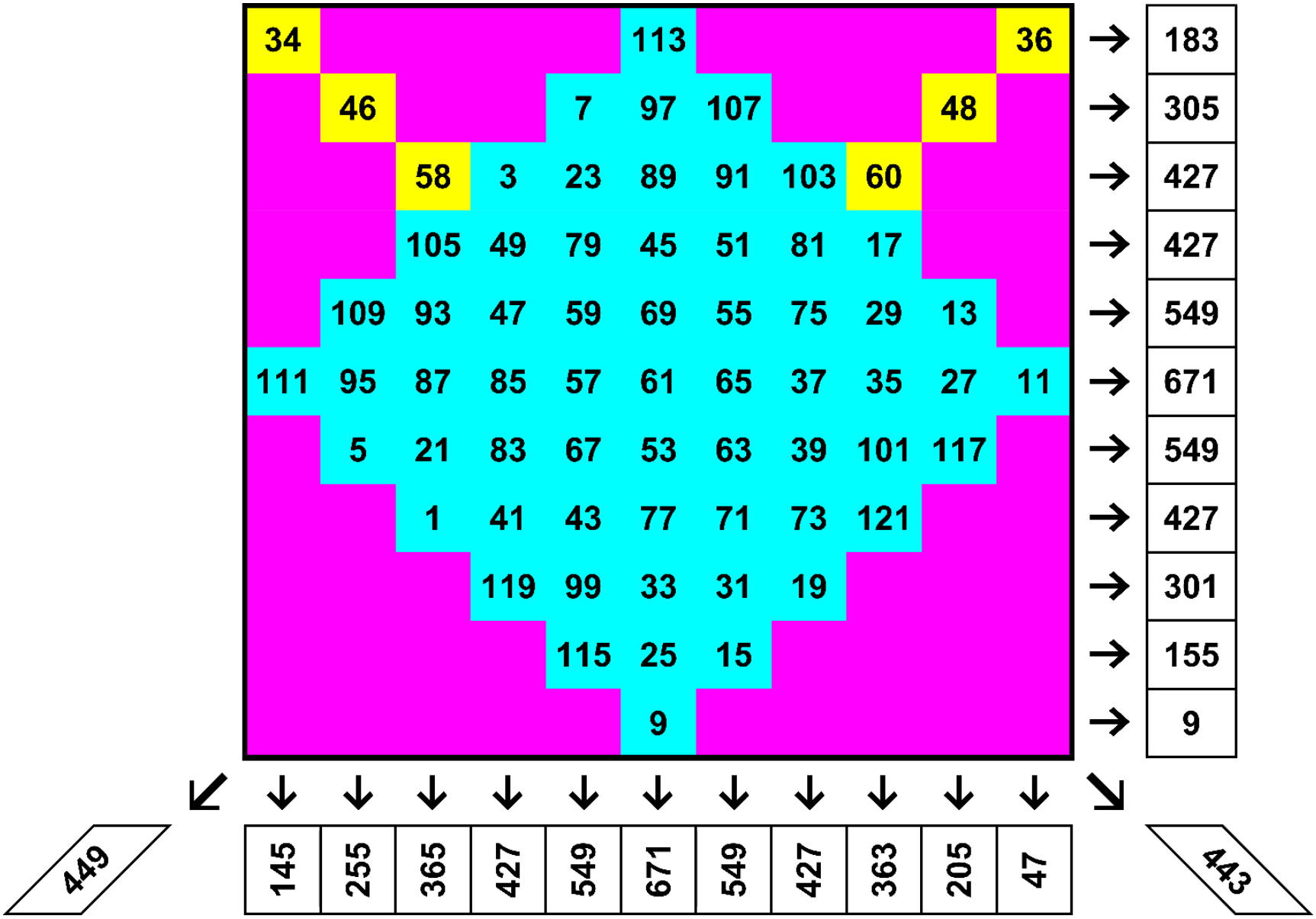
Carrés magiques d'ordre 11



On remplit les diagonales des triangles supérieurs…

© Aimé Lachal – 2016

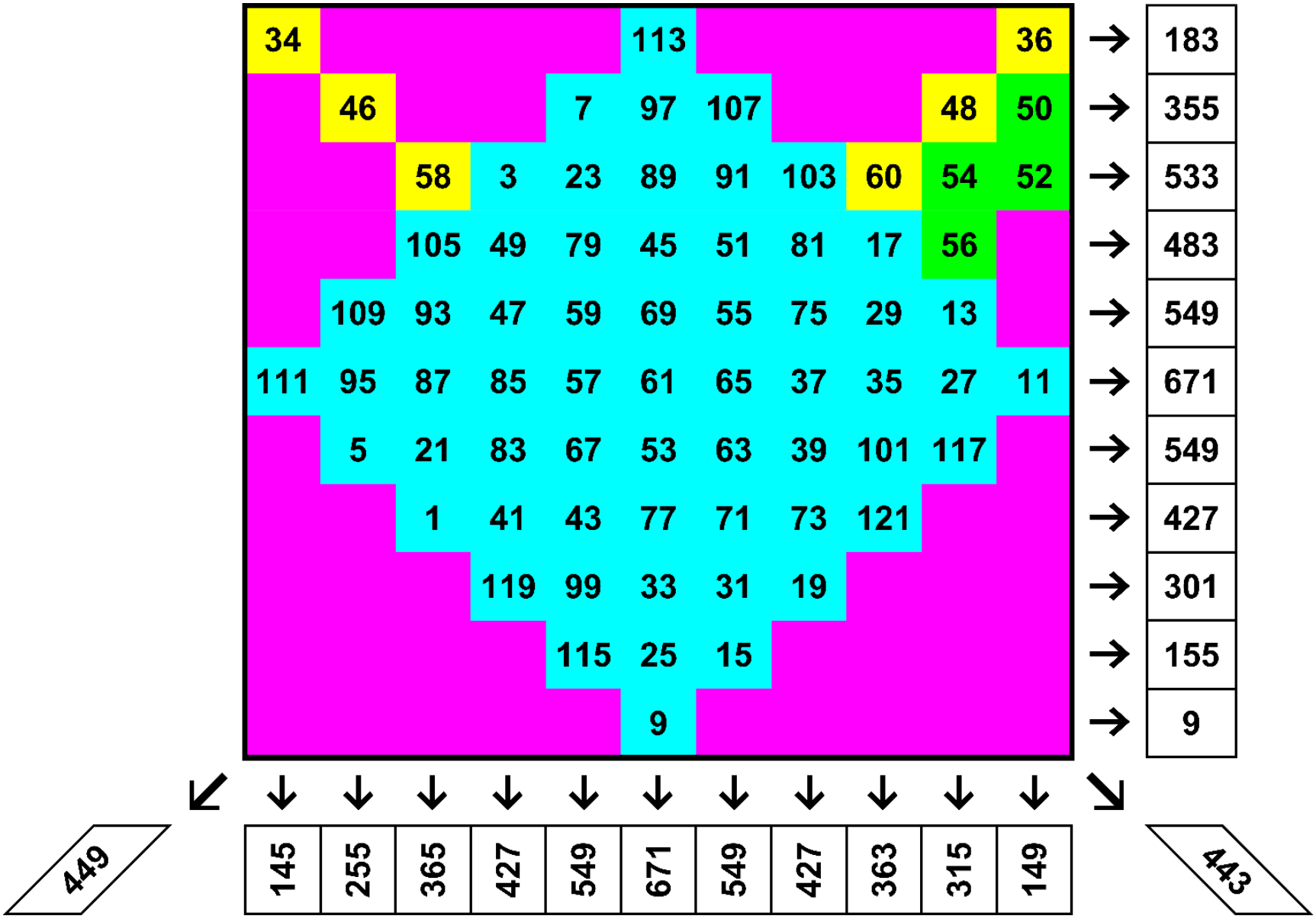
Carrés magiques d'ordre 11



…avec des paires de nombres pairs de 12 en 12

© Aimé Lachal – 2016

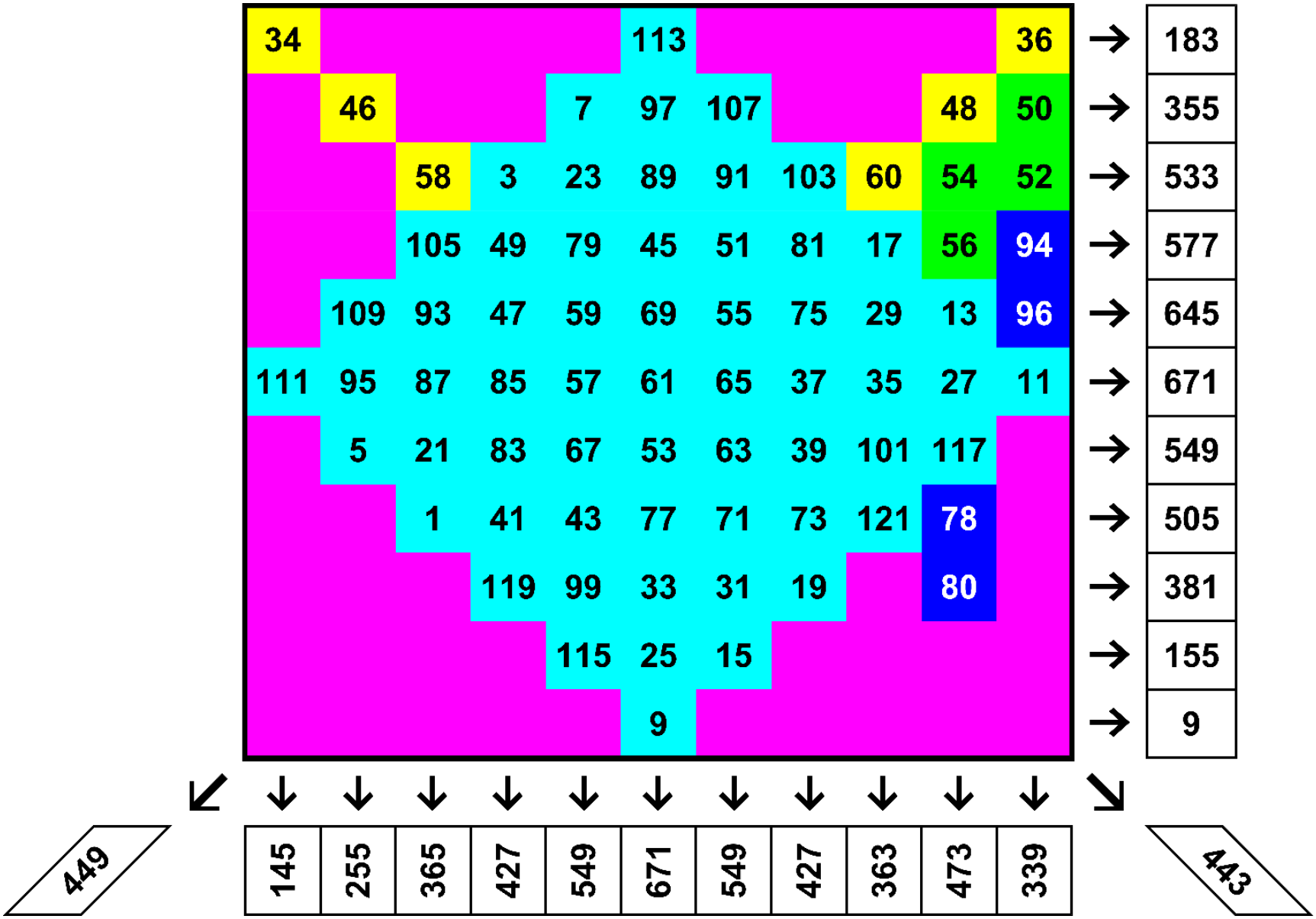
Carrés magiques d'ordre 11



On place des paires de nombres pairs consécutifs

© Aimé Lachal – 2016

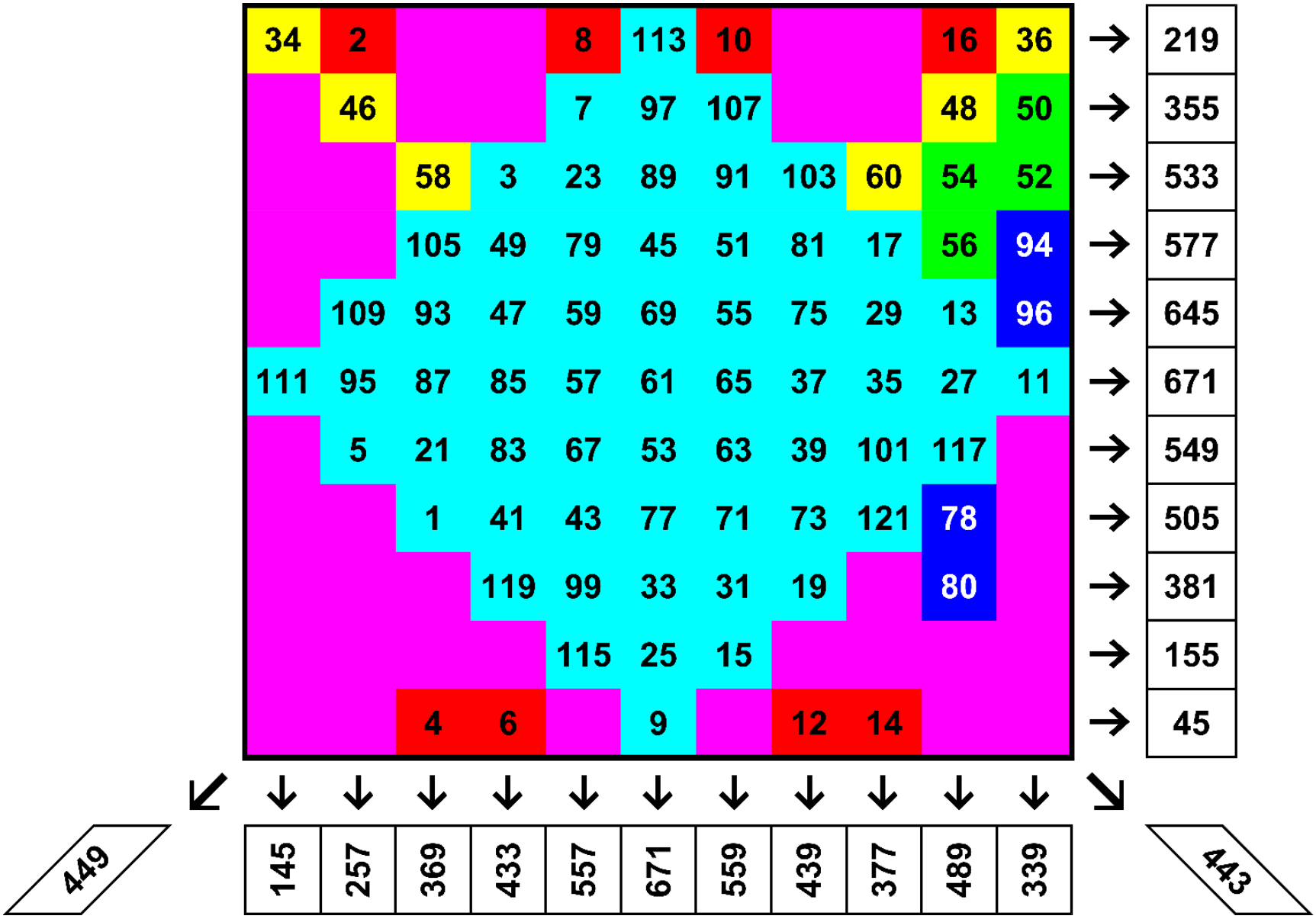
Carrés magiques d'ordre 11



On place des paires de nombres pairs consécutifs

© Aimé Lachal – 2016

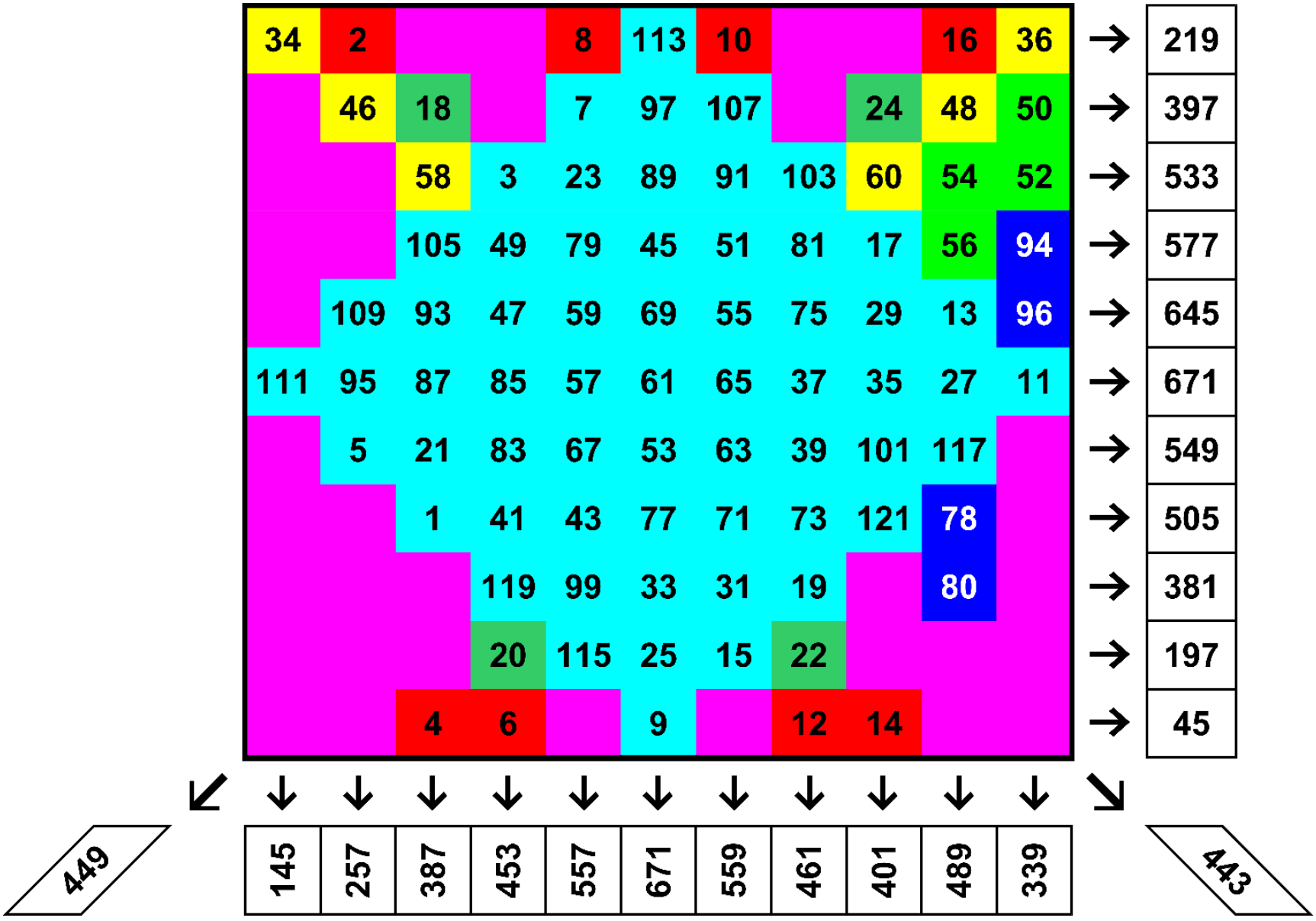
Carrés magiques d'ordre 11



On place les premiers nombres pairs consécutifs

© Aimé Lachal – 2016

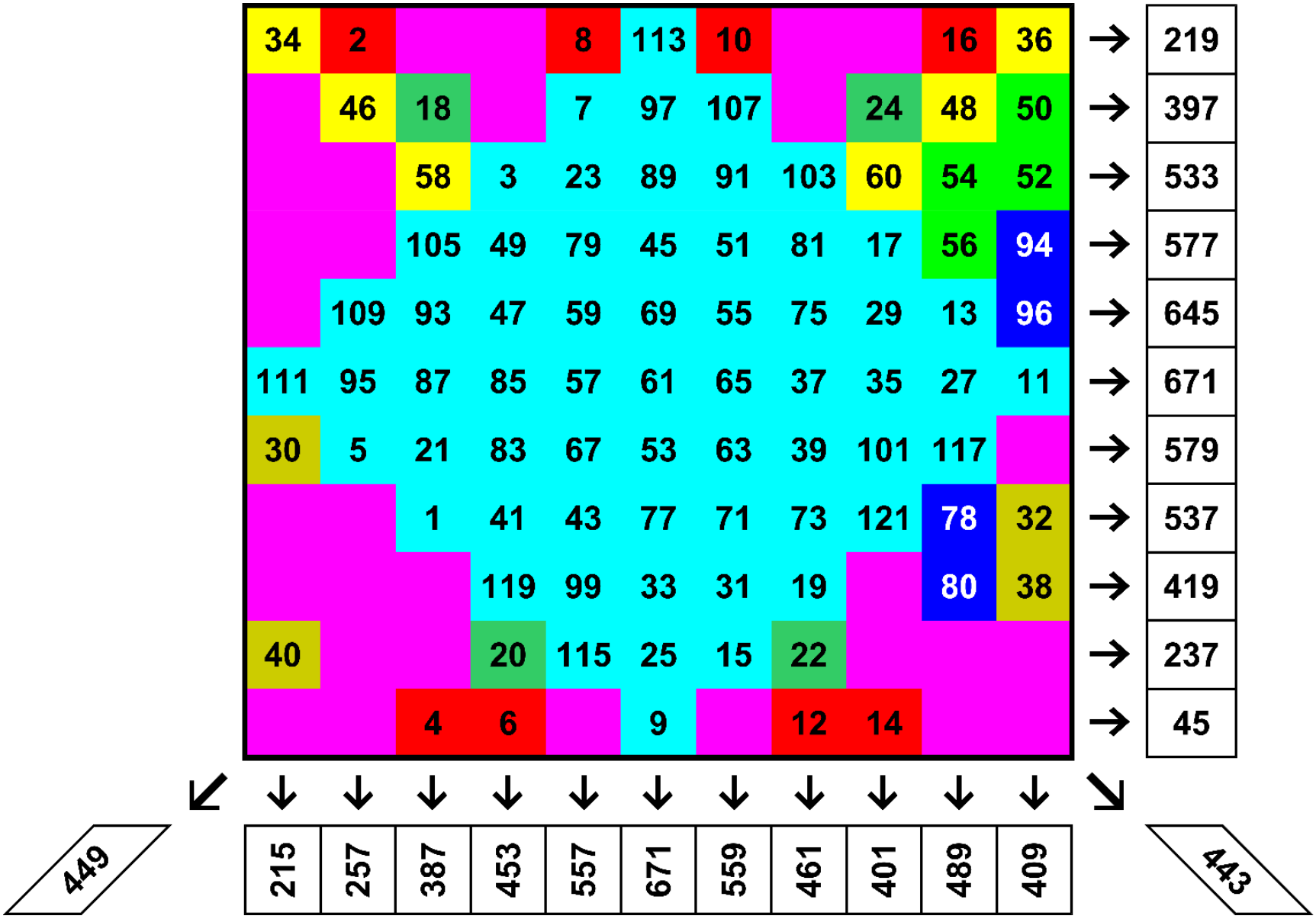
Carrés magiques d'ordre 11



en zigzag sur les lignes

© Aimé Lachal – 2016

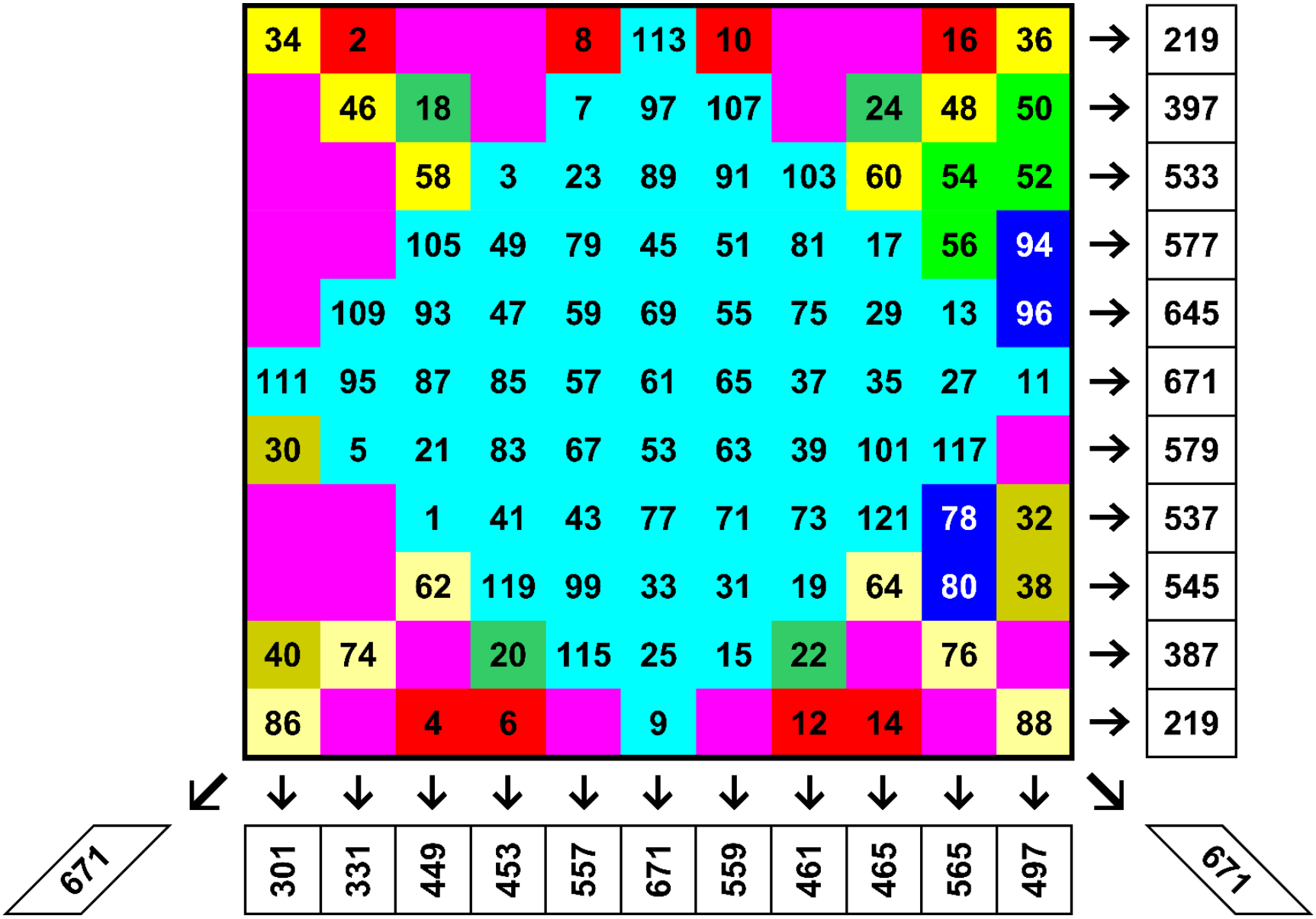
Carrés magiques d'ordre 11



en zigzag sur les colonnes

© Aimé Lachal – 2016

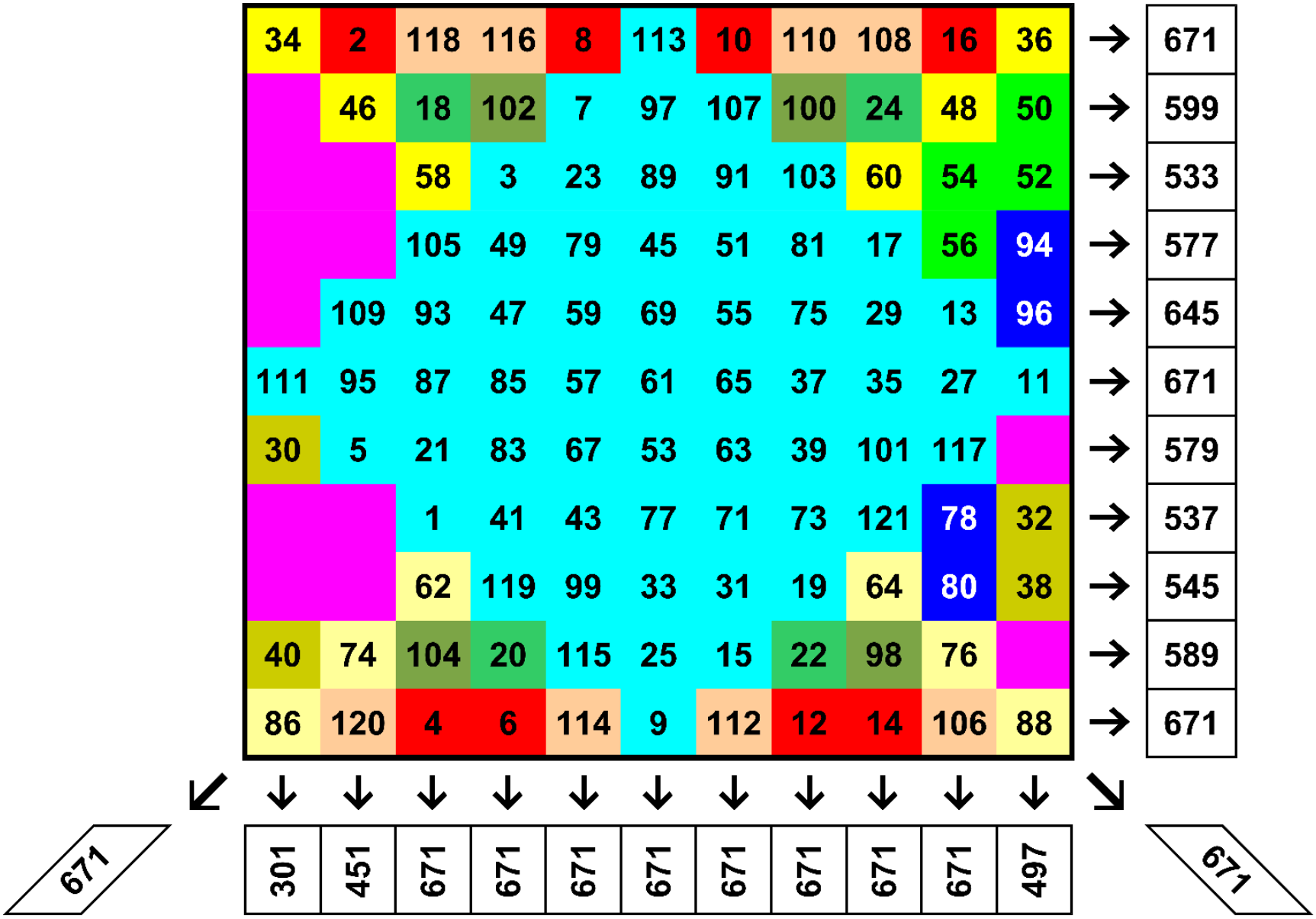
Carrés magiques d'ordre 11



On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

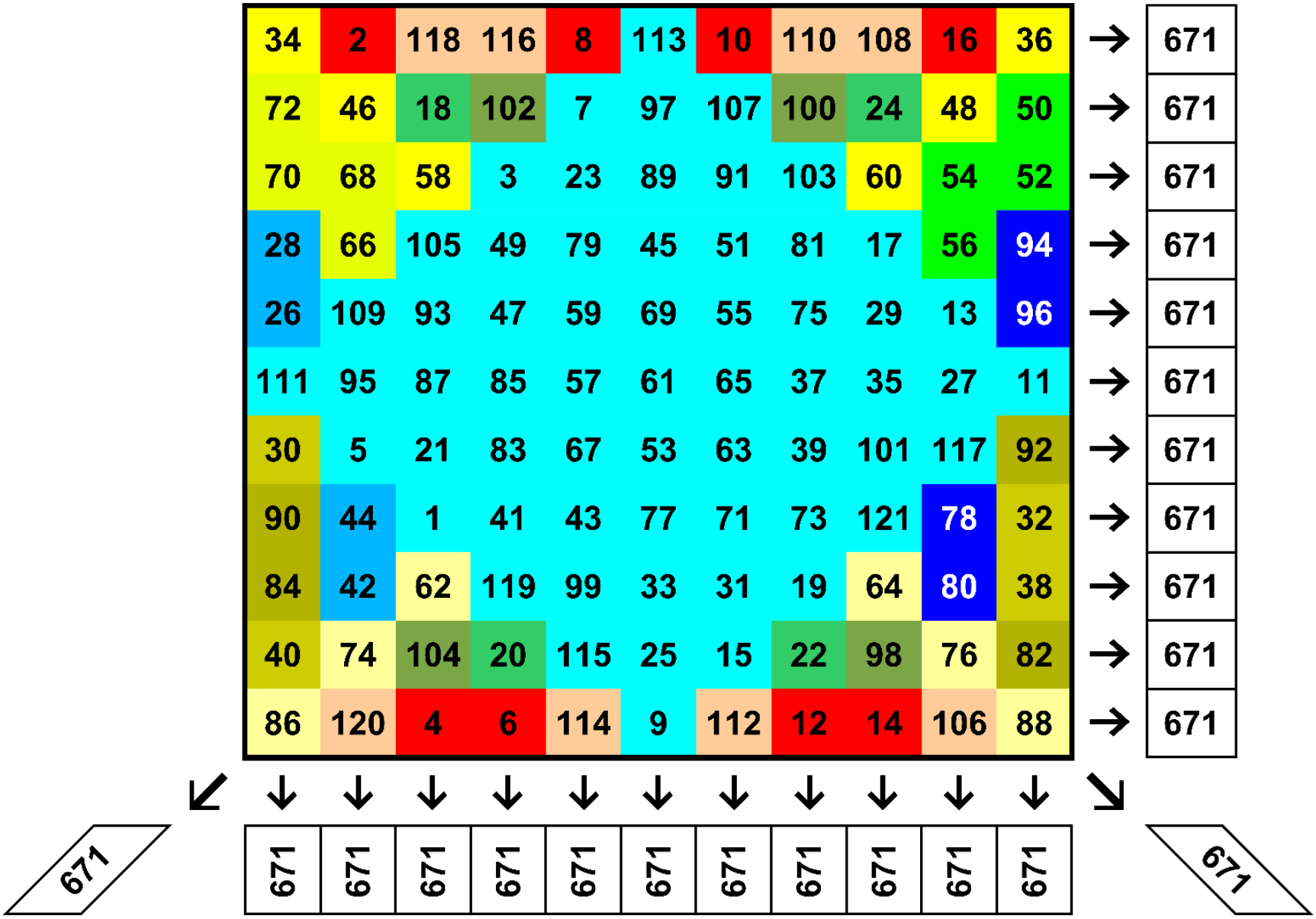
Carrés magiques d'ordre 11



On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122-i$)

© Aimé Lachal – 2016

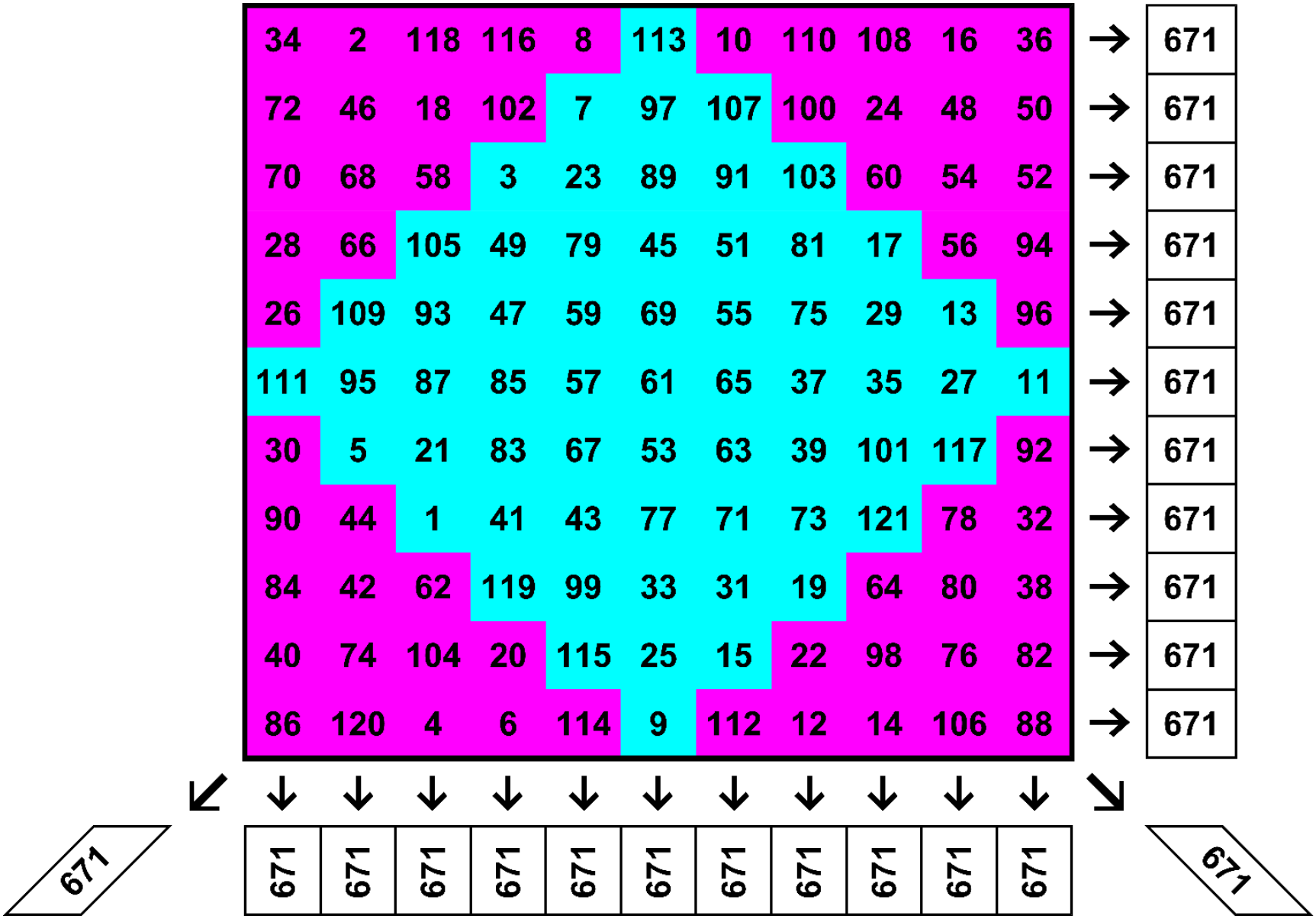
Carrés magiques d'ordre 11



On complète avec les complémentaires ($i \rightarrow 122 - i$)

© Aimé Lachal – 2016

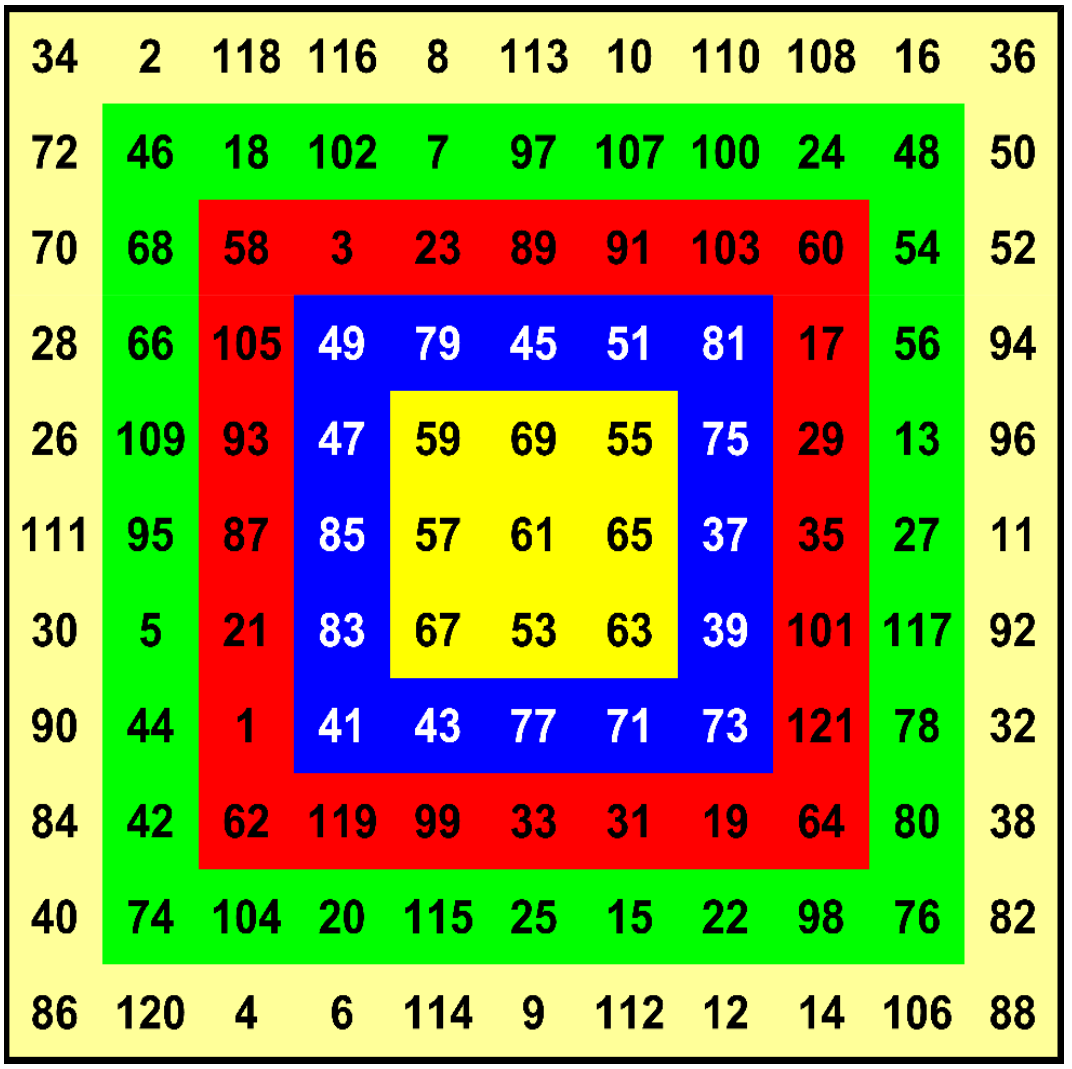
Carrés magiques d'ordre 11



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

34	2	118	116	8	113	10	110	108	16	36
72	46	18	102	7	97	107	100	24	48	50
70	68	58	3	23	89	91	103	60	54	52
28	66	105	49	79	45	51	81	17	56	94
26	109	93	47	59	69	55	75	29	13	96
111	95	87	85	57	61	65	37	35	27	11
30	5	21	83	67	53	63	39	101	117	92
90	44	1	41	43	77	71	73	121	78	32
84	42	62	119	99	33	31	19	64	80	38
40	74	104	20	115	25	15	22	98	76	82
86	120	4	6	114	9	112	12	14	106	88



Un carré normal à enceintes en losange

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 11

Méthode d'ibn Yūnis

16	115	114	113	112	11	17	18	19	20	116
15	57	98	49	90	41	82	33	74	25	107
14	26	58	99	50	91	42	83	34	66	108
13	67	27	59	100	51	92	43	75	35	109
12	36	68	28	60	101	52	84	44	76	110
121	77	37	69	29	61	93	53	85	45	1
120	46	78	38	70	21	62	94	54	86	2
119	87	47	79	30	71	22	63	95	55	3
118	56	88	39	80	31	72	23	64	96	4
117	97	48	89	40	81	32	73	24	65	5
6	7	8	9	10	111	105	104	103	102	106

Méthode d'al-Būnī

66	1	120	3	118	5	116	7	114	9	112
103	57	98	49	90	41	82	33	74	25	19
18	26	58	99	50	91	42	83	34	66	104
105	67	27	59	100	51	92	43	75	35	17
16	36	68	28	60	101	52	84	44	76	106
107	77	37	69	29	61	93	53	85	45	15
14	46	78	38	70	21	62	94	54	86	108
109	87	47	79	30	71	22	63	95	55	13
12	56	88	39	80	31	72	23	64	96	110
111	97	48	89	40	81	32	73	24	65	11
10	121	2	119	4	117	6	115	8	113	56

En résumé

Méthode de Stifel

20	121	119	117	115	113	13	15	17	19	2
118	57	98	49	90	41	82	33	74	25	4
116	26	58	99	50	91	42	83	34	66	6
114	67	27	59	100	51	92	43	75	35	8
112	36	68	28	60	101	52	84	44	76	10
11	77	37	69	29	61	93	53	85	45	111
12	46	78	38	70	21	62	94	54	86	110
14	87	47	79	30	71	22	63	95	55	108
16	56	88	39	80	31	72	23	64	96	106
18	97	48	89	40	81	32	73	24	65	104
120	1	3	5	7	9	109	107	105	103	102

Méthode d'al-Anṭākī

34	2	118	116	8	113	10	110	108	16	36
72	46	18	102	7	97	107	100	24	48	50
70	68	58	3	23	89	91	103	60	54	52
28	66	105	49	79	45	51	81	17	56	94
26	109	93	47	59	69	55	75	29	13	96
111	95	87	85	57	61	65	37	35	27	11
30	5	21	83	67	53	63	39	101	117	92
90	44	1	41	43	77	71	73	121	78	32
84	42	62	119	99	33	31	19	64	80	38
40	74	104	20	115	25	15	22	98	76	82
86	120	4	6	114	9	112	12	14	106	88

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

(et d'ordre simplement pair)

Carrés magiques d'ordre 14

1	143	142	4	5	139	138	8	9	135	134	12	→ 870
132	14	15	129	128	18	19	125	124	22	23	121	→ 870
120	26	27	117	116	30	31	113	112	34	35	109	→ 870
37	107	106	40	41	103	102	44	45	99	98	48	→ 870
49	95	94	52	53	91	90	56	57	87	86	60	→ 870
84	62	63	81	80	66	67	77	76	70	71	73	→ 870
72	74	75	69	68	78	79	65	64	82	83	61	→ 870
85	59	58	88	89	55	54	92	93	51	50	96	→ 870
97	47	46	100	101	43	42	104	105	39	38	108	→ 870
36	110	111	33	32	114	115	29	28	118	119	25	→ 870
24	122	123	21	20	126	127	17	16	130	131	13	→ 870
133	11	10	136	137	7	6	140	141	3	2	144	→ 870

↙ 870

↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870

↘ 870

À partir d'un carré magique d'ordre 12…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

27	169	168	30	31	165	164	34	35	161	160	38	→ 1182
158	40	41	155	154	44	45	151	150	48	49	147	→ 1182
146	52	53	143	142	56	57	139	138	60	61	135	→ 1182
63	133	132	66	67	129	128	70	71	125	124	74	→ 1182
75	121	120	78	79	117	116	82	83	113	112	86	→ 1182
110	88	89	107	106	92	93	103	102	96	97	99	→ 1182
98	100	101	95	94	104	105	91	90	108	109	87	→ 1182
111	85	84	114	115	81	80	118	119	77	76	122	→ 1182
123	73	72	126	127	69	68	130	131	65	64	134	→ 1182
62	136	137	59	58	140	141	55	54	144	145	51	→ 1182
50	148	149	47	46	152	153	43	42	156	157	39	→ 1182
159	37	36	162	163	33	32	166	167	29	28	170	→ 1182

↙ 1182

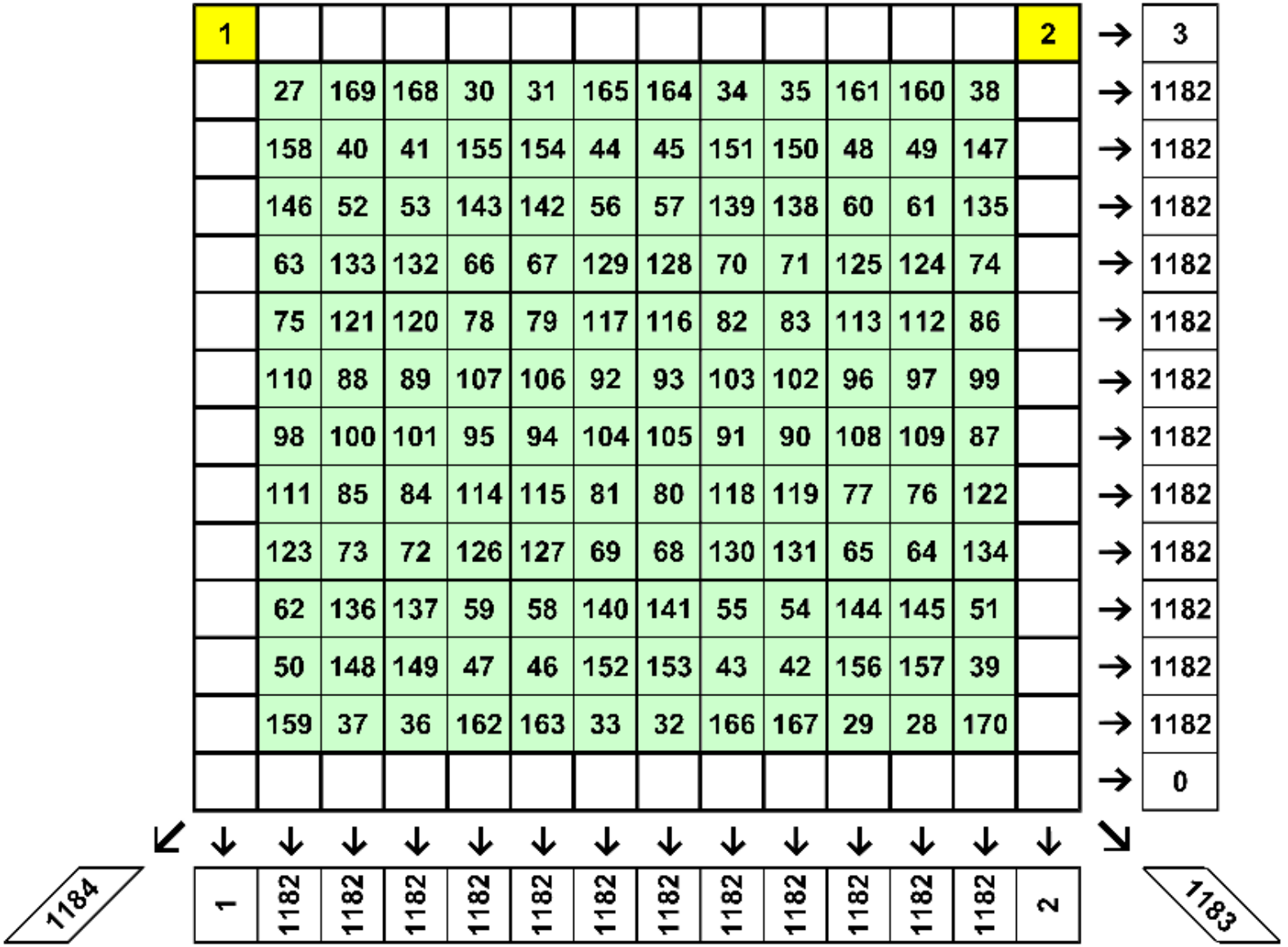
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182

↘ 1182

Que l'on translate de 26 (= 2x12+2)

© Aimé Lachal – 2016

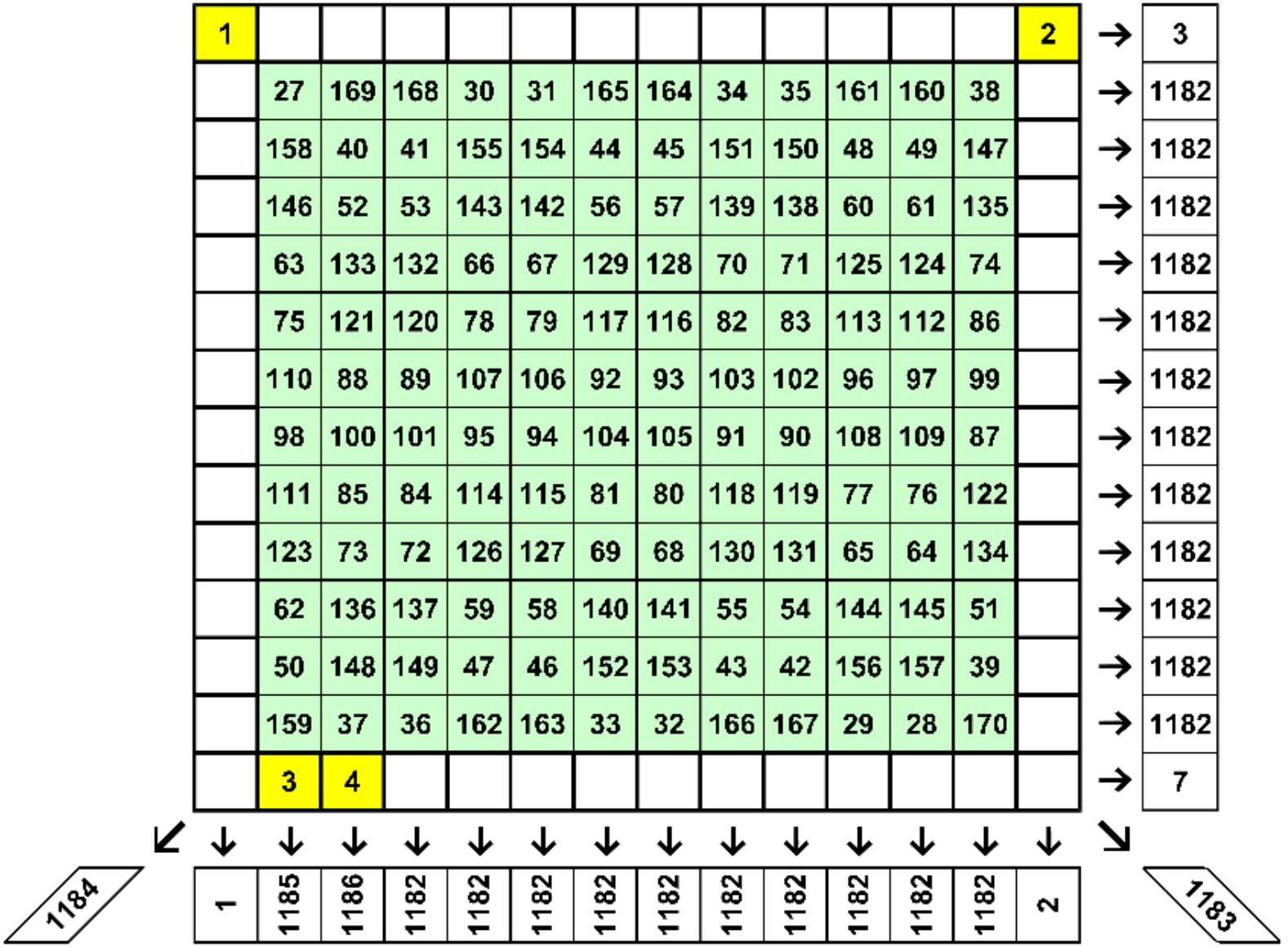
Carrés magiques d'ordre 14



Et que l'on borde…

© Aimé Lachal – 2016

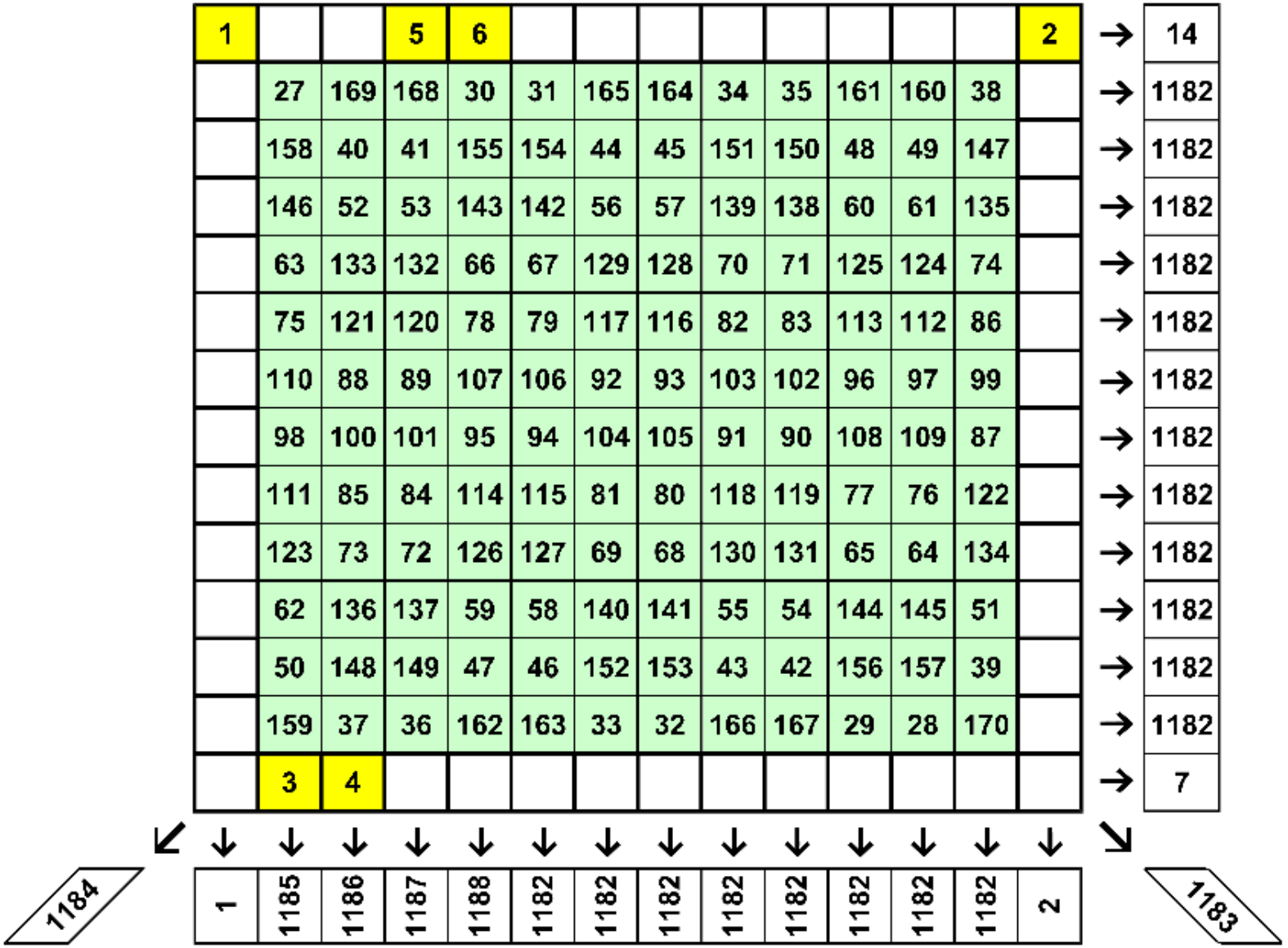
Carrés magiques d'ordre 14



Par paire de nombres consécutifs…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

1			5	6									2	→ 14
	27	169	168	30	31	165	164	34	35	161	160	38		→ 1182
	158	40	41	155	154	44	45	151	150	48	49	147		→ 1182
	146	52	53	143	142	56	57	139	138	60	61	135		→ 1182
	63	133	132	66	67	129	128	70	71	125	124	74		→ 1182
	75	121	120	78	79	117	116	82	83	113	112	86		→ 1182
	110	88	89	107	106	92	93	103	102	96	97	99		→ 1182
	98	100	101	95	94	104	105	91	90	108	109	87		→ 1182
	111	85	84	114	115	81	80	118	119	77	76	122		→ 1182
	123	73	72	126	127	69	68	130	131	65	64	134		→ 1182
	62	136	137	59	58	140	141	55	54	144	145	51		→ 1182
	50	148	149	47	46	152	153	43	42	156	157	39		→ 1182
	159	37	36	162	163	33	32	166	167	29	28	170		→ 1182
	3	4			7	8								→ 22
↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘
1184	1	1185	1186	1187	1188	1189	1190	1182	1182	1182	1182	1182	1182	2 1183

En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

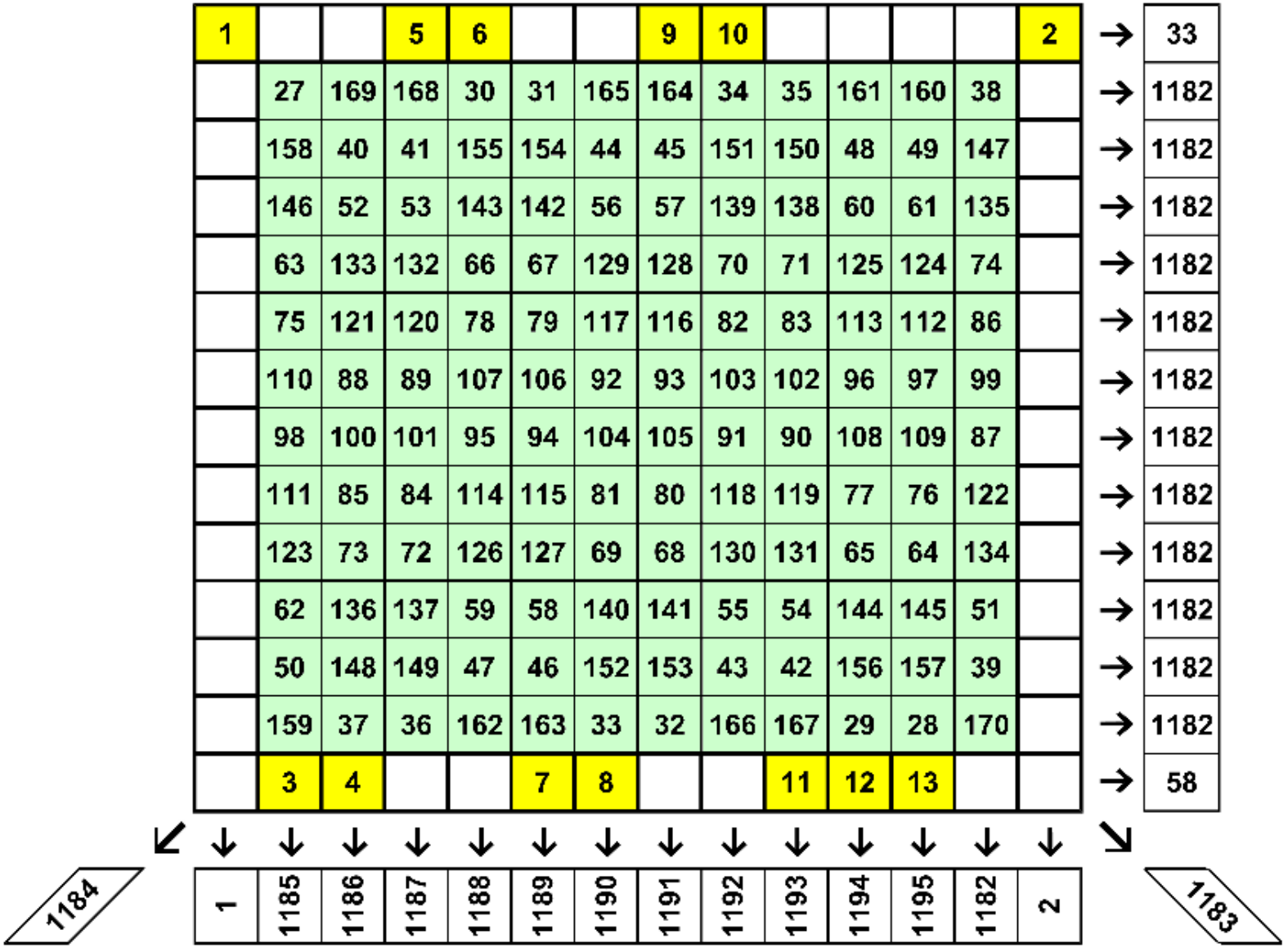
Carrés magiques d'ordre 14

1			5	6			9	10					2	→ 33
	27	169	168	30	31	165	164	34	35	161	160	38		→ 1182
	158	40	41	155	154	44	45	151	150	48	49	147		→ 1182
	146	52	53	143	142	56	57	139	138	60	61	135		→ 1182
	63	133	132	66	67	129	128	70	71	125	124	74		→ 1182
	75	121	120	78	79	117	116	82	83	113	112	86		→ 1182
	110	88	89	107	106	92	93	103	102	96	97	99		→ 1182
	98	100	101	95	94	104	105	91	90	108	109	87		→ 1182
	111	85	84	114	115	81	80	118	119	77	76	122		→ 1182
	123	73	72	126	127	69	68	130	131	65	64	134		→ 1182
	62	136	137	59	58	140	141	55	54	144	145	51		→ 1182
	50	148	149	47	46	152	153	43	42	156	157	39		→ 1182
	159	37	36	162	163	33	32	166	167	29	28	170		→ 1182
	3	4			7	8								→ 22
↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓ ↘
1184	1	1185	1186	1187	1188	1189	1190	1191	1192	1182	1182	1182	1182	2 1183

En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

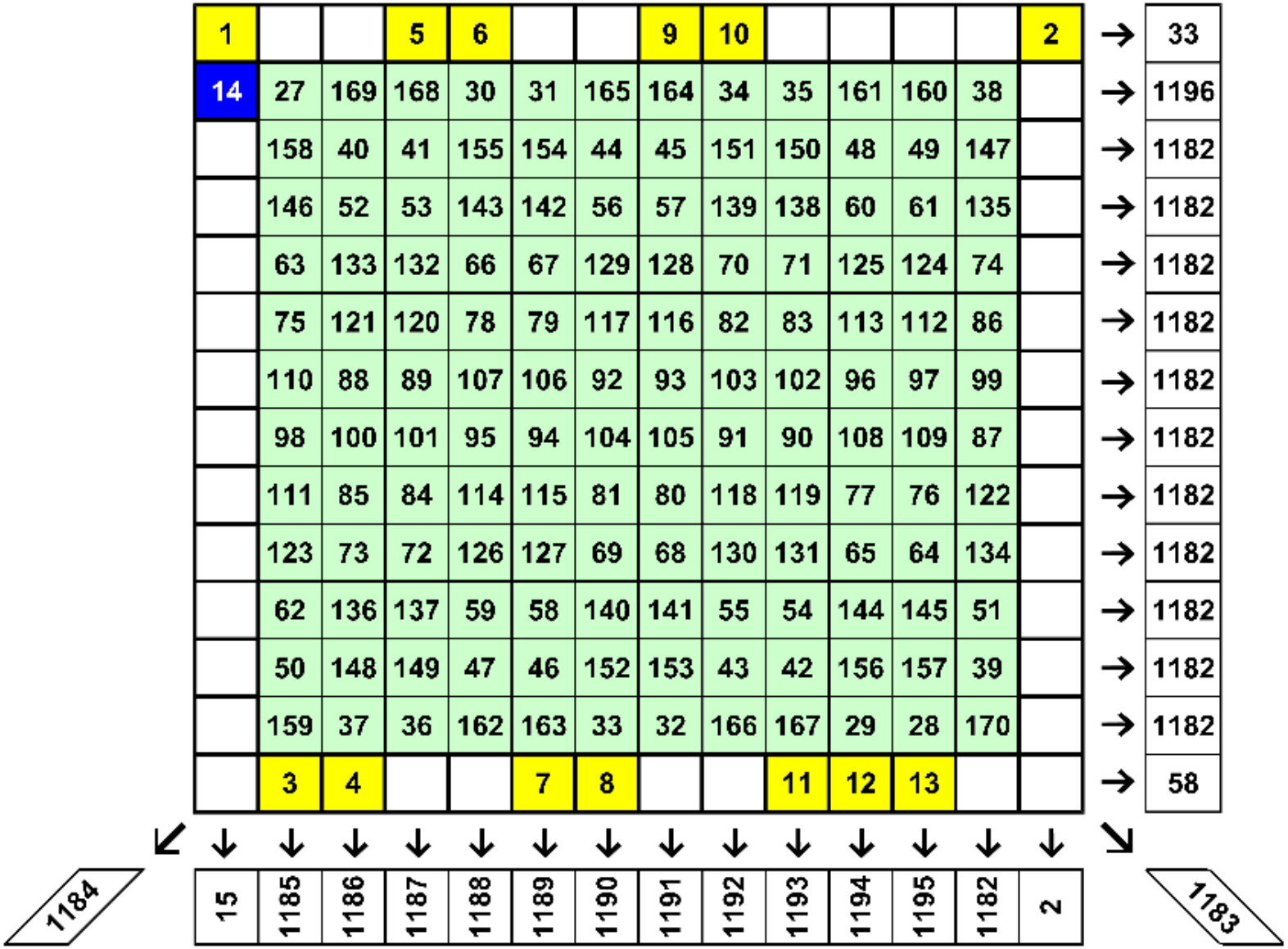
Carrés magiques d'ordre 14



En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

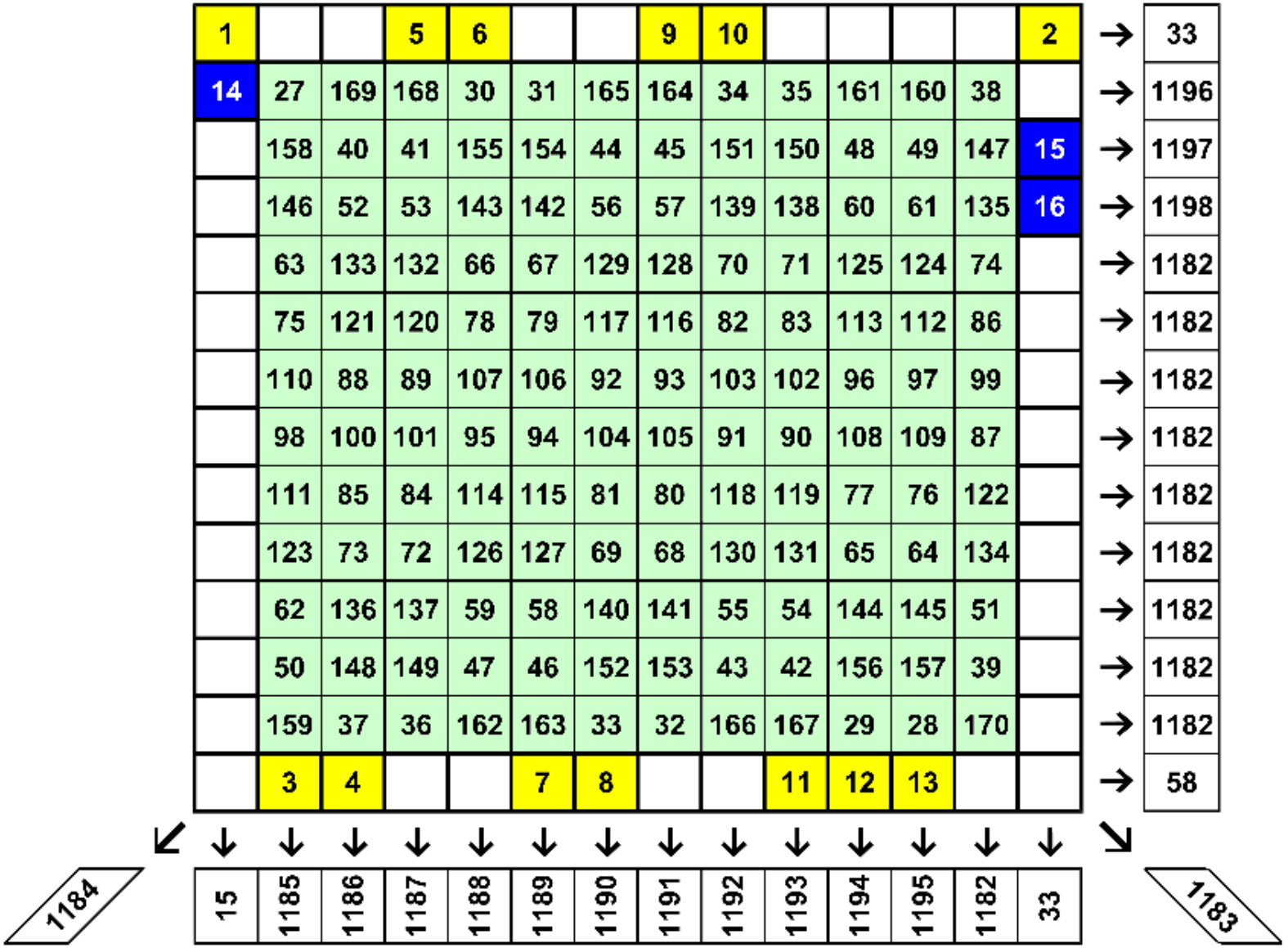
Carrés magiques d'ordre 14



En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

1			5	6			9	10					2	→ 33
14	27	169	168	30	31	165	164	34	35	161	160	38		→ 1196
	158	40	41	155	154	44	45	151	150	48	49	147	15	→ 1197
	146	52	53	143	142	56	57	139	138	60	61	135	16	→ 1198
17	63	133	132	66	67	129	128	70	71	125	124	74		→ 1199
18	75	121	120	78	79	117	116	82	83	113	112	86		→ 1200
	110	88	89	107	106	92	93	103	102	96	97	99		→ 1182
	98	100	101	95	94	104	105	91	90	108	109	87		→ 1182
	111	85	84	114	115	81	80	118	119	77	76	122		→ 1182
	123	73	72	126	127	69	68	130	131	65	64	134		→ 1182
	62	136	137	59	58	140	141	55	54	144	145	51		→ 1182
	50	148	149	47	46	152	153	43	42	156	157	39		→ 1182
	159	37	36	162	163	33	32	166	167	29	28	170		→ 1182
	3	4			7	8			11	12	13			→ 58

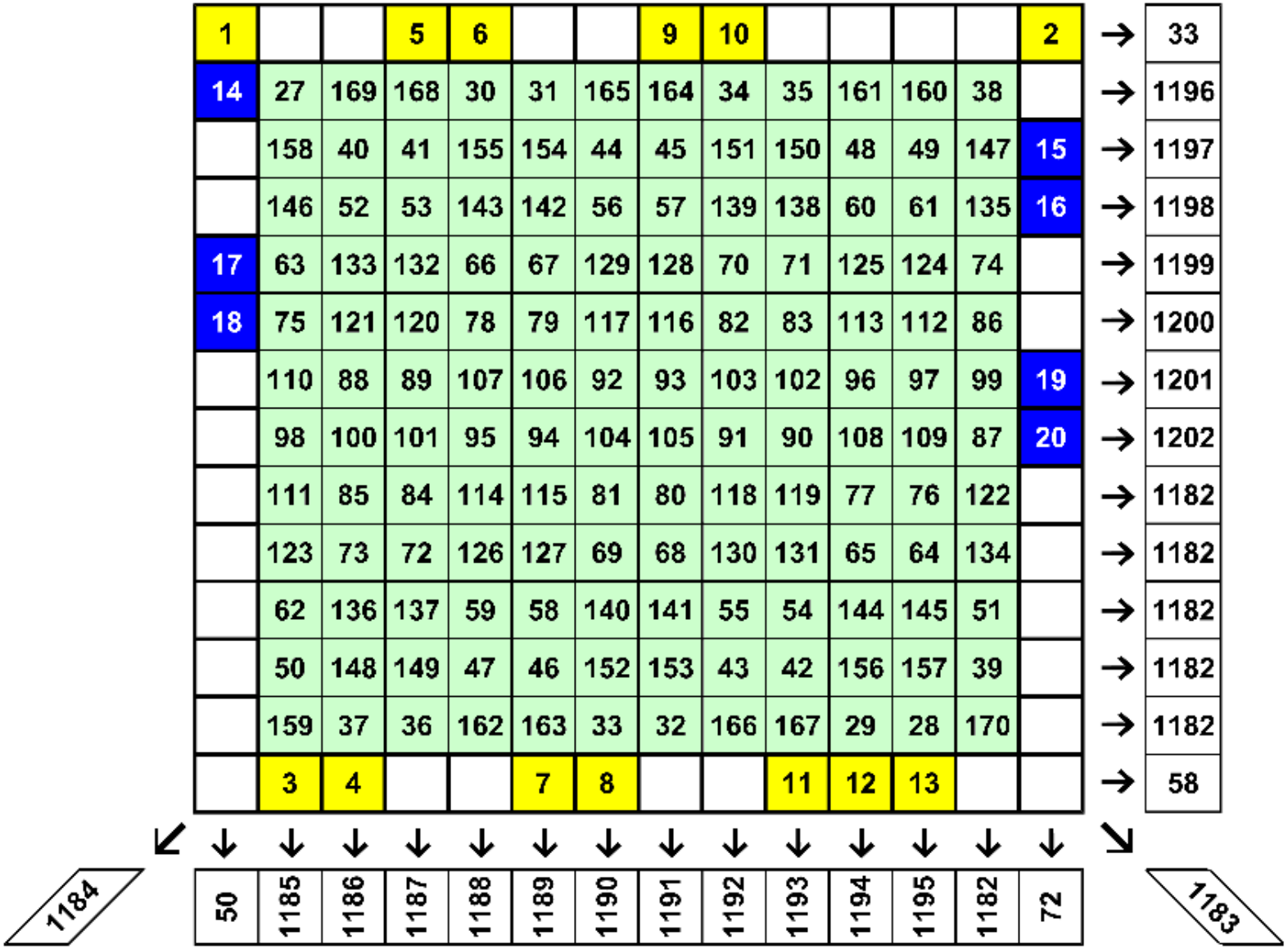
↙ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↘

1184	50	1185	1186	1187	1188	1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1182	33	1183

En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

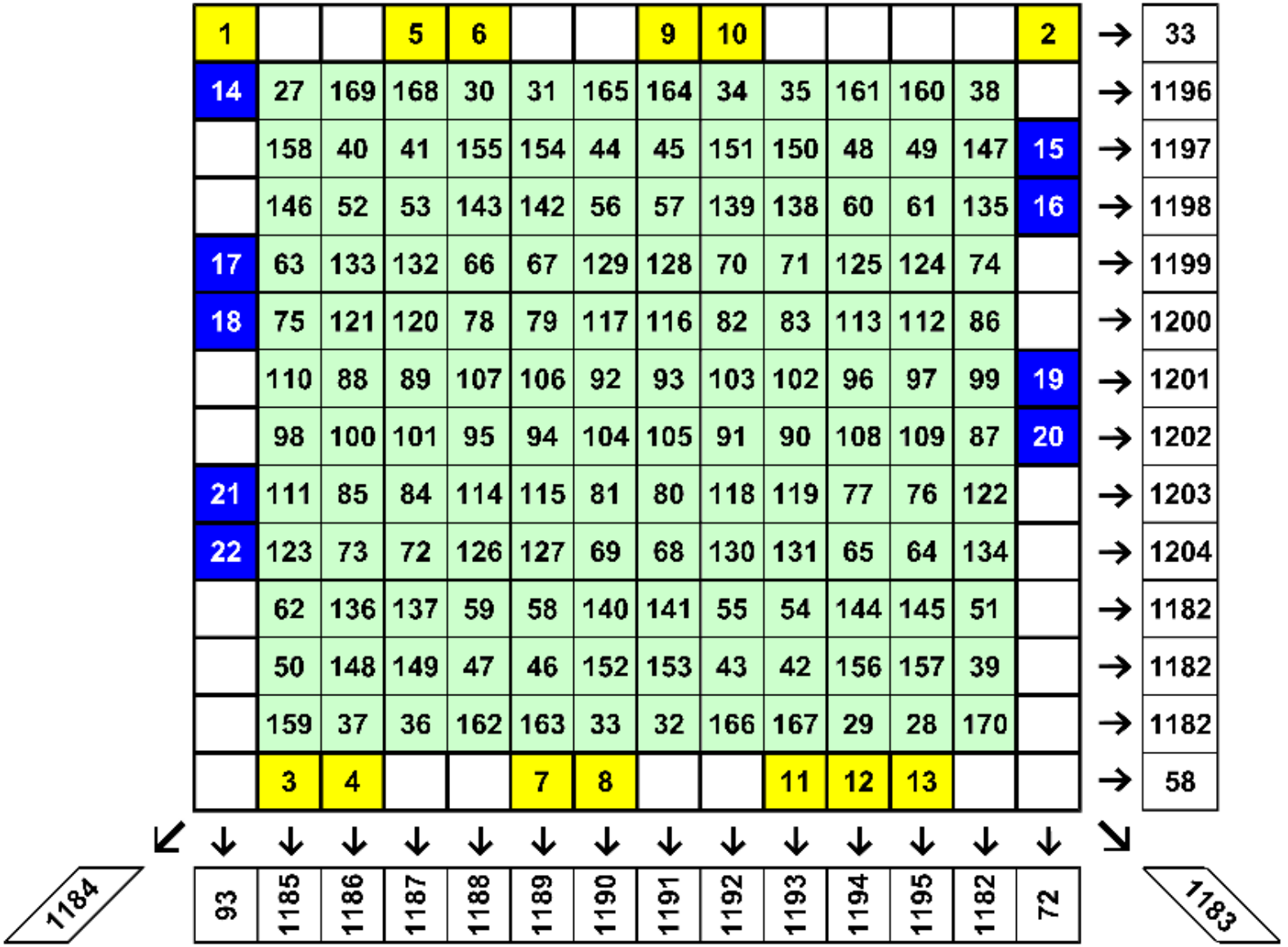
Carrés magiques d'ordre 14



En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

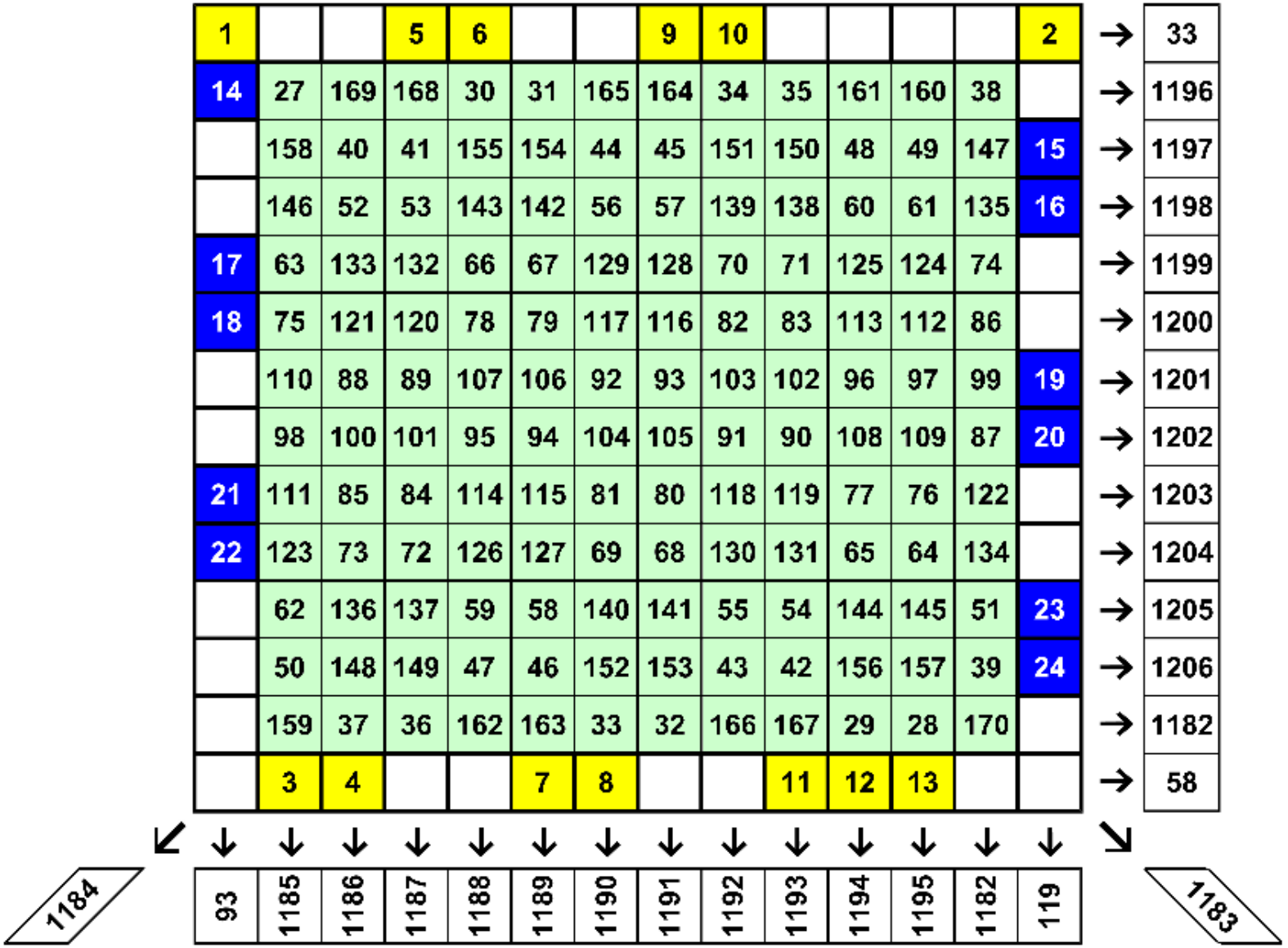
Carrés magiques d'ordre 14



En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

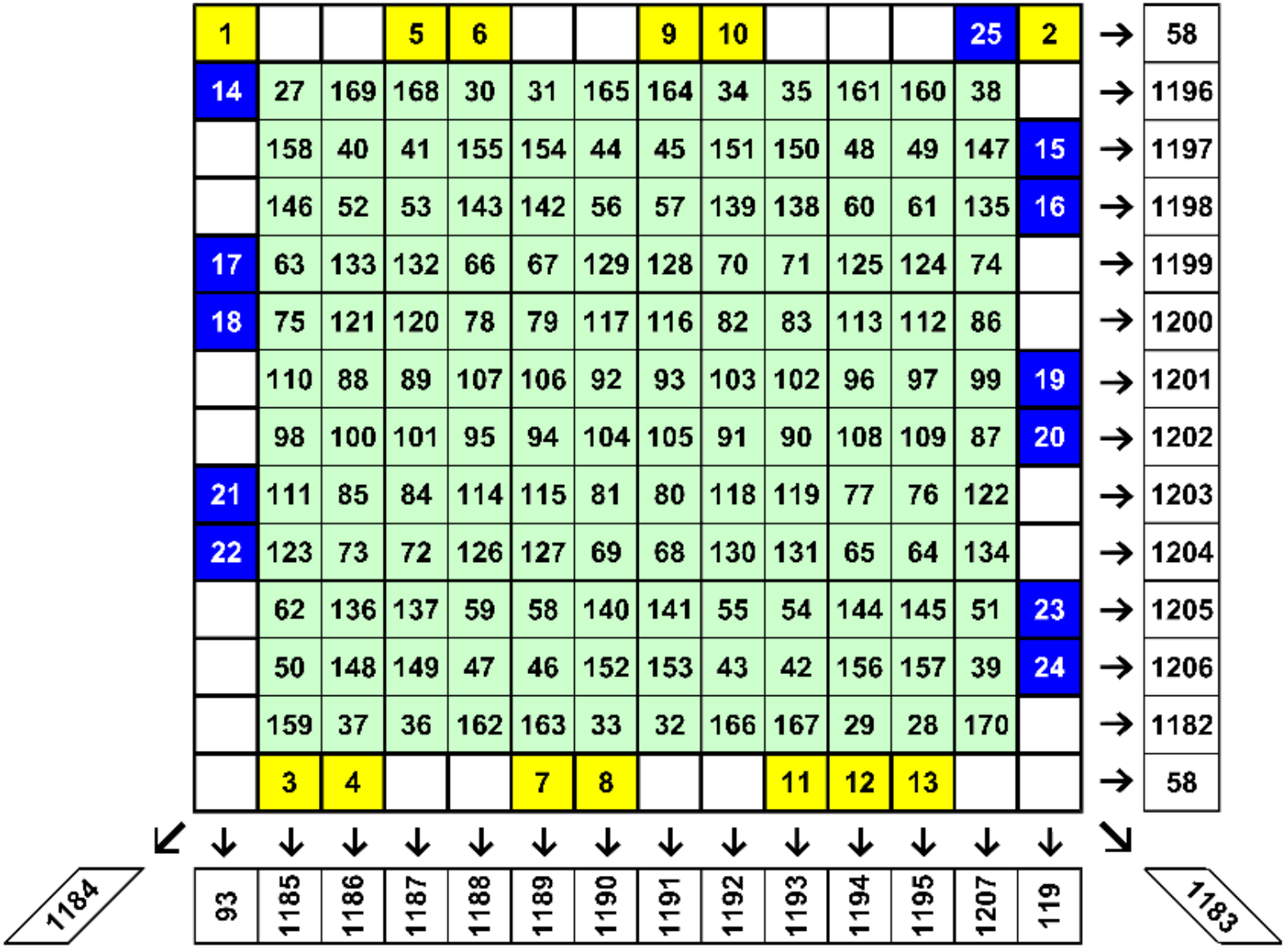
Carrés magiques d'ordre 14



En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

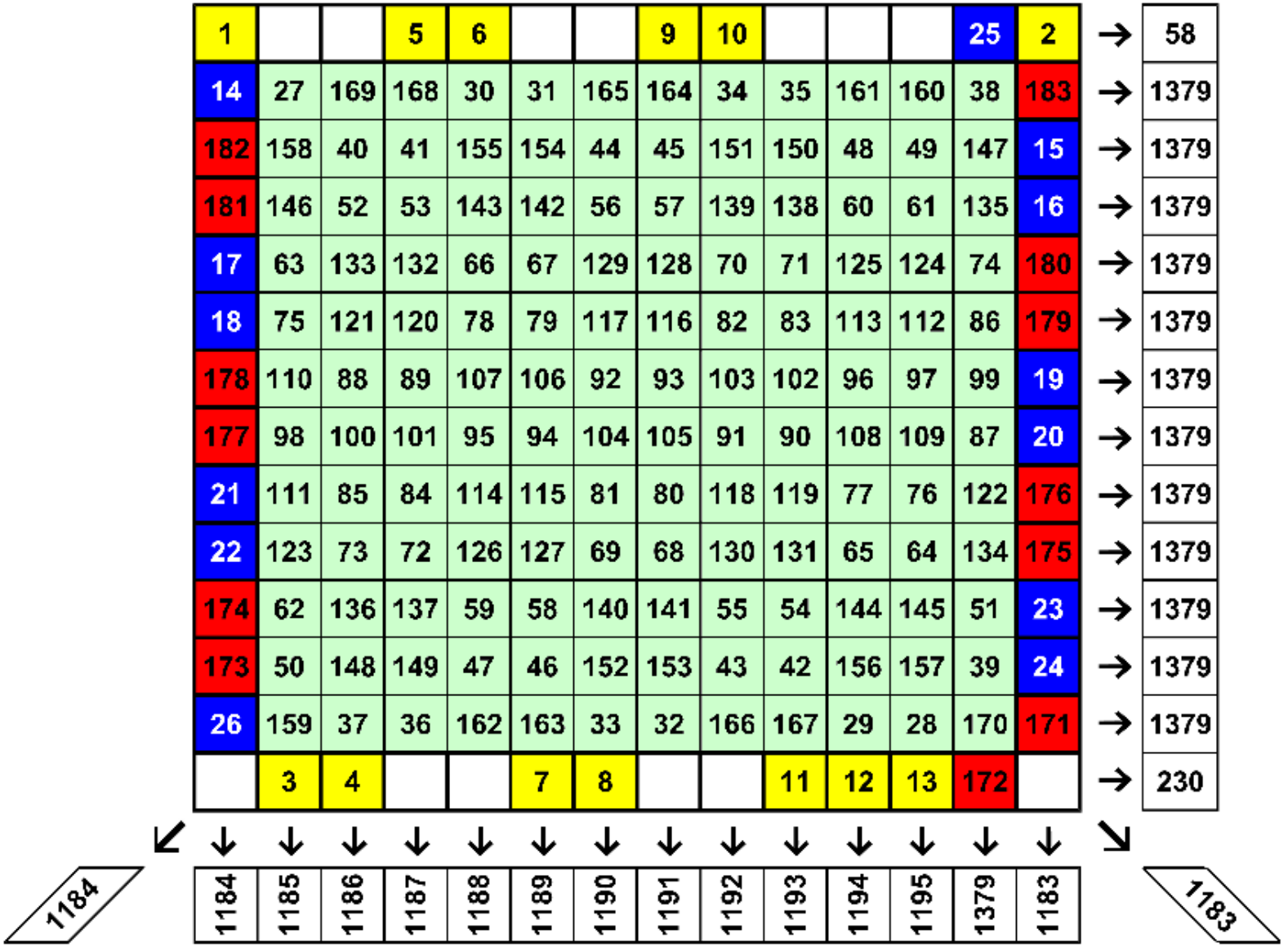
Carrés magiques d'ordre 14

1			5	6			9	10				25	2	→ 58
14	27	169	168	30	31	165	164	34	35	161	160	38		→ 1196
	158	40	41	155	154	44	45	151	150	48	49	147	15	→ 1197
	146	52	53	143	142	56	57	139	138	60	61	135	16	→ 1198
17	63	133	132	66	67	129	128	70	71	125	124	74		→ 1199
18	75	121	120	78	79	117	116	82	83	113	112	86		→ 1200
	110	88	89	107	106	92	93	103	102	96	97	99	19	→ 1201
	98	100	101	95	94	104	105	91	90	108	109	87	20	→ 1202
21	111	85	84	114	115	81	80	118	119	77	76	122		→ 1203
22	123	73	72	126	127	69	68	130	131	65	64	134		→ 1204
	62	136	137	59	58	140	141	55	54	144	145	51	23	→ 1205
	50	148	149	47	46	152	153	43	42	156	157	39	24	→ 1206
26	159	37	36	162	163	33	32	166	167	29	28	170		→ 1208
	3	4			7	8			11	12	13			→ 58
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘
1184	119	1185	1186	1187	1188	1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1207	119	1183

En zigzag…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

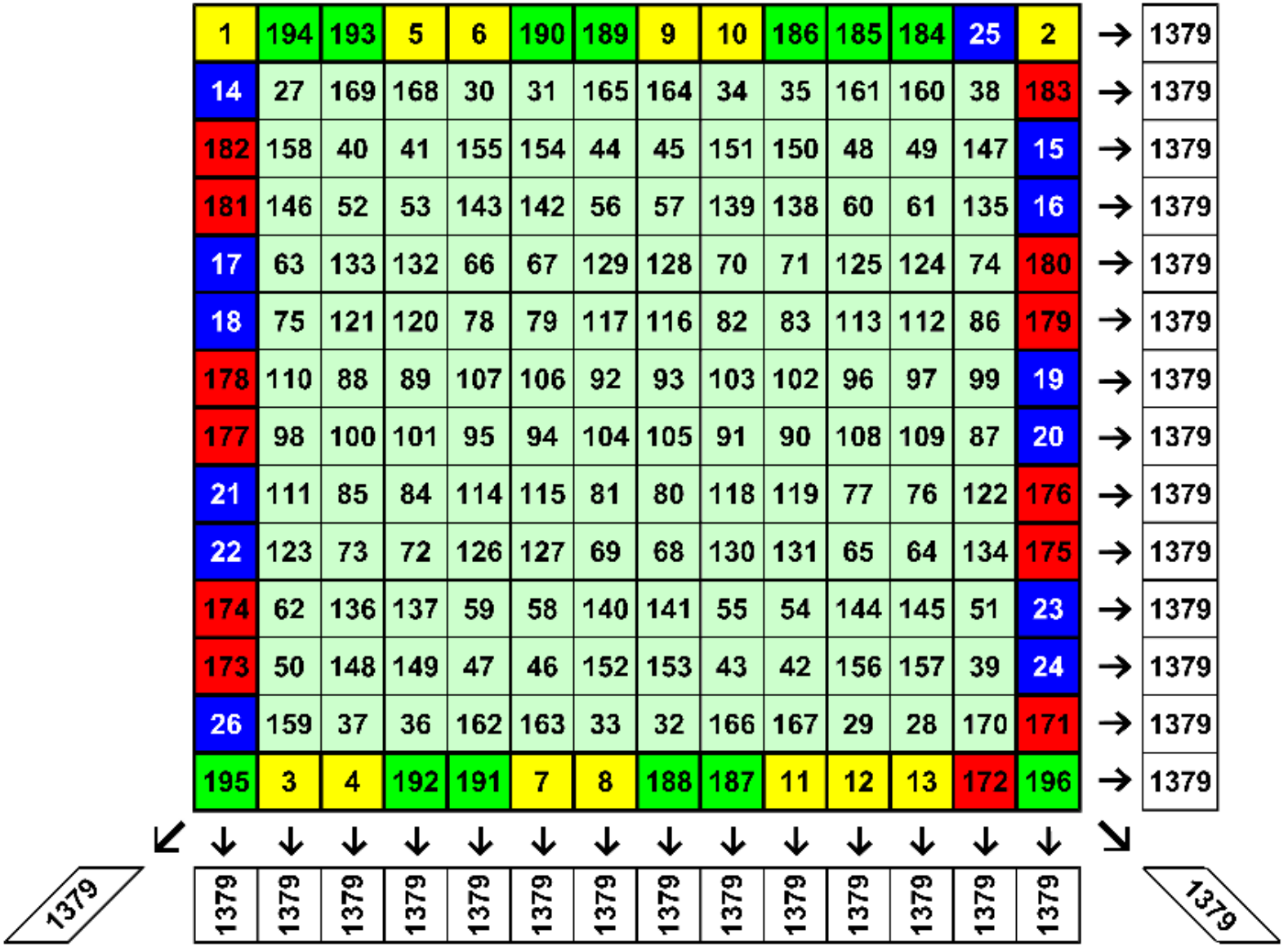


1			5	6			9	10				25	2	→ 58
14	27	169	168	30	31	165	164	34	35	161	160	38	183	→ 1379
182	158	40	41	155	154	44	45	151	150	48	49	147	15	→ 1379
181	146	52	53	143	142	56	57	139	138	60	61	135	16	→ 1379
17	63	133	132	66	67	129	128	70	71	125	124	74	180	→ 1379
18	75	121	120	78	79	117	116	82	83	113	112	86	179	→ 1379
178	110	88	89	107	106	92	93	103	102	96	97	99	19	→ 1379
177	98	100	101	95	94	104	105	91	90	108	109	87	20	→ 1379
21	111	85	84	114	115	81	80	118	119	77	76	122	176	→ 1379
22	123	73	72	126	127	69	68	130	131	65	64	134	175	→ 1379
174	62	136	137	59	58	140	141	55	54	144	145	51	23	→ 1379
173	50	148	149	47	46	152	153	43	42	156	157	39	24	→ 1379
26	159	37	36	162	163	33	32	166	167	29	28	170	171	→ 1379
	3	4			7	8			11	12	13	172		→ 230
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘
1184	1184	1185	1186	1187	1188	1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1379	1183

Puis les complémentaires ($i \rightarrow 197 - i$)…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



Puis les complémentaires ($i \rightarrow 197 - i$)…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

1	194	193	5	6	190	189	9	10	186	185	184	25	2
14	27	169	168	30	31	165	164	34	35	161	160	38	183
182	158	40	41	155	154	44	45	151	150	48	49	147	15
181	146	52	53	143	142	56	57	139	138	60	61	135	16
17	63	133	132	66	67	129	128	70	71	125	124	74	180
18	75	121	120	78	79	117	116	82	83	113	112	86	179
178	110	88	89	107	106	92	93	103	102	96	97	99	19
177	98	100	101	95	94	104	105	91	90	108	109	87	20
21	111	85	84	114	115	81	80	118	119	77	76	122	176
22	123	73	72	126	127	69	68	130	131	65	64	134	175
174	62	136	137	59	58	140	141	55	54	144	145	51	23
173	50	148	149	47	46	152	153	43	42	156	157	39	24
26	159	37	36	162	163	33	32	166	167	29	28	170	171
195	3	4	192	191	7	8	188	187	11	12	13	172	196

Un carré normal bordé de somme 1379

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

À partir du carré de Dürer…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

26	13	12	23
15	20	21	18
19	16	17	22
14	25	24	11

Que l'on translate de 10 (= 2x4+2)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

1	34	33	32	9	2
6	26	13	12	23	31
30	15	20	21	18	7
29	19	16	17	22	8
10	14	25	24	11	27
35	3	4	5	28	36

Un carré magique d'ordre 6

avec des bordures de 1 à 10 et de 27 à 36

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

15	48	47	46	23	16
20	40	27	26	37	45
44	29	34	35	32	21
43	33	30	31	36	22
24	28	39	38	25	41
49	17	18	19	42	50

Que l'on translate de 14 (= 2x6+2)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

1	62	61	54	53	13	14	2
10	15	48	47	46	23	16	55
56	20	40	27	26	37	45	9
57	44	29	34	35	32	21	8
7	43	33	30	31	36	22	58
6	24	28	39	38	25	41	59
60	49	17	18	19	42	50	5
63	3	4	11	12	52	51	64

Un carré magique d'ordre 8

avec des bordures de 1 à 14 et de 41 à 64

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

19	80	79	72	71	31	32	20
28	33	66	65	64	41	34	73
74	38	58	45	44	55	63	27
75	62	47	52	53	50	39	26
25	61	51	48	49	54	40	76
24	42	46	57	56	43	59	77
78	67	35	36	37	60	68	23
81	21	22	29	30	70	69	82

Que l'on translate de 18 (= 2x8+2)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

1	98	97	5	6	94	93	92	17	2
10	19	80	79	72	71	31	32	20	91
90	28	33	66	65	64	41	34	73	11
89	74	38	58	45	44	55	63	27	12
13	75	62	47	52	53	50	39	26	88
14	25	61	51	48	49	54	40	76	87
86	24	42	46	57	56	43	59	77	15
85	78	67	35	36	37	60	68	23	16
18	81	21	22	29	30	70	69	82	83
99	3	4	96	95	7	8	9	84	100

Un carré magique d'ordre 10

avec des bordures de 1 à 18 et de 83 à 100

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

23	120	119	27	28	116	115	114	39	24
32	41	102	101	94	93	53	54	42	113
112	50	55	88	87	86	63	56	95	33
111	96	60	80	67	66	77	85	49	34
35	97	84	69	74	75	72	61	48	110
36	47	83	73	70	71	76	62	98	109
108	46	64	68	79	78	65	81	99	37
107	100	89	57	58	59	82	90	45	38
40	103	43	44	51	52	92	91	104	105
121	25	26	118	117	29	30	31	106	122

Que l'on translate de 22 (= 2x10+2)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

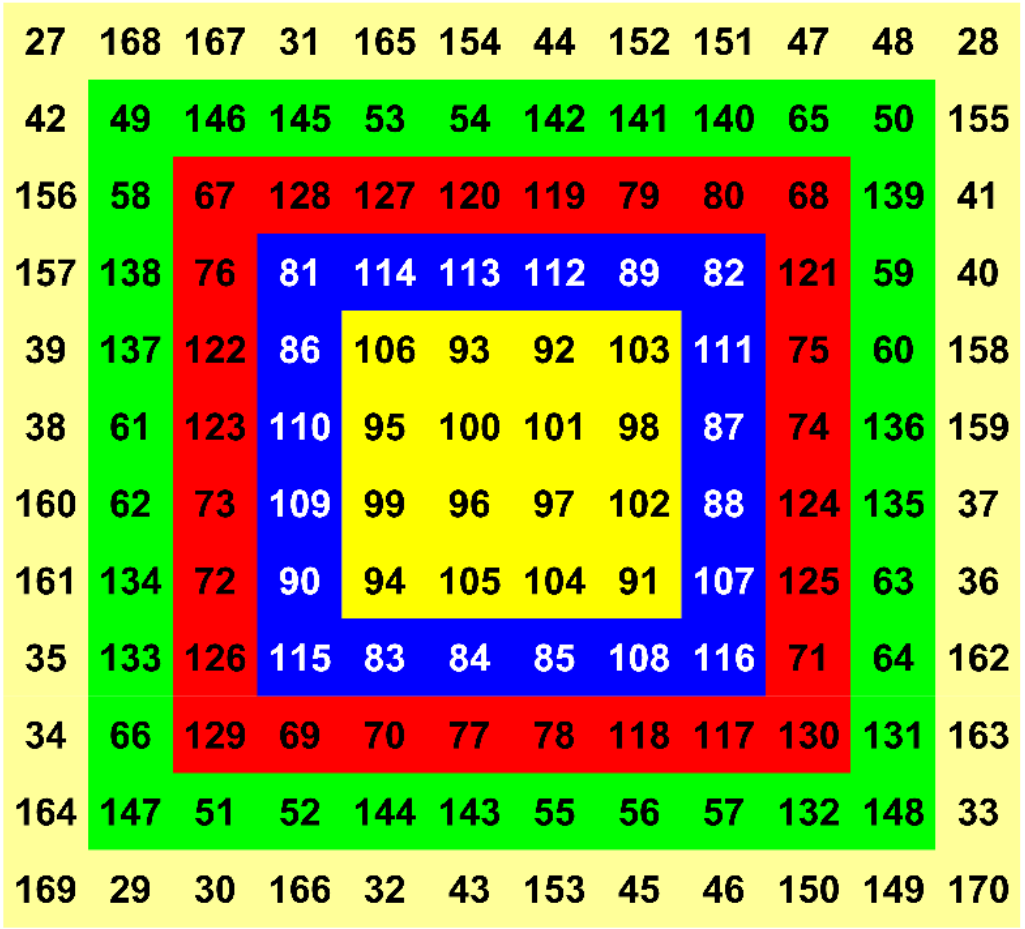
1	142	141	5	139	128	18	126	125	21	22	2
16	23	120	119	27	28	116	115	114	39	24	129
130	32	41	102	101	94	93	53	54	42	113	15
131	112	50	55	88	87	86	63	56	95	33	14
13	111	96	60	80	67	66	77	85	49	34	132
12	35	97	84	69	74	75	72	61	48	110	133
134	36	47	83	73	70	71	76	62	98	109	11
135	108	46	64	68	79	78	65	81	99	37	10
9	107	100	89	57	58	59	82	90	45	38	136
8	40	103	43	44	51	52	92	91	104	105	137
138	121	25	26	118	117	29	30	31	106	122	7
143	3	4	140	6	17	127	19	20	124	123	144

Un carré magique d'ordre 12

avec des bordures de 1 à 10 et de 27 à 36

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



27	168	167	31	165	154	44	152	151	47	48	28
42	49	146	145	53	54	142	141	140	65	50	155
156	58	67	128	127	120	119	79	80	68	139	41
157	138	76	81	114	113	112	89	82	121	59	40
39	137	122	86	106	93	92	103	111	75	60	158
38	61	123	110	95	100	101	98	87	74	136	159
160	62	73	109	99	96	97	102	88	124	135	37
161	134	72	90	94	105	104	91	107	125	63	36
35	133	126	115	83	84	85	108	116	71	64	162
34	66	129	69	70	77	78	118	117	130	131	163
164	147	51	52	144	143	55	56	57	132	148	33
169	29	30	166	32	43	153	45	46	150	149	170

Que l'on translate de 26 (= 2x12+2)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

1	194	193	5	6	190	189	9	10	186	185	184	25	2
14	27	168	167	31	165	154	44	152	151	47	48	28	183
182	42	49	146	145	53	54	142	141	140	65	50	155	15
181	156	58	67	128	127	120	119	79	80	68	139	41	16
17	157	138	76	81	114	113	112	89	82	121	59	40	180
18	39	137	122	86	106	93	92	103	111	75	60	158	179
178	38	61	123	110	95	100	101	98	87	74	136	159	19
177	160	62	73	109	99	96	97	102	88	124	135	37	20
21	161	134	72	90	94	105	104	91	107	125	63	36	176
22	35	133	126	115	83	84	85	108	116	71	64	162	175
174	34	66	129	69	70	77	78	118	117	130	131	163	23
173	164	147	51	52	144	143	55	56	57	132	148	33	24
26	169	29	30	166	32	43	153	45	46	150	149	170	171
195	3	4	192	191	7	8	188	187	11	12	13	172	196

Un carré magique d'ordre 14

avec des bordures de 1 à 26 et de 171 à 196

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

1	194	193	5	6	190	189	9	10	186	185	184	25	2
14	27	168	167	31	165	154	44	152	151	47	48	28	183
182	42	49	146	145	53	54	142	141	140	65	50	155	15
181	156	58	67	128	127	120	119	79	80	68	139	41	16
17	157	138	76	81	114	113	112	89	82	121	59	40	180
18	39	137	122	86	106	93	92	103	111	75	60	158	179
178	38	61	123	110	95	100	101	98	87	74	136	159	19
177	160	62	73	109	99	96	97	102	88	124	135	37	20
21	161	134	72	90	94	105	104	91	107	125	63	36	176
22	35	133	126	115	83	84	85	108	116	71	64	162	175
174	34	66	129	69	70	77	78	118	117	130	131	163	23
173	164	147	51	52	144	143	55	56	57	132	148	33	24
26	169	29	30	166	32	43	153	45	46	150	149	170	171
195	3	4	192	191	7	8	188	187	11	12	13	172	196

Un carré normal à enceintes de somme 1379

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

Ralph Strachey (1868–1923)

Ingénieur civil indien.

→ *Une méthode de construction en quadrants à partir d'un carré d'ordre 7 et de trois translatés*



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

À partir d'un carré magique d'ordre 7…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

71	96	65	90	59	84	53
54	72	97	66	91	60	78
79	55	73	98	67	85	61
62	80	56	74	92	68	86
87	63	81	50	75	93	69
70	88	57	82	51	76	94
95	64	89	58	83	52	77

Une translation de 49 (= 7^2)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

120	145	114	139	108	133	102
103	121	146	115	140	109	127
128	104	122	147	116	134	110
111	129	105	123	141	117	135
136	112	130	99	124	142	118
119	137	106	131	100	125	143
144	113	138	107	132	101	126

71	96	65	90	59	84	53
54	72	97	66	91	60	78
79	55	73	98	67	85	61
62	80	56	74	92	68	86
87	63	81	50	75	93	69
70	88	57	82	51	76	94
95	64	89	58	83	52	77

Une translation de 98 (= 2x49)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

120	145	114	139	108	133	102
103	121	146	115	140	109	127
128	104	122	147	116	134	110
111	129	105	123	141	117	135
136	112	130	99	124	142	118
119	137	106	131	100	125	143
144	113	138	107	132	101	126

169	194	163	188	157	182	151
152	170	195	164	189	158	176
177	153	171	196	165	183	159
160	178	154	172	190	166	184
185	161	179	148	173	191	167
168	186	155	180	149	174	192
193	162	187	156	181	150	175

71	96	65	90	59	84	53
54	72	97	66	91	60	78
79	55	73	98	67	85	61
62	80	56	74	92	68	86
87	63	81	50	75	93	69
70	88	57	82	51	76	94
95	64	89	58	83	52	77

Une translation de 147 (= 3x49)

© Aimé Lachal – 2016

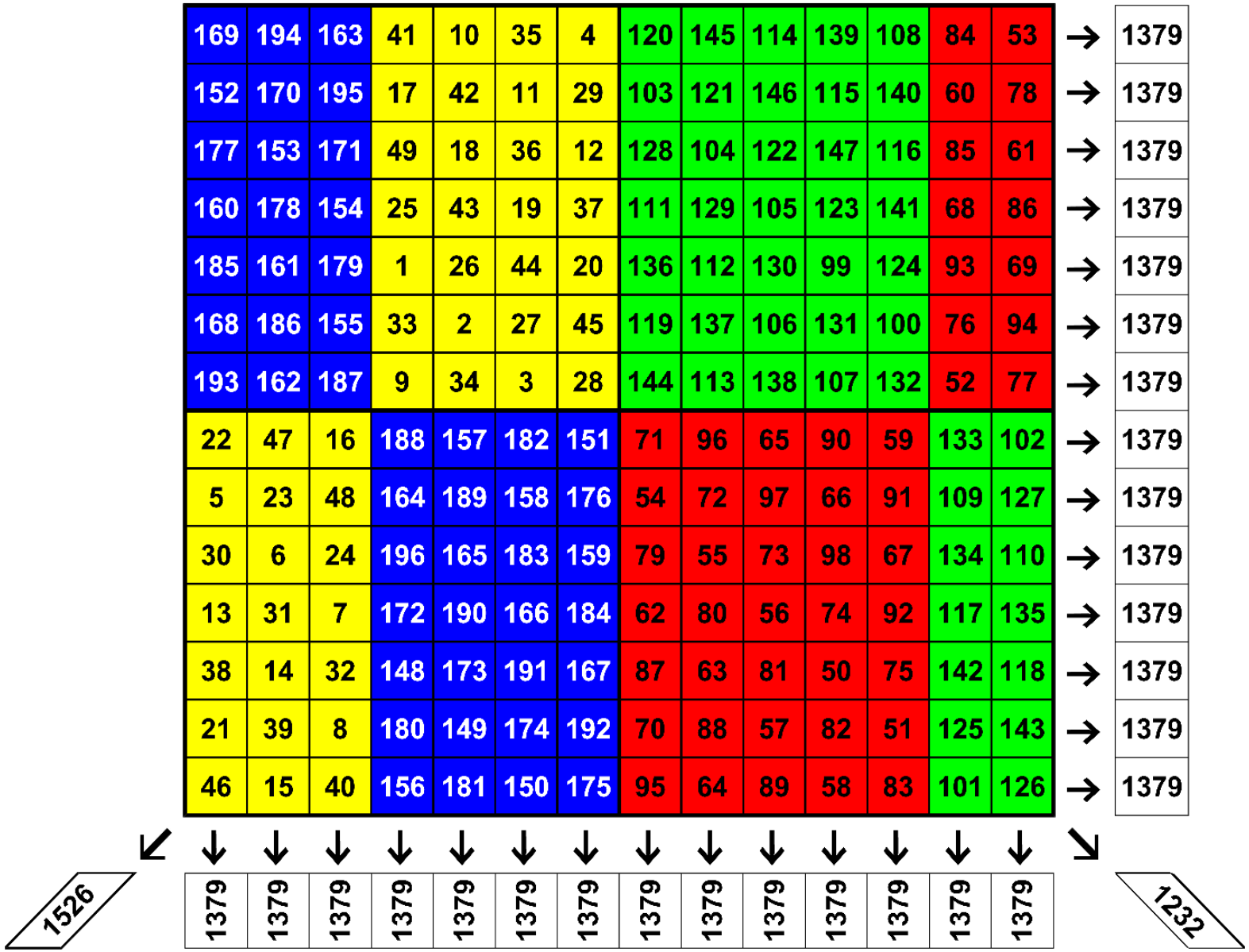
Carrés magiques d'ordre 14

22	47	16	41	10	35	4	120	145	114	139	108	133	102	→ 1036
5	23	48	17	42	11	29	103	121	146	115	140	109	127	→ 1036
30	6	24	49	18	36	12	128	104	122	147	116	134	110	→ 1036
13	31	7	25	43	19	37	111	129	105	123	141	117	135	→ 1036
38	14	32	1	26	44	20	136	112	130	99	124	142	118	→ 1036
21	39	8	33	2	27	45	119	137	106	131	100	125	143	→ 1036
46	15	40	9	34	3	28	144	113	138	107	132	101	126	→ 1036
169	194	163	188	157	182	151	71	96	65	90	59	84	53	→ 1722
152	170	195	164	189	158	176	54	72	97	66	91	60	78	→ 1722
177	153	171	196	165	183	159	79	55	73	98	67	85	61	→ 1722
160	178	154	172	190	166	184	62	80	56	74	92	68	86	→ 1722
185	161	179	148	173	191	167	87	63	81	50	75	93	69	→ 1722
168	186	155	180	149	174	192	70	88	57	82	51	76	94	→ 1722
193	162	187	156	181	150	175	95	64	89	58	83	52	77	→ 1722
↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘
2065	1379	1379	1379	1379	1379	1379	1379	1379	1379	1379	1379	1379	1379	693

Concaténation des 4 quadrants

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



On inverse les 3 premières et les 2 dernières colonnes par blocs (haut ↔ bas)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

169	194	163	41	10	35	4	120	145	114	139	108	84	53	→ 1379
152	170	195	17	42	11	29	103	121	146	115	140	60	78	→ 1379
177	153	171	49	18	36	12	128	104	122	147	116	85	61	→ 1379
13	178	154	172	43	19	37	111	129	105	123	141	68	86	→ 1379
185	161	179	1	26	44	20	136	112	130	99	124	93	69	→ 1379
168	186	155	33	2	27	45	119	137	106	131	100	76	94	→ 1379
193	162	187	9	34	3	28	144	113	138	107	132	52	77	→ 1379
22	47	16	188	157	182	151	71	96	65	90	59	133	102	→ 1379
5	23	48	164	189	158	176	54	72	97	66	91	109	127	→ 1379
30	6	24	196	165	183	159	79	55	73	98	67	134	110	→ 1379
160	31	7	25	190	166	184	62	80	56	74	92	117	135	→ 1379
38	14	32	148	173	191	167	87	63	81	50	75	142	118	→ 1379
21	39	8	180	149	174	192	70	88	57	82	51	125	143	→ 1379
46	15	40	156	181	150	175	95	64	89	58	83	101	126	→ 1379

↙ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↘

1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379 | 1379

On inverse les termes médiants et centraux
des deux premiers quadrants de droite (haut ↔ bas)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

169	194	163	41	10	35	4	120	145	114	139	108	84	53
152	170	195	17	42	11	29	103	121	146	115	140	60	78
177	153	171	49	18	36	12	128	104	122	147	116	85	61
13	178	154	172	43	19	37	111	129	105	123	141	68	86
185	161	179	1	26	44	20	136	112	130	99	124	93	69
168	186	155	33	2	27	45	119	137	106	131	100	76	94
193	162	187	9	34	3	28	144	113	138	107	132	52	77
22	47	16	188	157	182	151	71	96	65	90	59	133	102
5	23	48	164	189	158	176	54	72	97	66	91	109	127
30	6	24	196	165	183	159	79	55	73	98	67	134	110
160	31	7	25	190	166	184	62	80	56	74	92	117	135
38	14	32	148	173	191	167	87	63	81	50	75	142	118
21	39	8	180	149	174	192	70	88	57	82	51	125	143
46	15	40	156	181	150	175	95	64	89	58	83	101	126

Un carré normal de somme 1379

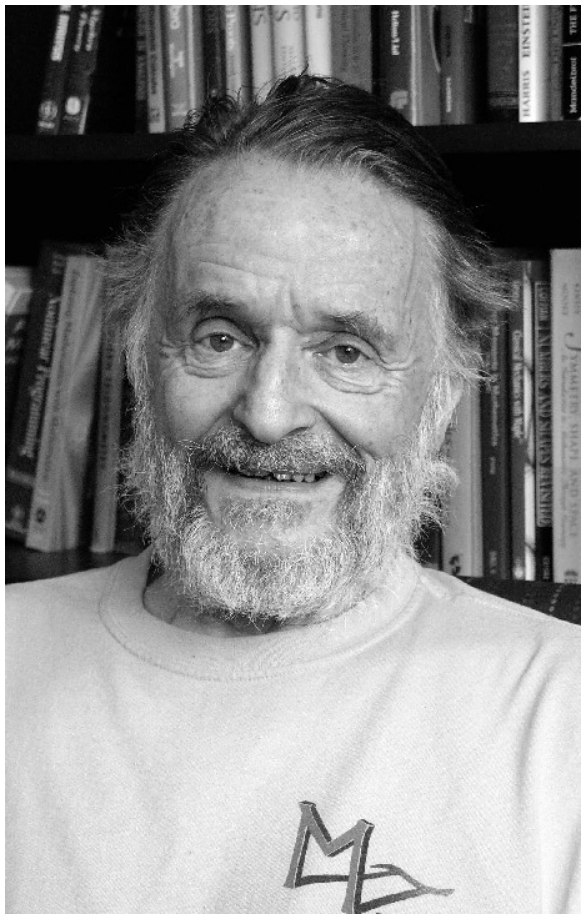
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

John Horton Conway (1937–)

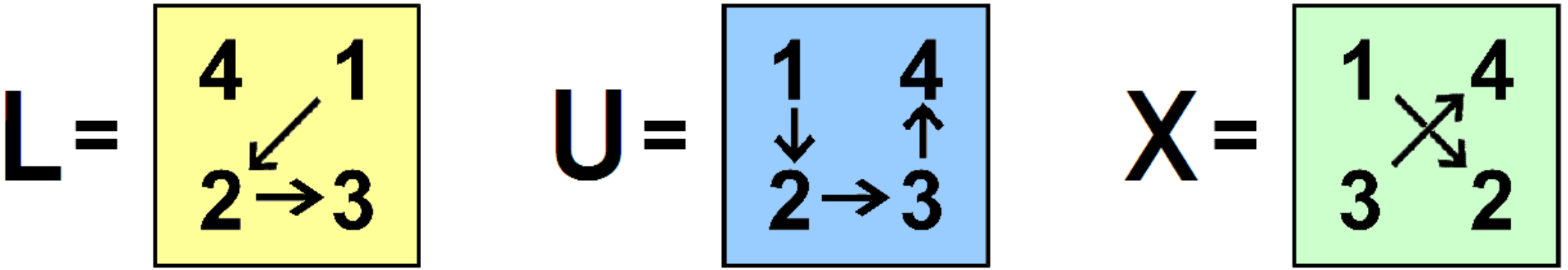
Mathématicien britannique.

→ *Méthode « LUX »*
(construction en mosaïque
à partir d'un carré d'ordre 7
et de trois motifs d'ordre 2)



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



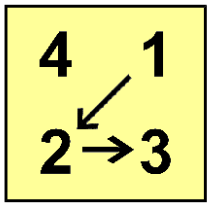
À partir de trois motifs d'ordre 2…

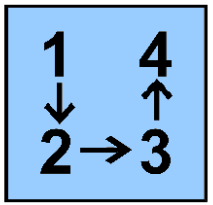
© Aimé Lachal – 2016

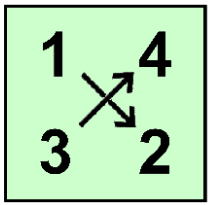
Carrés magiques d'ordre 14

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

L	L	L	L	L	L	L
L	L	L	L	L	L	L
L	L	L	L	L	L	L
L	L	L	U	L	L	L
U	U	U	L	U	U	U
X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X

L = 

U = 

X = 

Et de deux carrés d'ordre 7…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

L_{22}	L_{47}	L_{16}	L_{41}	L_{10}	L_{35}	L_{4}
L_{5}	L_{23}	L_{48}	L_{17}	L_{42}	L_{11}	L_{29}
L_{30}	L_{6}	L_{24}	L_{49}	L_{18}	L_{36}	L_{12}
L_{13}	L_{31}	L_{7}	U_{25}	L_{43}	L_{19}	L_{37}
U_{38}	U_{14}	U_{32}	L_{1}	U_{26}	U_{44}	U_{20}
X_{21}	X_{39}	X_{8}	X_{33}	X_{2}	X_{27}	X_{45}
X_{46}	X_{15}	X_{40}	X_{9}	X_{34}	X_{3}	X_{28}

$$L_i = L + 4(i-1)\,\mathbf{I}$$

$$U_i = U + 4(i-1)\,\mathbf{I}$$

$$X_i = X + 4(i-1)\,\mathbf{I}$$

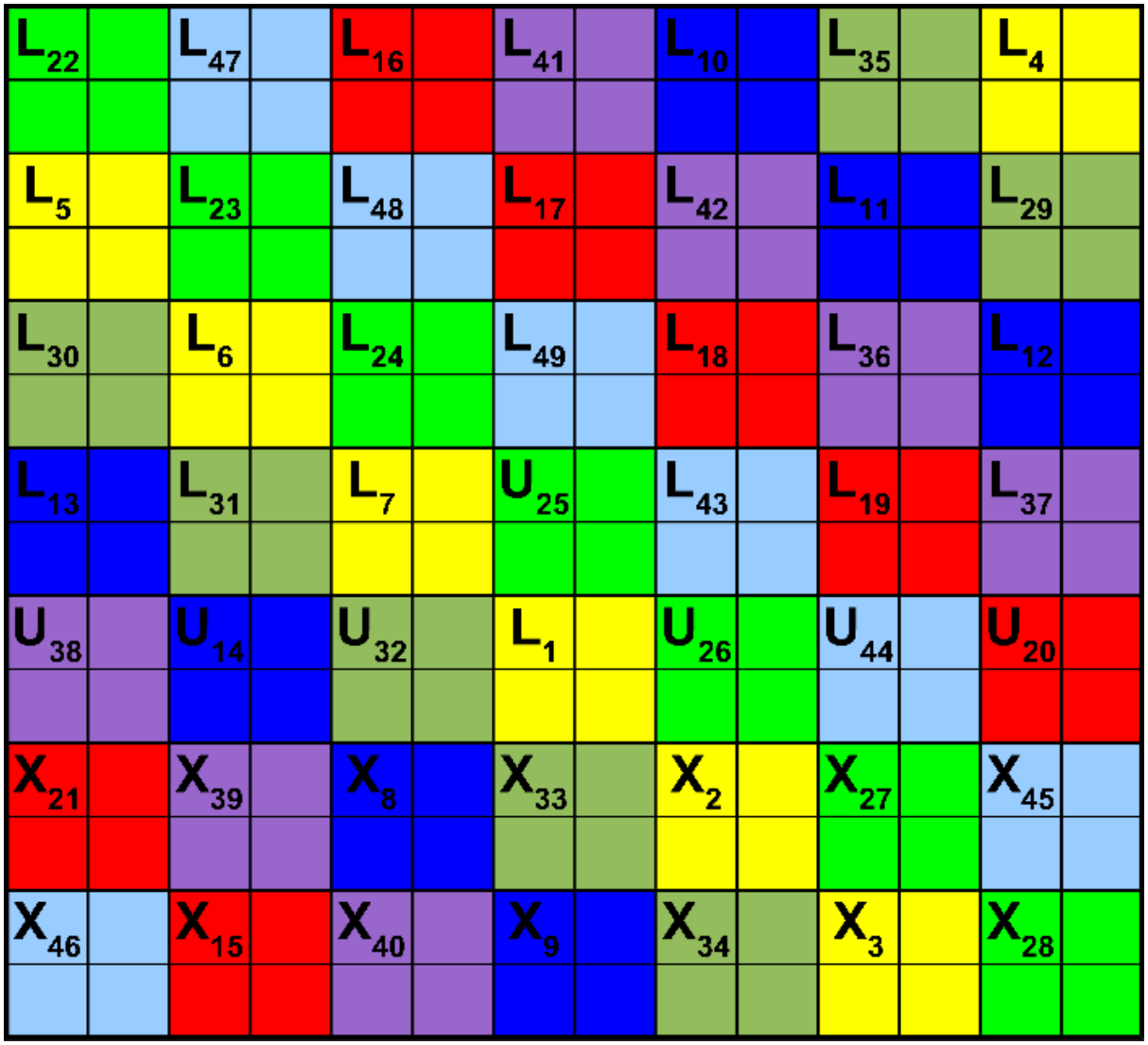
avec $\mathbf{I} =$

1	1
1	1

Après superposition…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



$$L_i = L + 4(i-1)\,\mathbf{I}$$

$$U_i = U + 4(i-1)\,\mathbf{I}$$

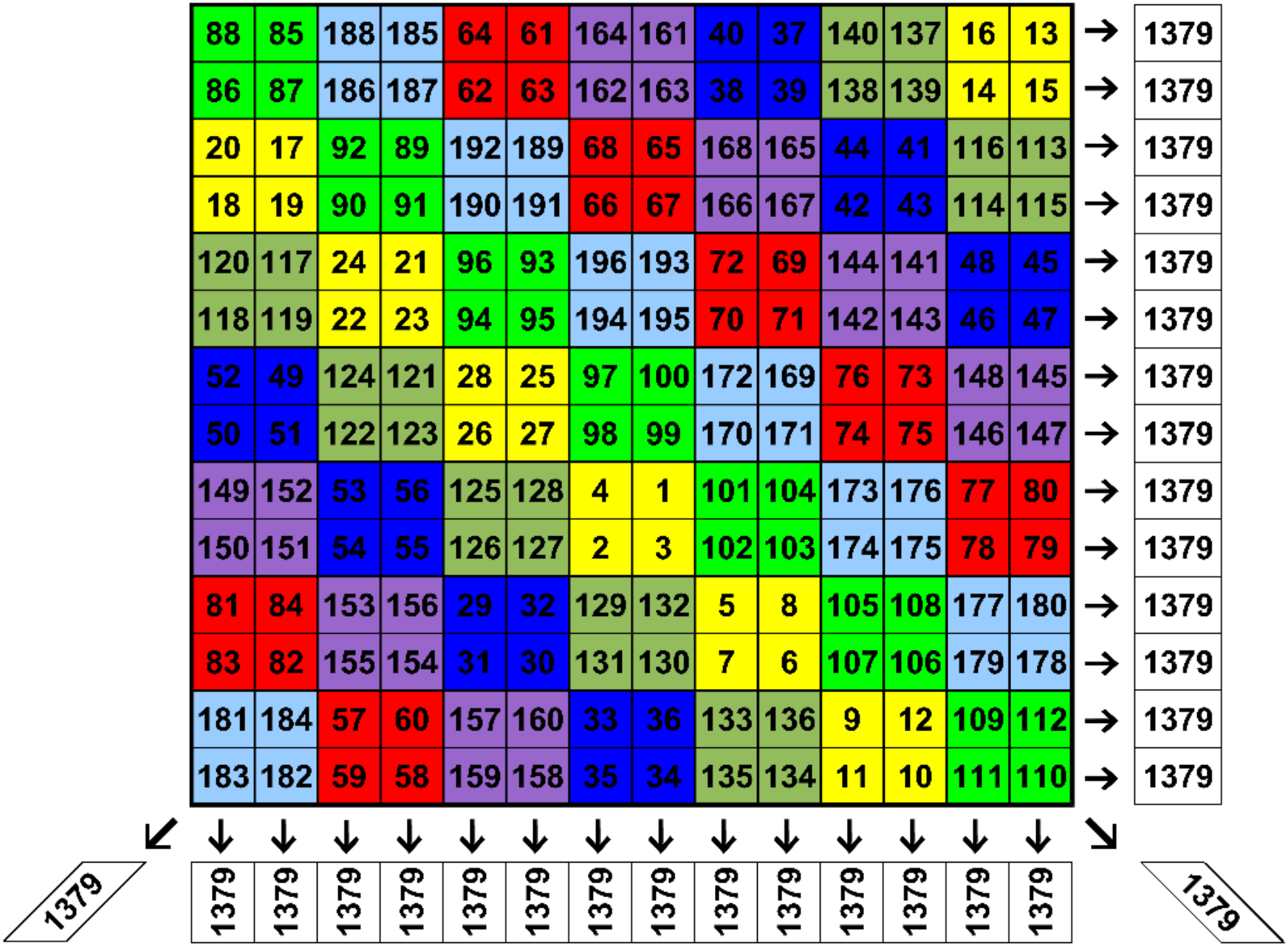
$$X_i = X + 4(i-1)\,\mathbf{I}$$

avec $\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Après superposition…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

88	85	188	185	64	61	164	161	40	37	140	137	16	13
86	87	186	187	62	63	162	163	38	39	138	139	14	15
20	17	92	89	192	189	68	65	168	165	44	41	116	113
18	19	90	91	190	191	66	67	166	167	42	43	114	115
120	117	24	21	96	93	196	193	72	69	144	141	48	45
118	119	22	23	94	95	194	195	70	71	142	143	46	47
52	49	124	121	28	25	97	100	172	169	76	73	148	145
50	51	122	123	26	27	98	99	170	171	74	75	146	147
149	152	53	56	125	128	4	1	101	104	173	176	77	80
150	151	54	55	126	127	2	3	102	103	174	175	78	79
81	84	153	156	29	32	129	132	5	8	105	108	177	180
83	82	155	154	31	30	131	130	7	6	107	106	179	178
181	184	57	60	157	160	33	36	133	136	9	12	109	112
183	182	59	58	159	158	35	34	135	134	11	10	111	110

Un carré normal de somme 1379

© Aimé Lachal – 2016

Un personnage singulier…

Un carré insolite…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

Marilyn vos Savant (1946–)

Écrivain et chroniqueuse dans un magazine américain (Parade magazine).



→ *QI le plus élevé du monde ?!*



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

You once published a 9x9 square with the numbers 1 to 81. All vertical and horizontal rows, and both diagonal rows, added up to the same total. There is a known method to produce a number square. But you didn't use it! I have been going crazy trying to figure out your pattern, which seems unique. Can you do it in *another* unique way? How about a larger square? (Or will you use the excuse that it won't fit in your column?) **—K. Lesser, Houston, Tex.**

I don't use a pattern, and this can't be unique, but here's a 14x14 square, using the numbers 1 to 196. Each row totals 1379:

007	184	019	175	126	114	089	106	066	134	141	148	036	034
190	011	176	022	120	078	088	091	131	057	051	043	159	162
006	188	177	023	076	115	108	105	132	062	050	149	155	033
196	009	015	174	121	079	099	092	065	135	146	048	037	163
005	187	178	075	024	116	098	104	133	061	052	150	161	035
192	012	021	122	173	080	087	093	069	136	145	047	038	164
004	186	179	025	074	117	110	100	130	060	053	151	158	032
193	010	018	172	123	081	086	097	068	137	144	046	039	165
003	185	180	026	157	118	109	103	129	054	059	152	073	031
194	008	017	171	040	082	090	094	067	143	138	045	124	166
002	189	181	027	072	119	107	102	128	058	055	153	156	030
195	013	016	170	125	083	085	095	064	139	142	044	041	167
001	183	182	028	071	113	111	101	127	063	056	154	160	029
191	014	020	169	077	084	112	096	070	140	147	049	042	168

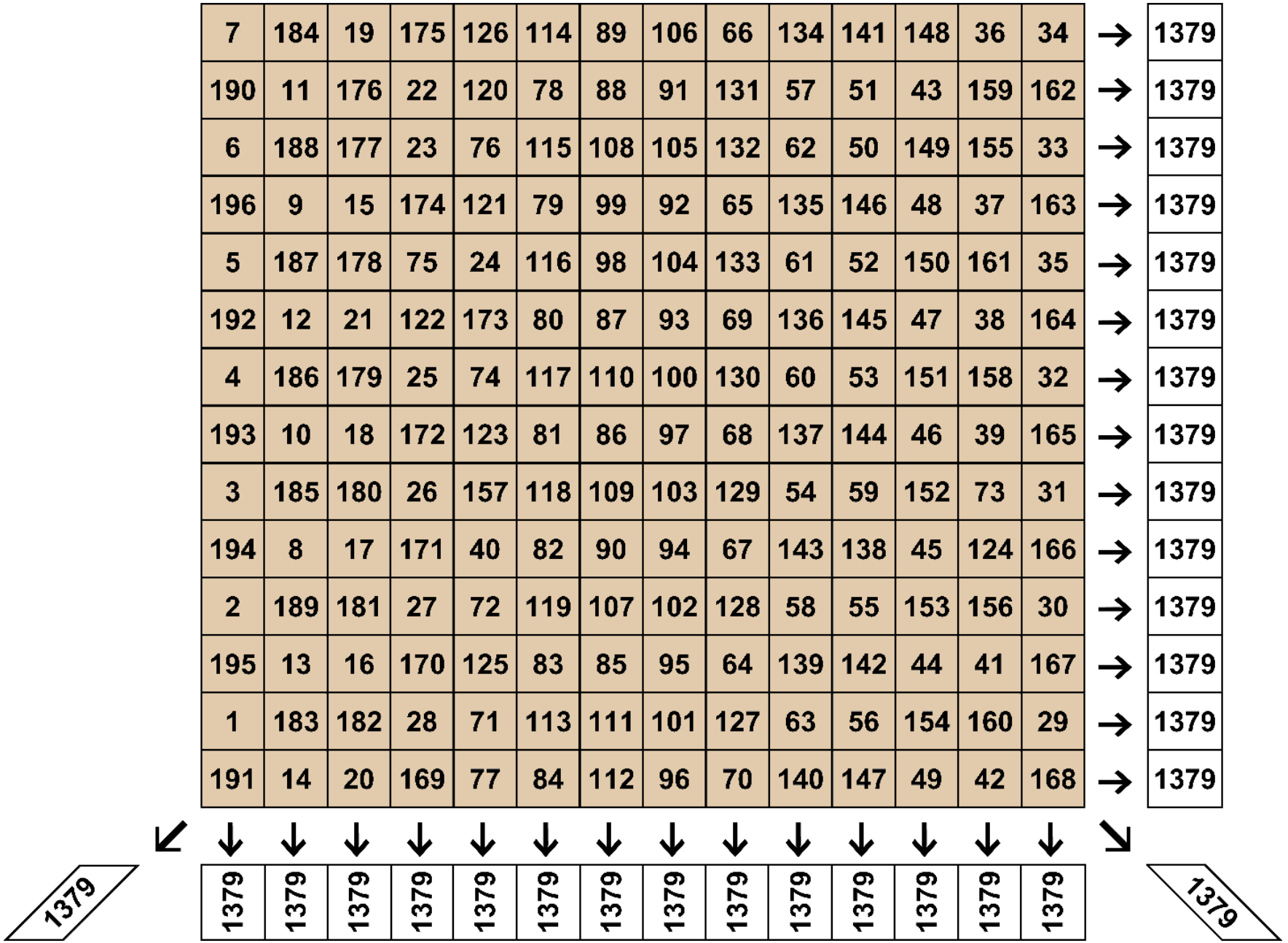
If you have a question for Marilyn vos Savant, who is listed in the "Guinness Book of World Records" Hall of Fame for "Highest IQ," send it to: Ask Marilyn, PARADE, 711 Third Ave., New York, N.Y. 10017. Because of volume of mail, personal replies are not possible.

Readers can now send e-mail to Marilyn vos Savant. Write her at *marilyn@parade.com* with your questions and comments.

Un carré normal insolite…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168

1–14

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168



1–14

15–28

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168



1–14

15–28

29–42

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168

1–14
15–28
29–42
43–56
57–70
71–84

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168

	1–14
	15–28
	29–42
	43–56
	57–70
	71–84
	85–98

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

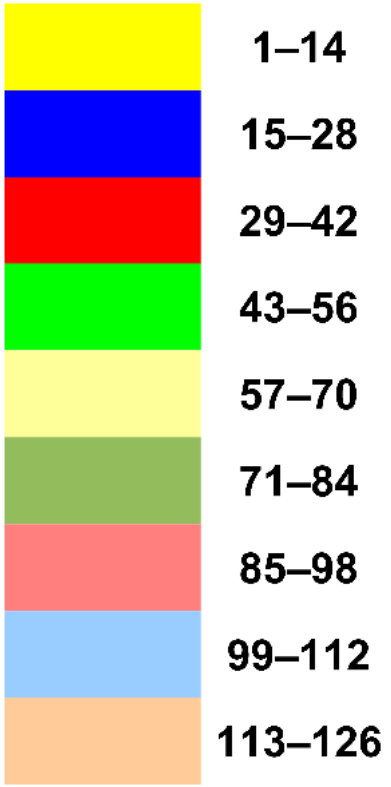
7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168

	1–14
	15–28
	29–42
	43–56
	57–70
	71–84
	85–98
	99–112

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

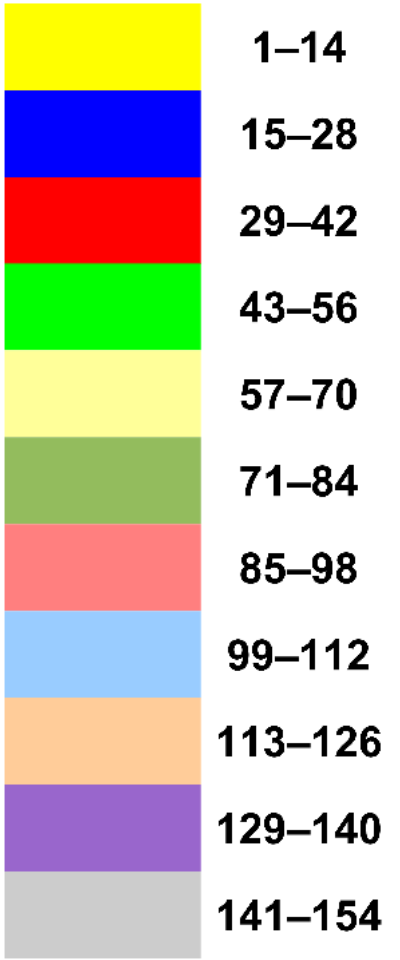
7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168

1–14
15–28
29–42
43–56
57–70
71–84
85–98
99–112
113–126
129–140

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

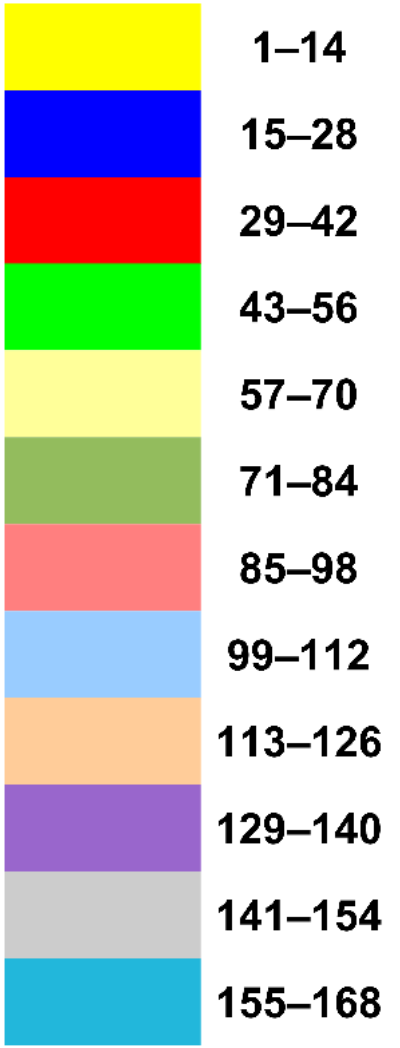
7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

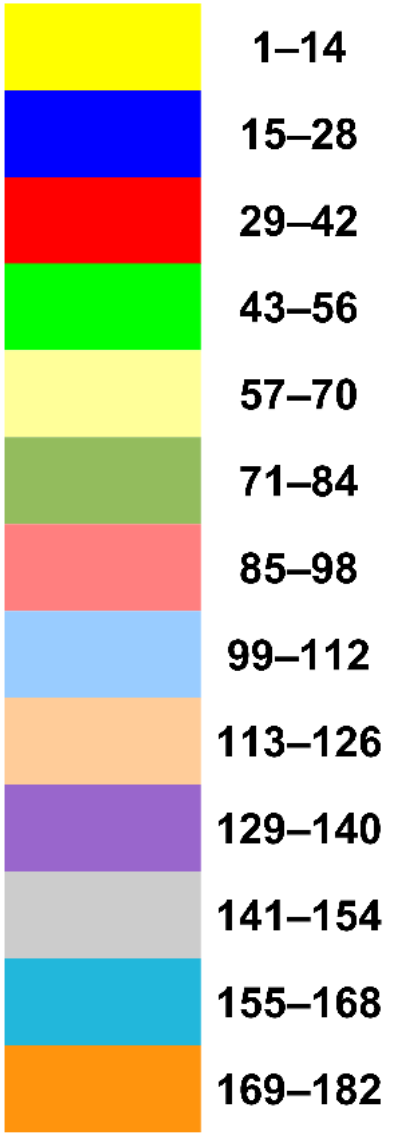
7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

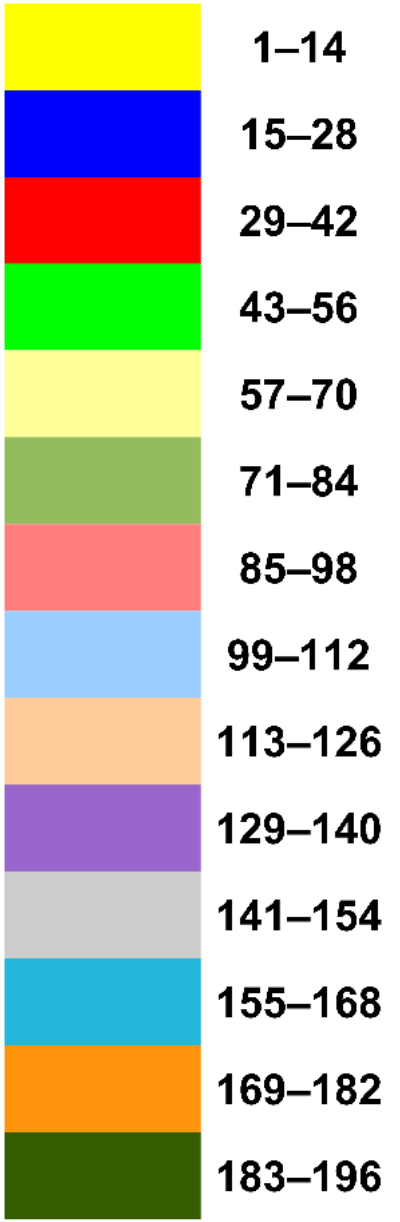
7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168

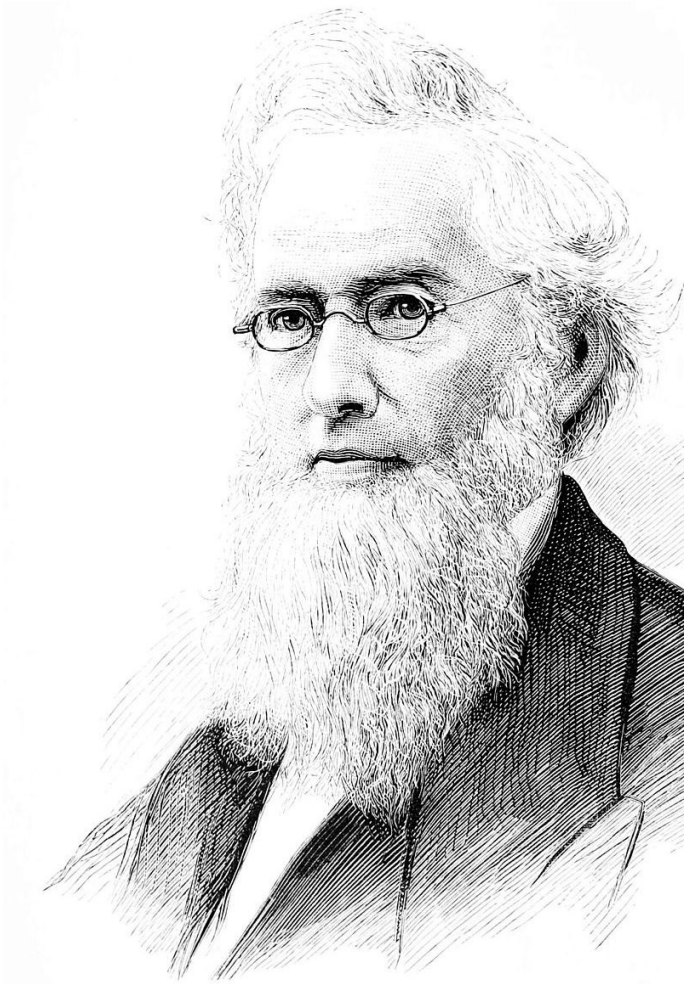
Un carré normal de somme 1379

© Aimé Lachal – 2016

Quelques joyaux : des carrés à motifs

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



Frederick A.P. Barnard
Scientifique et éducateur américain
(1809–1889)



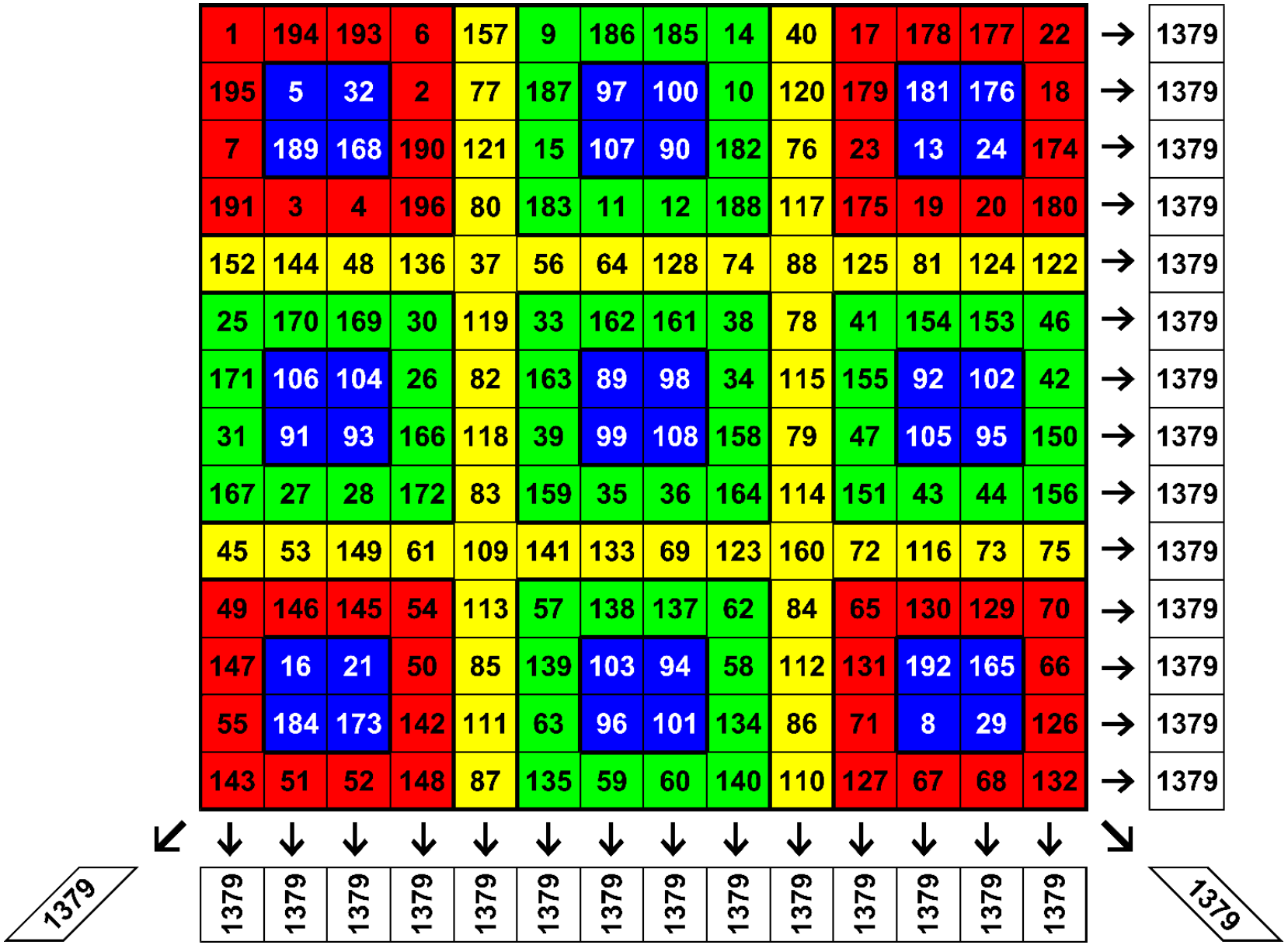
David M. Collison
… américain
(1933–1991)



John Robert Hendricks
Mathématicien canadien
(1929–2007)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

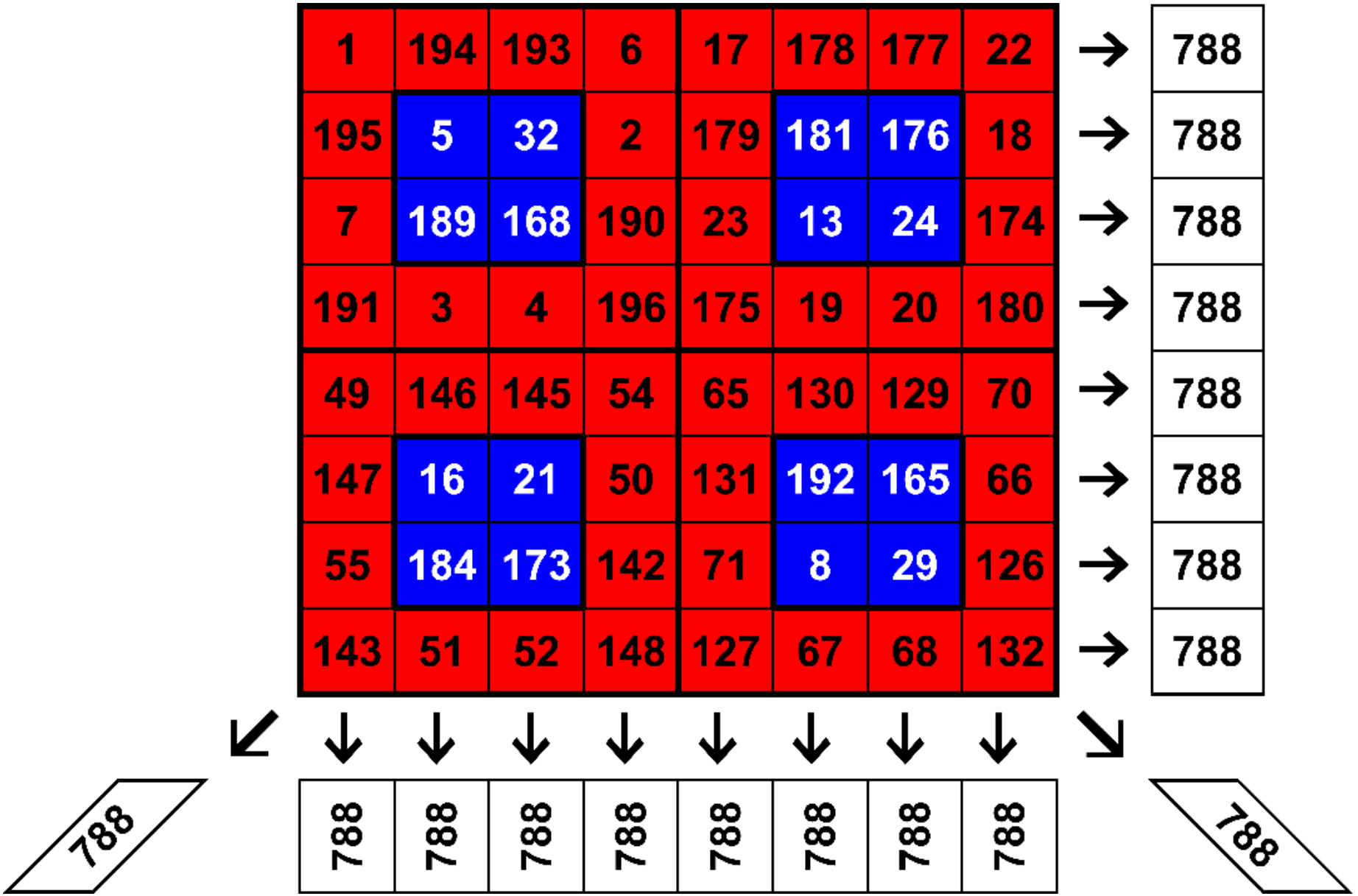
1	194	193	6	9	186	185	14	17	178	177	22	→ 1182
195	5	32	2	187	97	100	10	179	181	176	18	→ 1182
7	189	168	190	15	107	90	182	23	13	24	174	→ 1182
191	3	4	196	183	11	12	188	175	19	20	180	→ 1182
25	170	169	30	33	162	161	38	41	154	153	46	→ 1182
171	106	104	26	163	89	98	34	155	92	102	42	→ 1182
31	91	93	166	39	99	108	158	47	105	95	150	→ 1182
167	27	28	172	159	35	36	164	151	43	44	156	→ 1182
49	146	145	54	57	138	137	62	65	130	129	70	→ 1182
147	16	21	50	139	103	94	58	131	192	165	66	→ 1182
55	184	173	142	63	96	101	134	71	8	29	126	→ 1182
143	51	52	148	135	59	60	140	127	67	68	132	→ 1182
↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓ ↘
1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182	1182

1182 1182

En supprimant les lignes et colonnes jaunes…

© Aimé Lachal – 2016

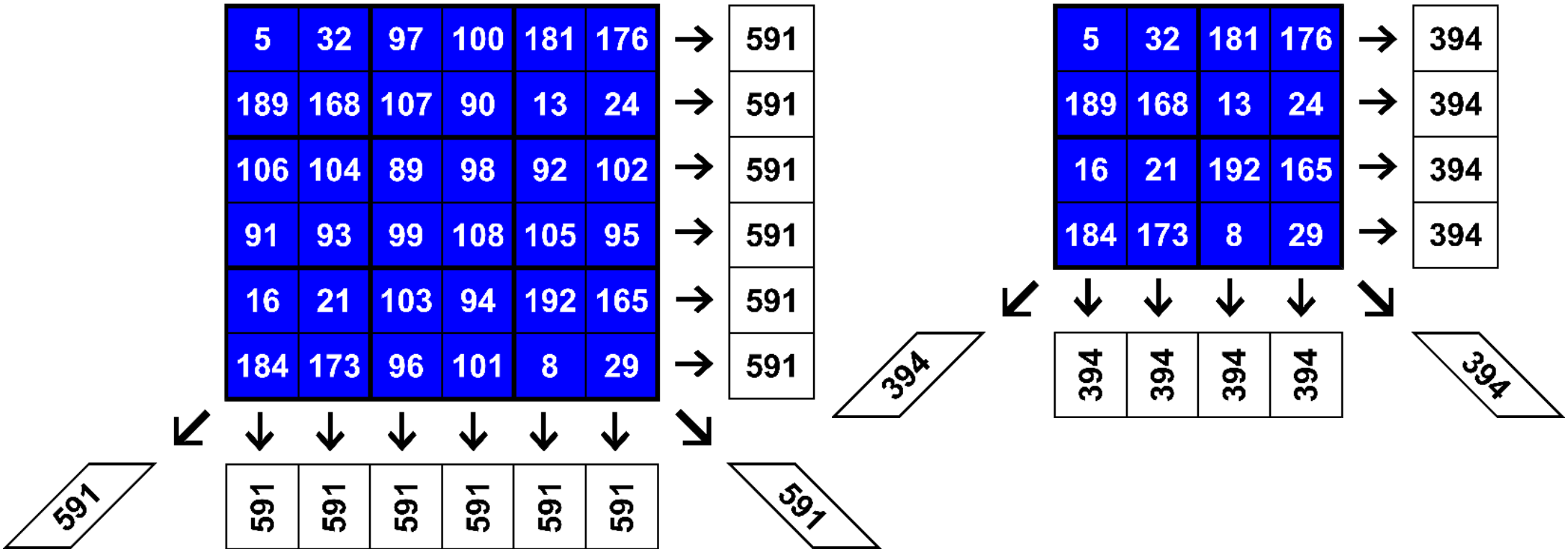
Carrés magiques d'ordre 14



Puis les carrés verts…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14



Puis les carrés rouges…!

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

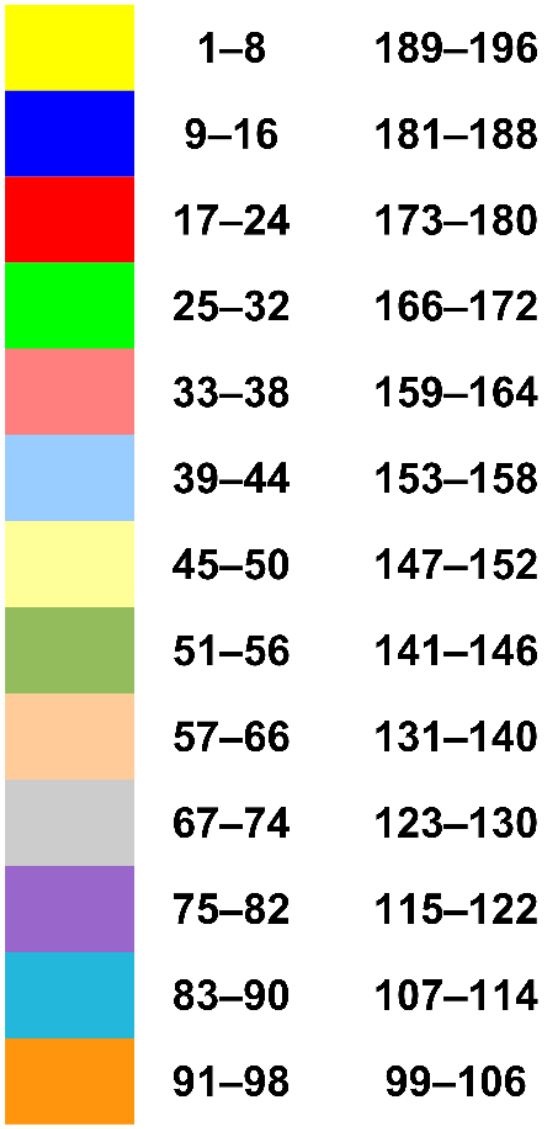
1	194	193	6	157	9	186	185	14	40	17	178	177	22
195	5	32	2	77	187	97	100	10	120	179	181	176	18
7	189	168	190	121	15	107	90	182	76	23	13	24	174
191	3	4	196	80	183	11	12	188	117	175	19	20	180
152	144	48	136	37	56	64	128	74	88	125	81	124	122
25	170	169	30	119	33	162	161	38	78	41	154	153	46
171	106	104	26	82	163	89	98	34	115	155	92	102	42
31	91	93	166	118	39	99	108	158	79	47	105	95	150
167	27	28	172	83	159	35	36	164	114	151	43	44	156
45	53	149	61	109	141	133	69	123	160	72	116	73	75
49	146	145	54	113	57	138	137	62	84	65	130	129	70
147	16	21	50	85	139	103	94	58	112	131	192	165	66
55	184	173	142	111	63	96	101	134	86	71	8	29	126
143	51	52	148	87	135	59	60	140	110	127	67	68	132

Un carré normal à ornements

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

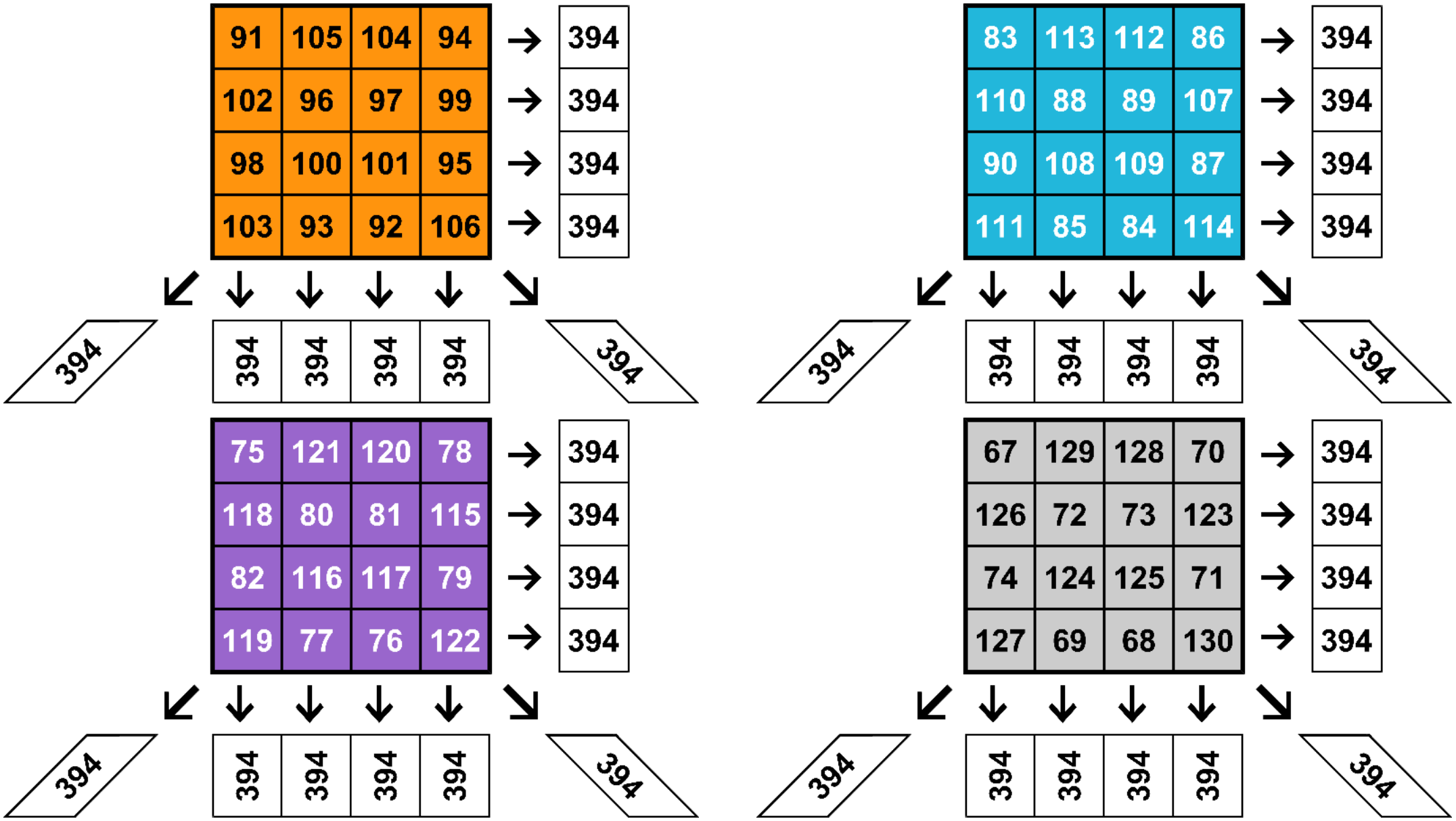
154	155	41	44	2	6	190	192	8	193	38	35	161	160
42	43	156	153	195	191	5	7	189	4	159	162	37	36
40	157	91	105	104	94	3	194	83	113	112	86	163	34
158	39	102	96	97	99	196	1	110	88	89	107	33	164
177	20	98	100	101	95	140	57	90	108	109	87	171	26
24	173	103	93	92	106	58	139	111	85	84	114	167	30
176	23	178	17	137	136	59	131	65	63	172	27	29	166
174	21	19	180	60	61	66	138	132	134	25	170	31	168
22	175	75	121	120	78	135	62	67	129	128	70	165	32
18	179	118	80	81	115	133	64	126	72	73	123	28	169
146	51	82	116	117	79	188	9	74	124	125	71	45	152
52	145	119	77	76	122	11	186	127	69	68	130	151	46
54	55	144	141	187	183	13	15	181	12	147	150	49	48
142	143	53	56	10	14	182	184	16	185	50	47	149	148



Un patchwork de polyominos

© Aimé Lachal – 2016

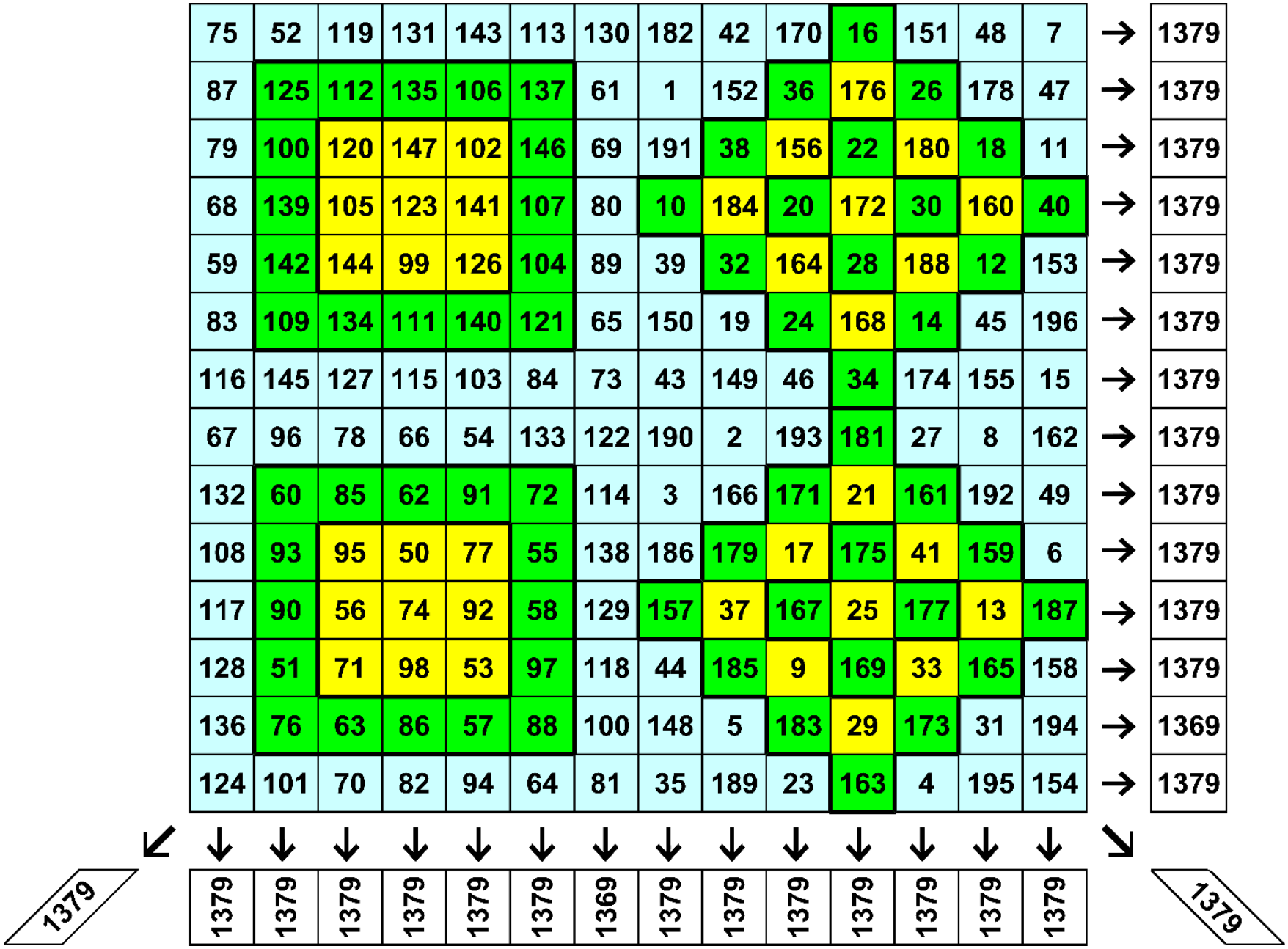
Carrés magiques d'ordre 14



De petits carrés magiques incrustés !

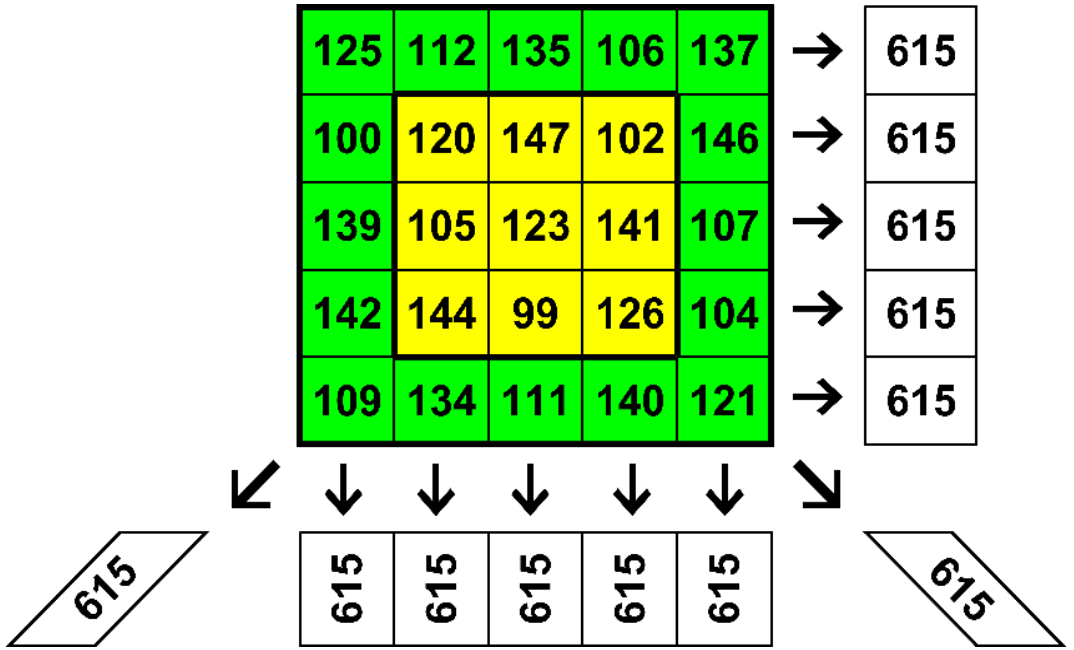
© Aimé Lachal – 2016

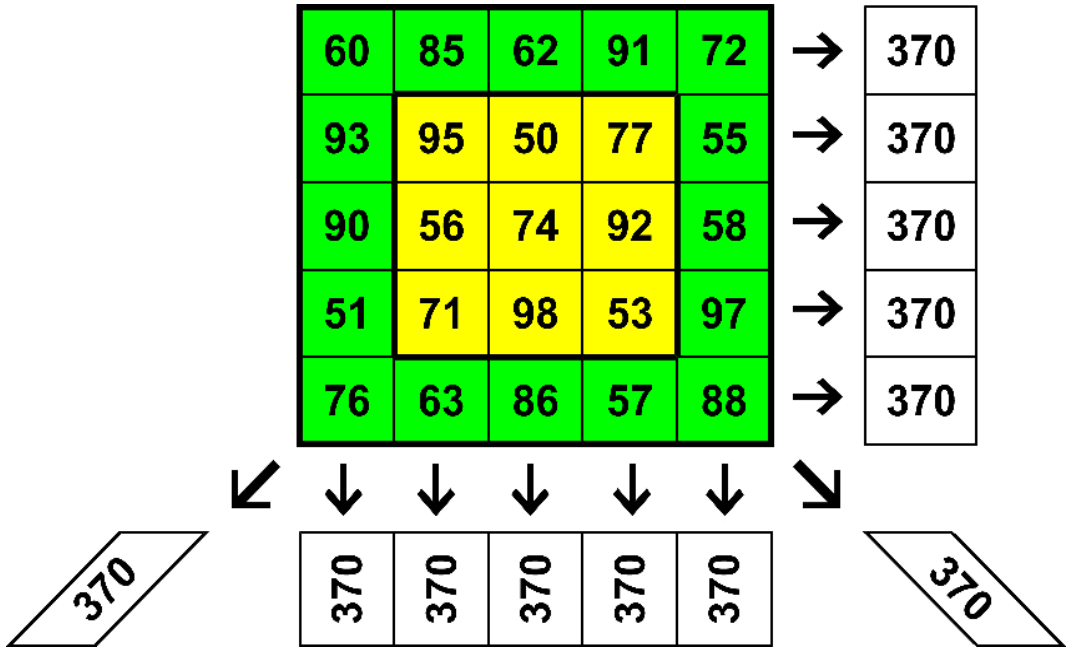
Carrés magiques d'ordre 14

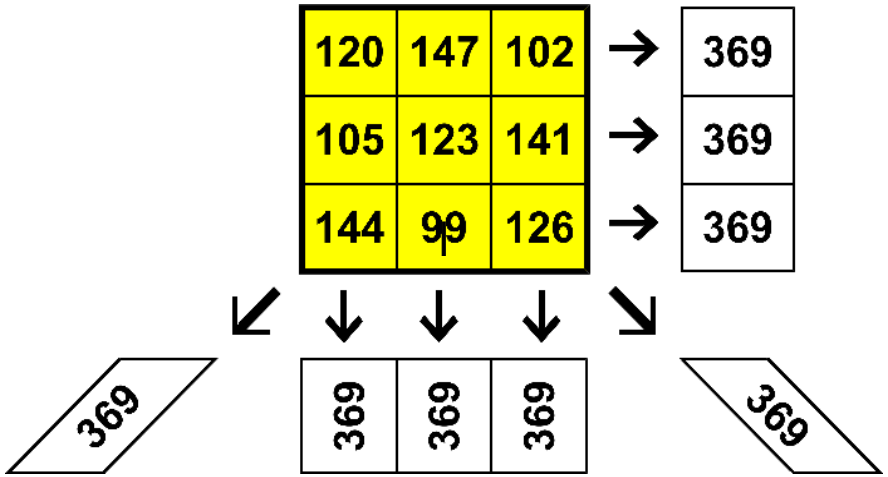


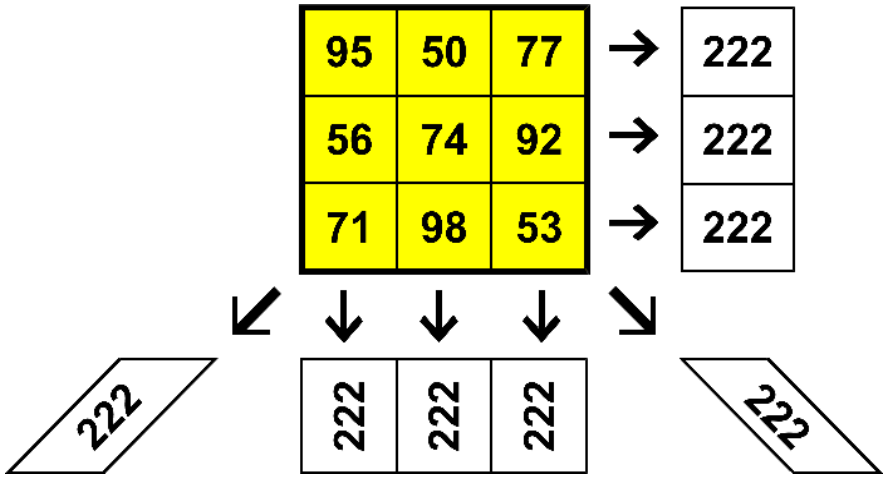
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14





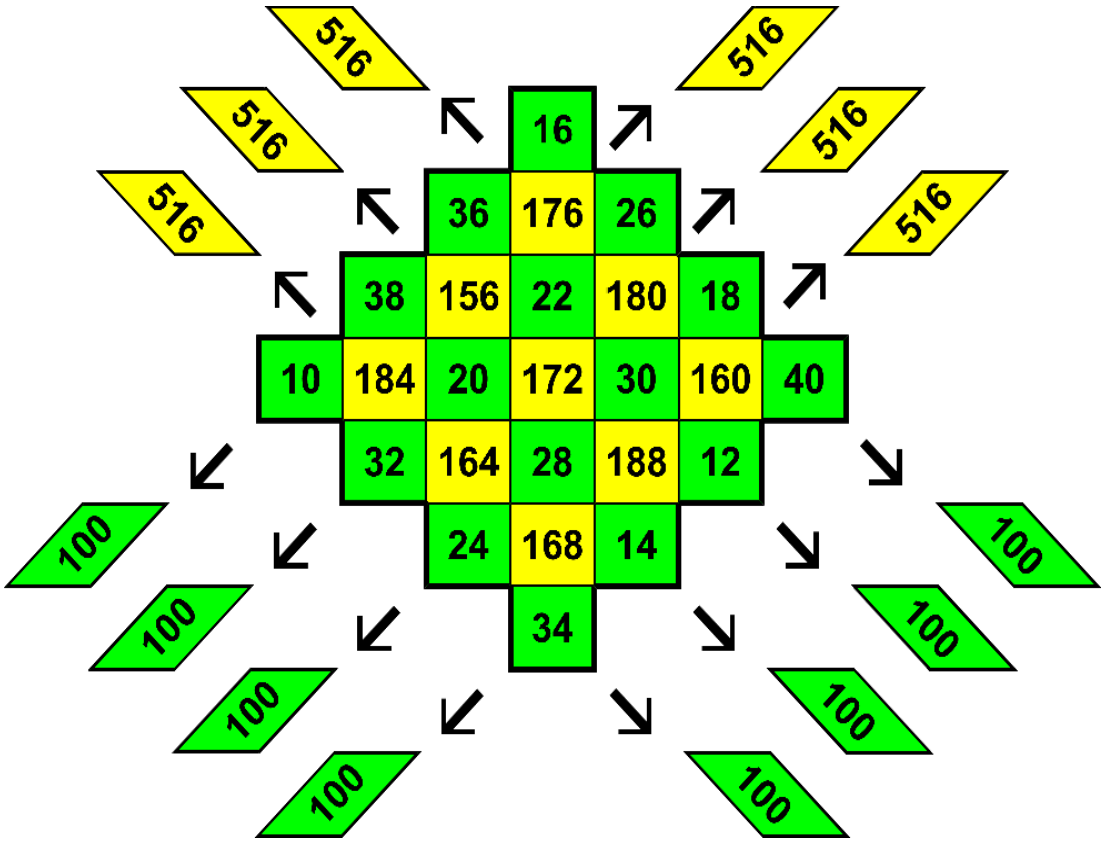


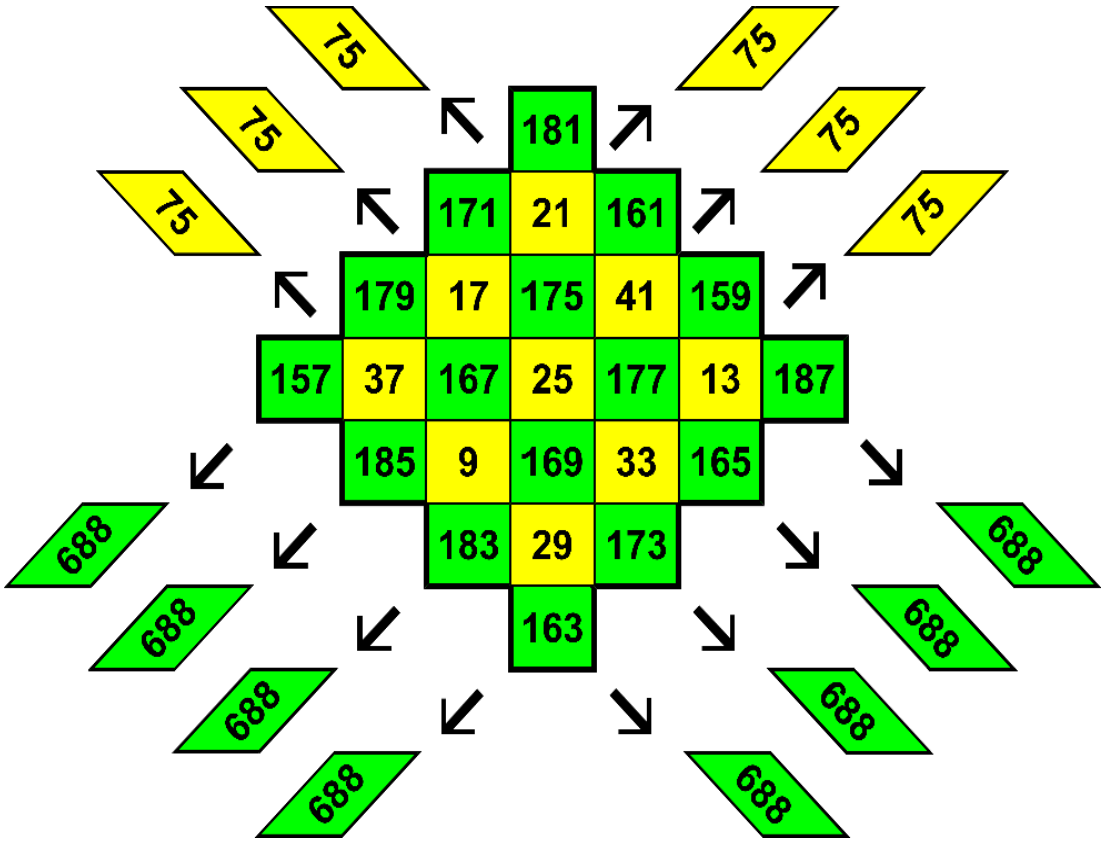


De petits carrés magiques incrustés…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14





Diamands incrustés partiellements magiques…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

75	52	119	131	143	113	130	182	42	170	16	151	48	7
87	125	112	135	106	137	61	1	152	36	176	26	178	47
79	100	120	147	102	146	69	191	38	156	22	180	18	11
68	139	105	123	141	107	80	10	184	20	172	30	160	40
59	142	144	99	126	104	89	39	32	164	28	188	12	153
83	109	134	111	140	121	65	150	19	24	168	14	45	196
116	145	127	115	103	84	73	43	149	46	34	174	155	15
67	96	78	66	54	133	122	190	2	193	181	27	8	162
132	60	85	62	91	72	114	3	166	171	21	161	192	49
108	93	95	50	77	55	138	186	179	17	175	41	159	6
117	90	56	74	92	58	129	157	37	167	25	177	13	187
128	51	71	98	53	97	118	44	185	9	169	33	165	158
136	76	63	86	57	88	100	148	5	183	29	173	31	194
124	101	70	82	94	64	81	35	189	23	163	4	195	154

Un carré normal à carrés et diamands incrustés

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

1	194	193	5	6	190	189	9	10	186	185	184	25	2
14	27	169	168	30	31	165	164	34	35	161	160	38	183
182	158	40	41	155	154	44	45	151	150	48	49	147	15
181	146	52	53	143	142	56	57	139	138	60	61	135	16
17	63	133	132	66	67	129	128	70	71	125	124	74	180
18	75	121	120	78	79	117	116	82	83	113	112	86	179
178	110	88	89	107	106	92	93	103	102	96	97	99	19
177	98	100	101	95	94	104	105	91	90	108	109	87	20
21	111	85	84	114	115	81	80	118	119	77	76	122	176
22	123	73	72	126	127	69	68	130	131	65	64	134	175
174	62	136	137	59	58	140	141	55	54	144	145	51	23
173	50	148	149	47	46	152	153	43	42	156	157	39	24
26	159	37	36	162	163	33	32	166	167	29	28	170	171
195	3	4	192	191	7	8	188	187	11	12	13	172	196

Méthode de Stifel

Méthode LUX

88	85	188	185	64	61	164	161	40	37	140	137	16	13
86	87	186	187	62	63	162	163	38	39	138	139	14	15
20	17	92	89	192	189	68	65	168	165	44	41	116	113
18	19	90	91	190	191	66	67	166	167	42	43	114	115
120	117	24	21	96	93	196	193	72	69	144	141	48	45
118	119	22	23	94	95	194	195	70	71	142	143	46	47
52	49	124	121	28	25	97	100	172	169	76	73	148	145
50	51	122	123	26	27	98	99	170	171	74	75	146	147
149	152	53	56	125	128	4	1	101	104	173	176	77	80
150	151	54	55	126	127	2	3	102	103	174	175	78	79
81	84	153	156	29	32	129	132	5	8	105	108	177	180
83	82	155	154	31	30	131	130	7	6	107	106	179	178
181	184	57	60	157	160	33	36	133	136	9	12	109	112
183	182	59	58	159	158	35	34	135	134	11	10	111	110

En résumé

169	194	163	41	10	35	4	120	145	114	139	108	84	53
152	170	195	17	42	11	29	103	121	146	115	140	60	78
177	153	171	49	18	36	12	128	104	122	147	116	85	61
13	178	154	172	43	19	37	111	129	105	123	141	68	86
185	161	179	1	26	44	20	136	112	130	99	124	93	69
168	186	155	33	2	27	45	119	137	106	131	100	76	94
193	162	187	9	34	3	28	144	113	138	107	132	52	77
22	47	16	188	157	182	151	71	96	65	90	59	133	102
5	23	48	164	189	158	176	54	72	97	66	91	109	127
30	6	24	196	165	183	159	79	55	73	98	67	134	110
160	31	7	25	190	166	184	62	80	56	74	92	117	135
38	14	32	148	173	191	167	87	63	81	50	75	142	118
21	39	8	180	149	174	192	70	88	57	82	51	125	143
46	15	40	156	181	150	175	95	64	89	58	83	101	126

Méthode de Strachey

1	194	193	5	6	190	189	9	10	186	185	184	25	2
14	27	168	167	31	165	154	44	152	151	47	48	28	183
182	42	49	146	145	53	54	142	141	140	65	50	155	15
181	156	58	67	128	127	120	119	79	80	68	139	41	16
17	157	138	76	81	114	113	112	89	82	121	59	40	180
18	39	137	122	86	106	93	92	103	111	75	60	158	179
178	38	61	123	110	95	100	101	98	87	74	136	159	19
177	160	62	73	109	99	96	97	102	88	124	135	37	20
21	161	134	72	90	94	105	104	91	107	125	63	36	176
22	35	133	126	115	83	84	85	108	116	71	64	162	175
174	34	66	129	69	70	77	78	118	117	130	131	163	23
173	164	147	51	52	144	143	55	56	57	132	148	33	24
26	169	29	30	166	32	43	153	45	46	150	149	170	171
195	3	4	192	191	7	8	188	187	11	12	13	172	196

Méthode des enceintes

En résumé

7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168

Méthode de Marilyn

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques d'ordre 14

En résumé (suite)

1	194	193	6	157	9	186	185	14	40	17	178	177	22
195	5	32	2	77	187	97	100	10	120	179	181	176	18
7	189	168	190	121	15	107	90	182	76	23	13	24	174
191	3	4	196	80	183	11	12	188	117	175	19	20	180
152	144	48	136	37	56	64	128	74	88	125	81	124	122
25	170	169	30	119	33	162	161	38	78	41	154	153	46
171	106	104	26	82	163	89	98	34	115	155	92	102	42
31	91	93	166	118	39	99	108	158	79	47	105	95	150
167	27	28	172	83	159	35	36	164	114	151	43	44	156
45	53	149	61	109	141	133	69	123	160	72	116	73	75
49	146	145	54	113	57	138	137	62	84	65	130	129	70
147	16	21	50	85	139	103	94	58	112	131	192	165	66
55	184	173	142	111	63	96	101	134	86	71	8	29	126
143	51	52	148	87	135	59	60	140	110	127	67	68	132

Carré de Barnard

154	155	41	44	2	6	190	192	8	193	38	35	161	160
42	43	156	153	195	191	5	7	189	4	159	162	37	36
40	157	91	105	104	94	3	194	83	113	112	86	163	34
158	39	102	96	97	99	196	1	110	88	89	107	33	164
177	20	98	100	101	95	140	57	90	108	109	87	171	26
24	173	103	93	92	106	58	139	111	85	84	114	167	30
176	23	178	17	137	136	59	131	65	63	172	27	29	166
174	21	19	180	60	61	66	138	132	134	25	170	31	168
22	175	75	121	120	78	135	62	67	129	128	70	165	32
18	179	118	80	81	115	133	64	126	72	73	123	28	169
146	51	82	116	117	79	188	9	74	124	125	71	45	152
52	145	119	77	76	122	11	186	127	69	68	130	151	46
54	55	144	141	187	183	13	15	181	12	147	150	49	48
142	143	53	56	10	14	182	184	16	185	50	47	149	148

Carré de Collison

75	52	119	131	143	113	130	182	42	170	16	151	48	7
87	125	112	135	106	137	61	1	152	36	176	26	178	47
79	100	120	147	102	146	69	191	38	156	22	180	18	11
68	139	105	123	141	107	80	10	184	20	172	30	160	40
59	142	144	99	126	104	89	39	32	164	28	188	12	153
83	109	134	111	140	121	65	150	19	24	168	14	45	196
116	145	127	115	103	84	73	43	149	46	34	174	155	15
67	96	78	66	54	133	122	190	2	193	181	27	8	162
132	60	85	62	91	72	114	3	166	171	21	161	192	49
108	93	95	50	77	55	138	186	179	17	175	41	159	6
117	90	56	74	92	58	129	157	37	167	25	177	13	187
128	51	71	98	53	97	118	44	185	9	169	33	165	158
136	76	63	86	57	88	100	148	5	183	29	173	31	194
124	101	70	82	94	64	81	35	189	23	163	4	195	154

Carré de Hendricks

© Aimé Lachal – 2016

Et *(presque)* toutes ces constructions sont applicables *(mutatis mutandis)* à tout ordre !

Théorème

On peut construire des carrés magiques normaux de tout ordre $\geqslant 3$!

III
Autres carrés et figures magiques…

Autres carrés magiques

- **Carré *polymagique*** *(sous-carrés, motifs…)*
- **Carré *diabolique* :**
  panmagique *(pandiagonales…)*
- **Carré *satanique* :**
  bimagique, trimagique *(puissances)*
- **Carré *multiplicativement-magique***
- **Carré *alpha-magique*** *(nombres écrits en lettres)*
- **Carré *géo-magique*** *(puzzles…)*
- **Carrés *latin* et *gréco-latin* (ou *eulérien*)**
- ***Sudoku*…**

© Aimé Lachal – 2016

Carrés latins et gréco-latins

Définition

♦ Un carré « latin » d'ordre n
est un tableau carré
de n lignes et n colonnes
composé de n symboles distincts
dont chaque ligne et chaque colonne
ne contient qu'un seul exemplaire

Définition

♦ *Un carré « gréco-latin » (ou eulérien)*
d'ordre n sur deux ensembles G et L
chacun composés de n symboles distincts,
est un tableau carré
de n lignes et n colonnes,
contenant la totalité des n^2 couples de L×G,
où toute ligne et toute colonne
contient exactement une fois
chaque élément de L et chaque élément de G

Définition

♦ Deux carrés latins d'ordre n sont « orthogonaux »
lorsque le carré obtenu
par superposition et concaténation
des deux carrés initiaux
est gréco-latin
(toutes les entrées sont distinctes)

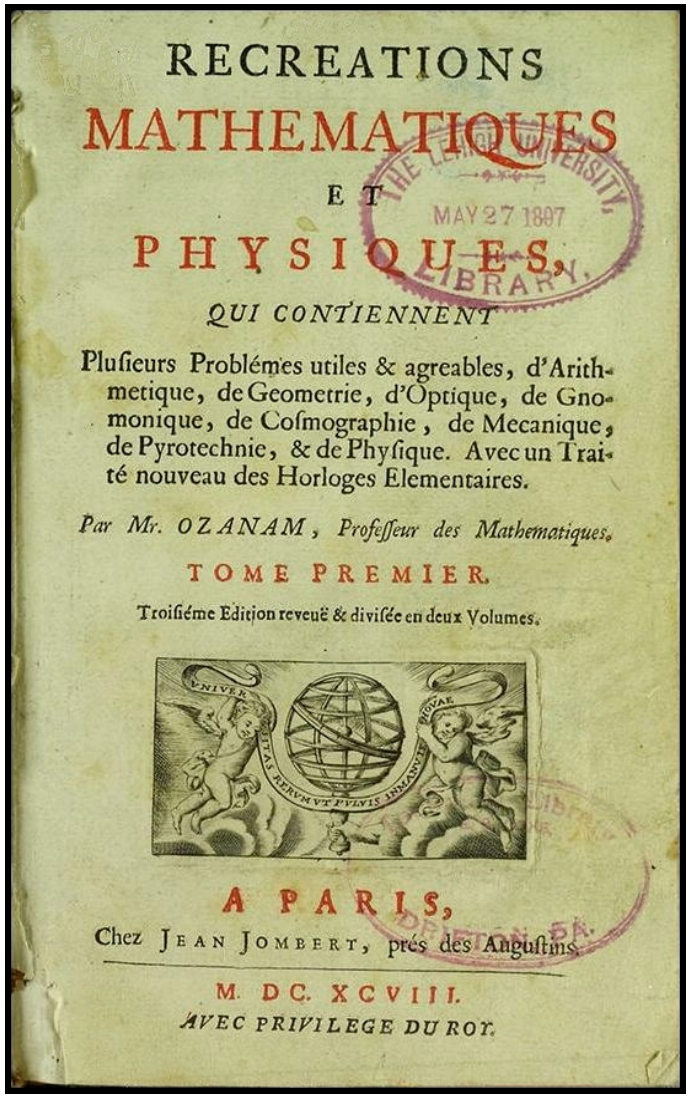
Carrés gréco-latins

Jacques Ozanam (1640–1718)

Mathématicien français.

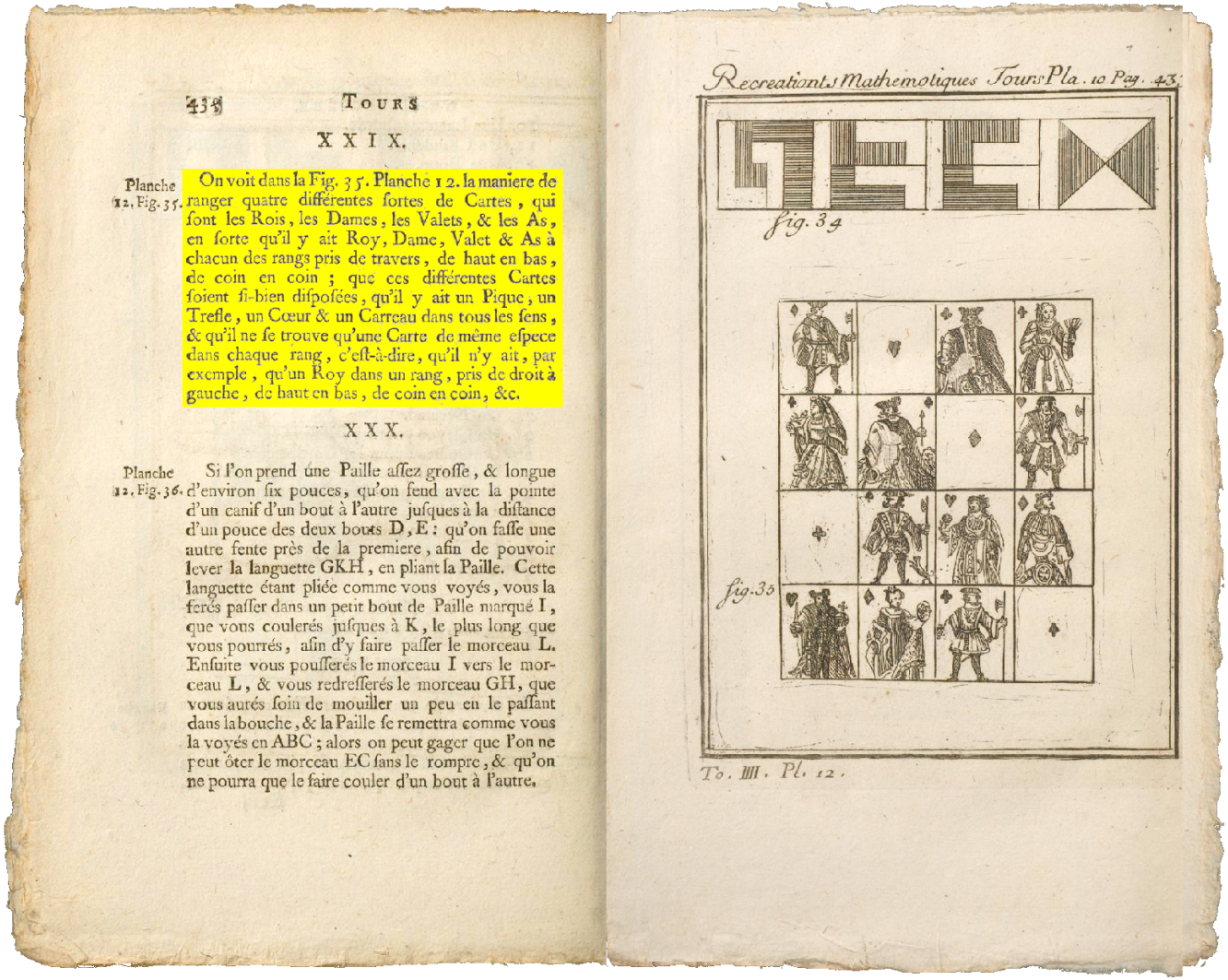
→ *Nombreux traités de de mathématiques*

→ *« Récréations mathématiques et physiques »* (1694)


RECREATIONS
MATHEMATIQUES
ET
PHYSIQUES,
QUI CONTIENNENT
Plusieurs Problémes utiles & agreables, d'Arithmetique, de Geometrie, d'Optique, de Gnomonique, de Cosmographie, de Mecanique, de Pyrotechnie, & de Physique. Avec un Traité nouveau des Horloges Elementaires.
Par Mr. OZANAM, Professeur des Mathematiques.
TOME PREMIER.
Troisiéme Edition reveuë & divisée en deux Volumes.
A PARIS,
Chez JEAN JOMBERT, prés des Augustins.
M. DC. XCVIII.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés gréco-latins



434 TOURS

XXIX.

Planche 12. Fig. 35. On voit dans la Fig. 35. Planche 12. la maniere de ranger quatre différentes sortes de Cartes, qui sont les Rois, les Dames, les Valets, & les As, en sorte qu'il y ait Roy, Dame, Valet & As à chacun des rangs pris de travers, de haut en bas, de coin en coin; que ces différentes Cartes soient si-bien disposées, qu'il y ait un Pique, un Trefle, un Cœur & un Carreau dans tous les sens, & qu'il ne se trouve qu'une Carte de même espece dans chaque rang, c'est-à-dire, qu'il n'y ait, par exemple, qu'un Roy dans un rang, pris de droit à gauche, de haut en bas, de coin en coin, &c.

XXX.

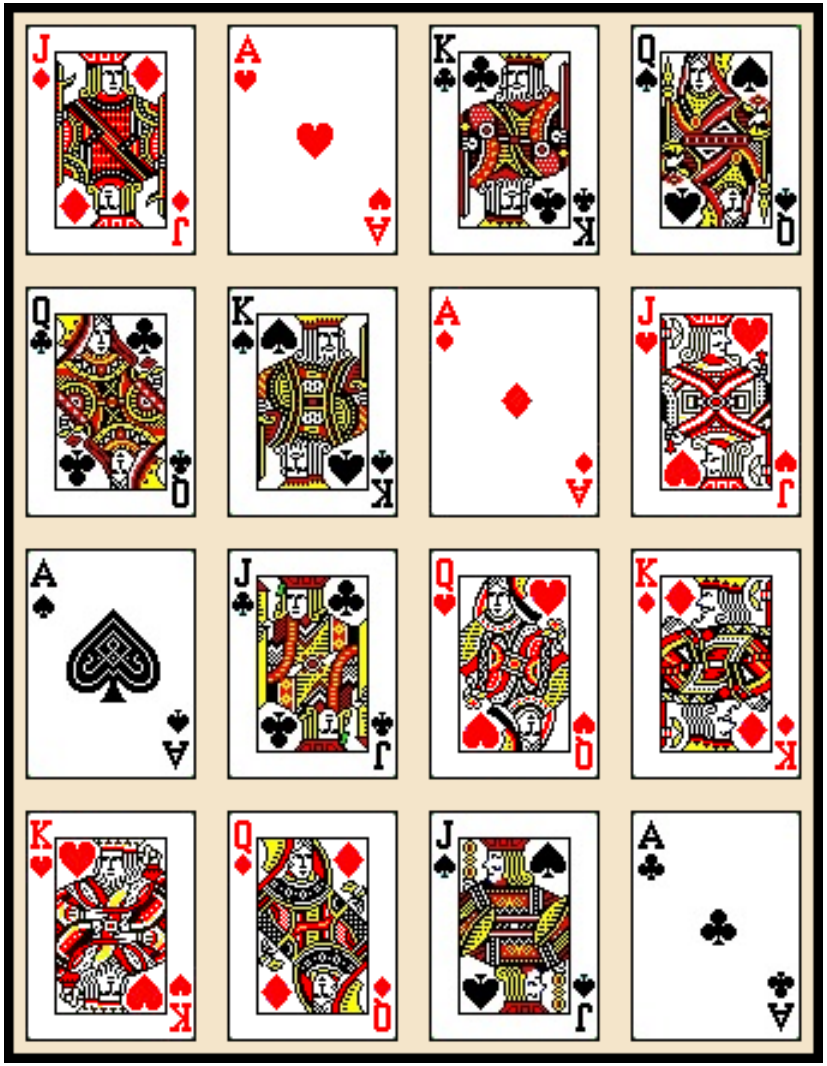
Planche 12. Fig. 36. Si l'on prend une Paille assez grosse, & longue d'environ six pouces, qu'on fend avec la pointe d'un canif d'un bout à l'autre jusques à la distance d'un pouce des deux bouts D, E: qu'on fasse une autre fente près de la premiere, afin de pouvoir lever la languette GKH, en pliant la Paille. Cette languette étant pliée comme vous voyés, vous la ferés passer dans un petit bout de Paille marqué I, que vous coulerés jusques à K, le plus long que vous pourrés, afin d'y faire passer le morceau L. Ensuite vous pousserés le morceau I vers le morceau L, & vous redresserés le morceau GH, que vous aurés soin de mouiller un peu en le passant dans la bouche, & la Paille se remettra comme vous la voyés en ABC; alors on peut gager que l'on ne peut ôter le morceau EC sans le rompre, & qu'on ne pourra que le faire couler d'un bout à l'autre.

Recreations Mathematiques Tours Pla. 10 Pag. 43.

fig. 34

fig. 35

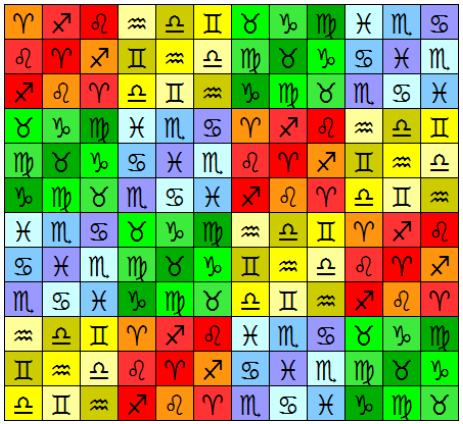
To. III. Pl. 12.



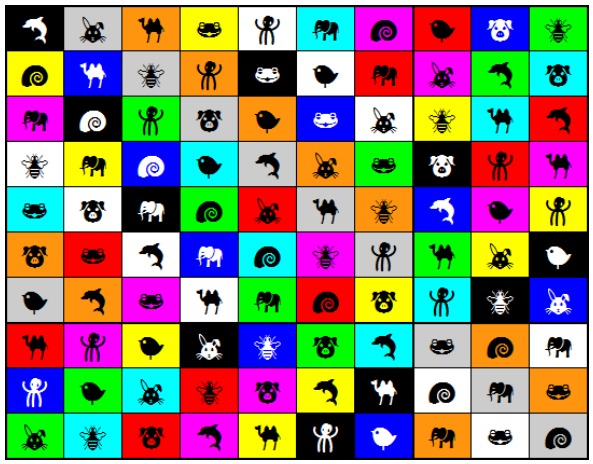
Un carré gréco-latin de cartes historique…

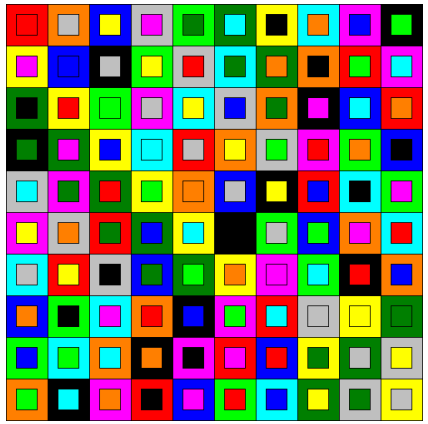
© Aimé Lachal – 2016

Carrés gréco-latins

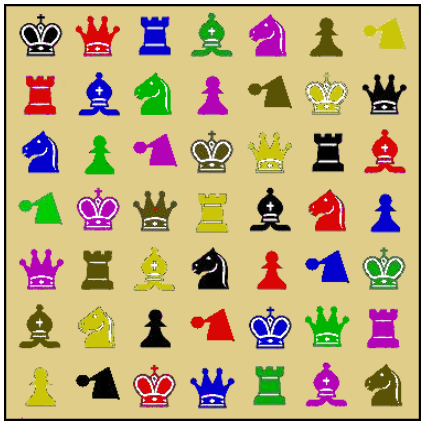














حرف الظاء للمشتري وله يوم الخميس

ز	ث	ج	ف	خ	ش	ظ
ج	ف	خ	ش	ظ	ز	ث
خ	ش	ظ	ز	ث	ج	ف
ظ	ز	ث	ج	ف	خ	ش
ث	ج	ف	خ	ش	ظ	ز
ف	خ	ش	ظ	ز	ث	ج
ش	ظ	ز	ث	ج	ف	خ

Des carrés latins et gréco-latins en tout genre…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés latins

α	β	γ	δ	ε
δ	ε	α	β	γ
β	γ	δ	ε	α
ε	α	β	γ	δ
γ	δ	ε	α	β

a	d	b	e	c
b	e	c	a	d
c	a	d	b	e
d	b	e	c	a
e	c	a	d	b

À partir de 2 carrés latins orthogonaux…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés latins

α	β	γ	δ	ε
δ	ε	α	β	γ
β	γ	δ	ε	α
ε	α	β	γ	δ
γ	δ	ε	α	β

a	d	b	e	c
b	e	c	a	d
c	a	d	b	e
d	b	e	c	a
e	c	a	d	b

Après superposition et concaténation…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés gréco-latins

αa	βd	γb	δe	εc
δb	εe	αc	βa	γd
βc	γa	δd	εb	αe
εd	αb	βe	γc	δa
γe	δc	εa	αd	βb

Un carré gréco-latin (entrées toutes différentes)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés latins

α	β	γ	δ	ε
δ	ε	α	β	γ
β	γ	δ	ε	α
ε	α	β	γ	δ
γ	δ	ε	α	β

a	b	c	d	e
b	c	d	e	a
c	a	e	b	d
d	e	b	a	c
e	d	a	c	b

À partir de 2 carrés latins non-orthogonaux…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés latins

αa	βb	γc	δd	εe
δb	εc	αd	βe	γa
βc	γa	δe	εb	αd
εd	αe	βb	γa	δc
γe	δd	εa	αc	βb

Ce carré n'est pas gréco-latin !

© Aimé Lachal – 2016

Carrés latins

Philippe de la Hire (1640–1718)

Mathématicien, physicien, astronome français.



→ *Traités de géométrie,*
de mécanique, d'astronomie…

→ *Méthode de construction*
de carrés magiques à l'aide
de deux carrés latins orthogonaux

© Aimé Lachal – 2016

Carrés latins

Carré A

0	1	2	3	4
3	4	0	1	2
1	2	3	4	0
4	0	1	2	3
2	3	4	0	1

Radicaux

Carré B

0	3	1	4	2
1	4	2	0	3
2	0	3	1	4
3	1	4	2	0
4	2	0	3	1

Unités

Avec 2 carrés latins diagonaux et orthogonaux

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques

Carré AB						Carré 5A+B				
00	13	21	34	42	→	0	8	11	19	22
31	44	02	10	23	→	16	24	2	5	13
12	20	33	41	04	→	7	10	18	21	4
43	01	14	22	30	→	23	1	9	12	15
24	32	40	03	11	→	14	17	20	3	6
En base 5						En base 10				

Après concaténation : un carré diabolique !

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques

Carré AB						Carré 5A+B+1				
00	13	21	34	42	→	1	9	12	20	23
31	44	02	10	23	→	17	25	3	6	14
12	20	33	41	04	→	8	11	19	22	5
43	01	14	22	30	→	24	2	10	13	16
24	32	40	03	11	→	15	18	21	4	7
En base 5						En base 10				

Après concaténation : un carré diabolique !

© Aimé Lachal – 2016

Carrés latins

Carré A

0	4	3	2	1	5
5	1	3	2	4	0
5	4	2	3	1	0
0	4	2	3	1	5
5	1	2	3	4	0
0	1	3	2	4	5

Radicaux

Carré $B=A^T$

0	5	5	0	5	0
4	1	4	4	1	1
3	3	2	2	2	3
2	2	3	3	3	2
1	4	1	1	4	4
5	0	0	5	0	5

Unités

Avec un carré « pseudo-latin » et son transposé

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques

Carré AB							Carré 6A+B					
00	45	35	20	15	50	→	0	29	23	12	11	30
54	11	34	24	41	01	→	34	7	22	16	25	1
53	43	22	32	12	03	→	33	27	14	20	8	3
02	42	23	33	13	52	→	2	26	15	21	9	32
51	14	21	31	44	04	→	31	10	13	19	28	4
05	10	30	25	40	55	→	5	6	18	17	24	35
En base 6							En base 10					

Après concaténation : un carré magique…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques

Carré AB							Carré 6A+B+1					
00	45	35	20	15	50	→	1	30	24	13	12	31
54	11	34	24	41	01	→	35	8	23	17	26	2
53	43	22	32	12	03	→	34	28	15	21	9	4
02	42	23	33	13	52	→	3	27	16	22	10	33
51	14	21	31	44	04	→	32	11	14	20	29	5
05	10	30	25	40	55	→	6	7	19	18	25	36
En base 6							En base 10					

Après concaténation : un carré magique solaire

© Aimé Lachal – 2016

Carrés eulériens

Leonhard Euler (1707–1783)
Mathématicien et physicien suisse.



→ *Conjecture (1782) :*
« Problème des 36 officiers »

→ *Inexistence de carré eulérien*
d'ordre 6, ainsi que
d'ordre impairement pair ?

© Aimé Lachal – 2016

Carrés eulériens

RECHERCHES

SUR UNE NOUVELLE ESPECE

DE

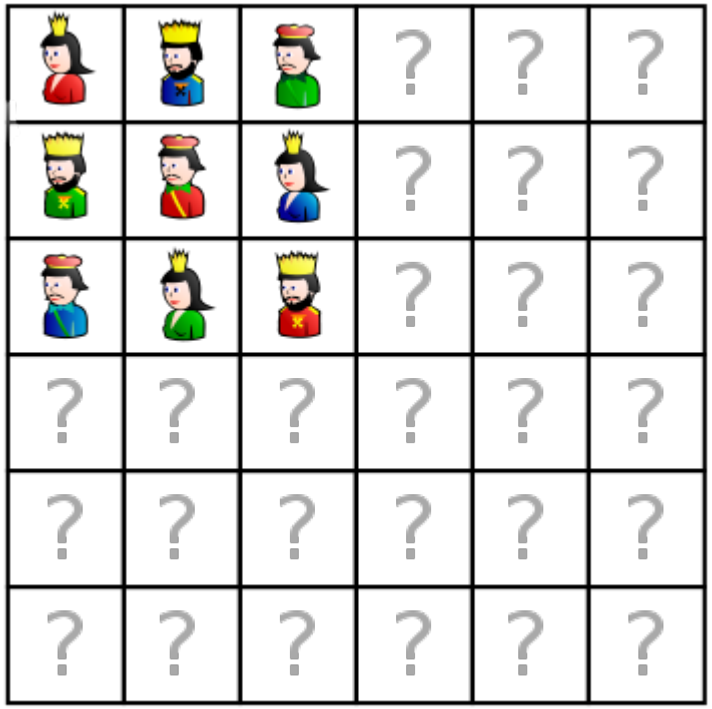
QUARRES MAGIQUES,

PAR

Mr. L. EULER.

§. 1. Une question fort curieuse, qui a exercé pendant quelque temps la sagacité de bien du monde, m'a engagé à faire les recherches suivantes, qui semblent ouvrir une nouvelle carrière dans l'Analyse, et en particulier dans la doctrine des combinaisons.

Cette question rouloit sur une assemblée de 36 Officiers de six différens grades et tirés de six Régimens différens, qu'il s'agissoit de ranger dans un quarré, de manière que sur chaque ligne tant horizontale que verticale il se trouva six Officiers tant de différens caractères que de Régimens différens.



Or, après toutes les peines qu'on s'est donné pour resoudre ce Probléme, on a été obligé de réconnoître, qu'un tel arrangement est absolument impossible, quoiqu'on ne puisse pas en donner de démonstration rigoureuse.

© Aimé Lachal – 2016

Carrés eulériens

Gaston Tarry (1843–1913)

Mathématicien français.

→ *Preuve de la conjecture du « problème des 36 officiers »*



Théorème de Tarry (1901)

Il n'existe pas de carré eulérien d'ordre 6

© Aimé Lachal – 2016

Carrés eulériens

Raj Chandra Bose (1901–1987)

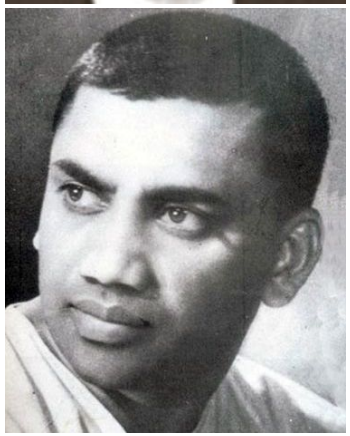
Mathématicien et statisticien indien américanisé.



Sharadchandra Shankar Shrikhande

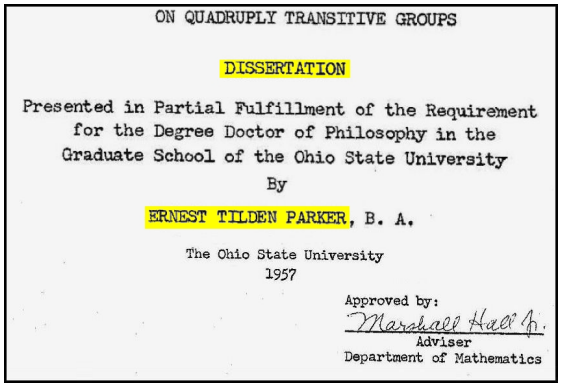
(1917–)

Mathématicien indien.



Ernest Tilden Parker (1926–1991)

Mathématicien américain.


ON QUADRUPLY TRANSITIVE GROUPS

DISSERTATION

Presented in Partial Fulfillment of the Requirement
for the Degree Doctor of Philosophy in the
Graduate School of the Ohio State University
By

ERNEST TILDEN PARKER, B. A.

The Ohio State University
1957

Approved by:
Marshall Hall Jr.
Adviser
Department of Mathematics

→ *Réfutation de la conjecture d'Euler !*

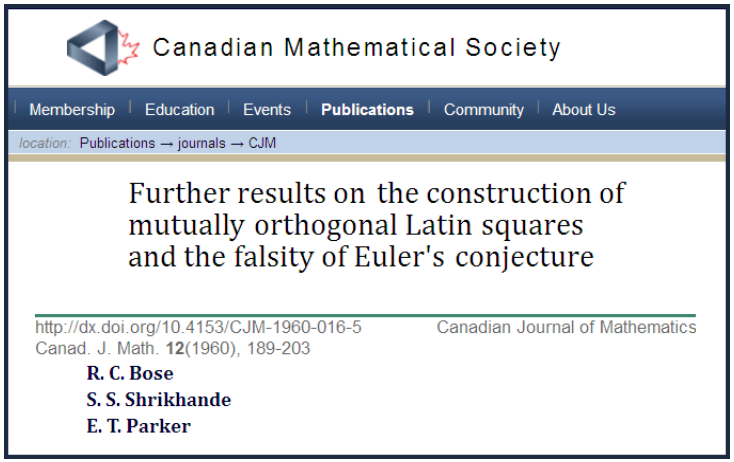
© Aimé Lachal – 2016

Carrés eulériens

Un joli théorème…

Théorème de
Bose, Shrikhande & Parker
(1959–1960)

Il existe des carrés eulériens de tout ordre ⩾ 3 et différent de 6


Canadian Mathematical Society

Membership | Education | Events | Publications | Community | About Us

location: Publications → journals → CJM

Further results on the construction of mutually orthogonal Latin squares and the falsity of Euler's conjecture

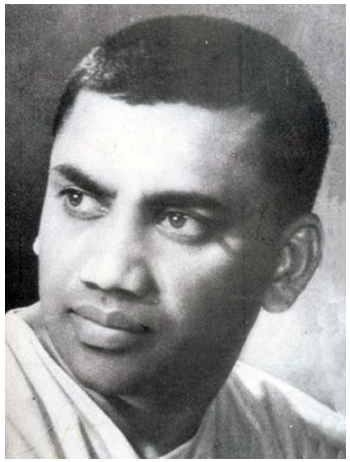
http://dx.doi.org/10.4153/CJM-1960-016-5 Canadian Journal of Mathematics
Canad. J. Math. **12**(1960), 189-203

R. C. Bose
S. S. Shrikhande
E. T. Parker

Ernest Tilden Parker
(1926–1991)



Raj Chandra Bose
(1901–1987)

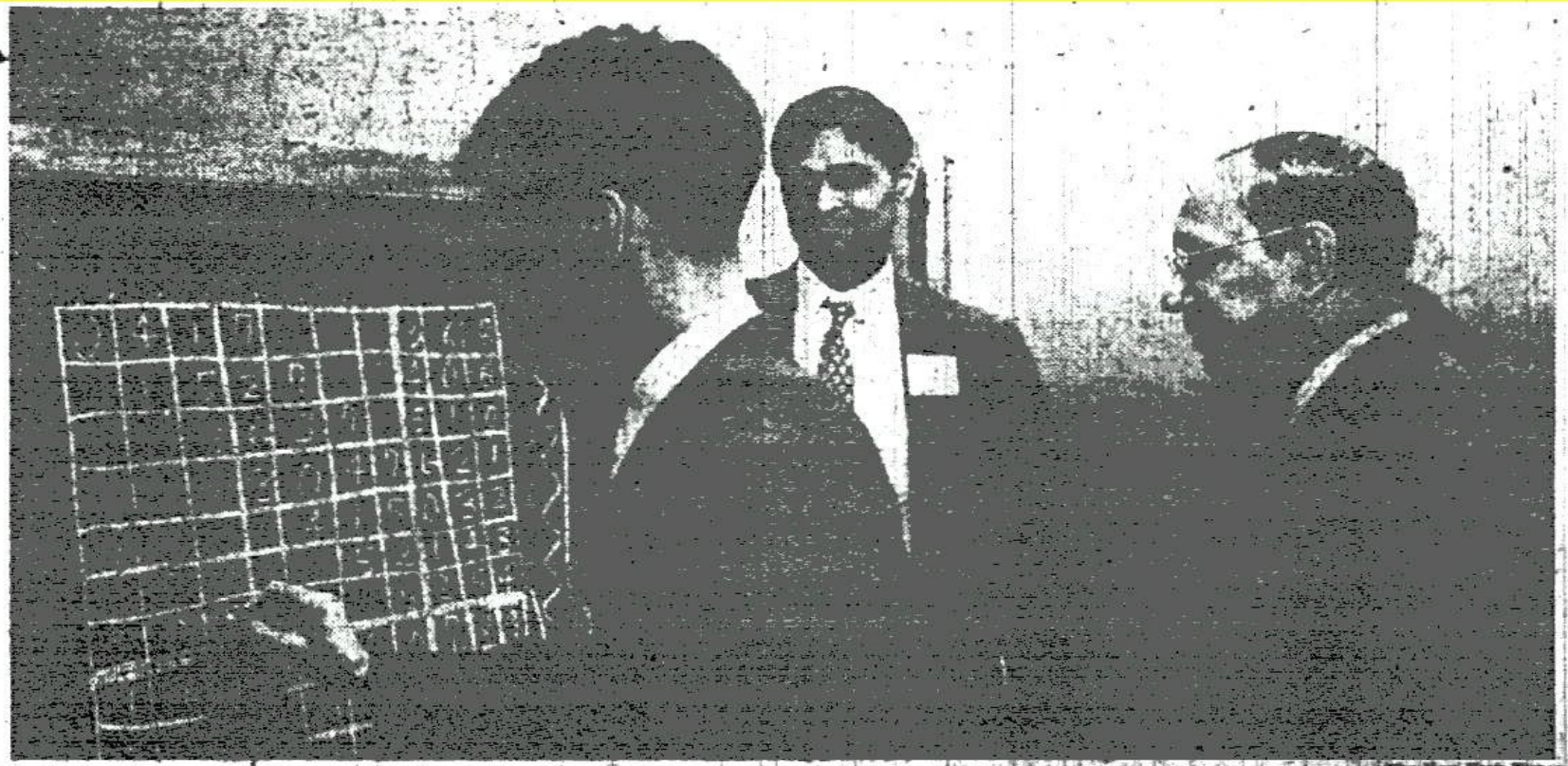


Sharadchandra Shankar Shrikhande (1917–)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés eulériens

Major Mathematical Conjecture Propounded 177 Years Ago Is Disproved



The New York Times

Discussing their solution to problem, from left: Dr. E. T. Parker, Prof. S. S. Shrikhande and Prof. R. C. Bose

By JOHN A. OSMUNDSEN

Another major mathematical problem—this one 177 years old—has been solved. Its solution was reported at the 557th meeting of the American Mathematical Association, which ended at the New Yorker Hotel yesterday. It was the second such achievement to come out of the meeting, something attending mathematicians called "extremely rare." The solution to the first problem, known as Frobenius' conjecture, was reported by Prof. John G. Thompson, a 26-year-old mathematician from DePaul University in Chicago. It dealt with so-called "group theory" and had puzzled mathematicians for more than fifty years. The second problem had resisted attempts at solution ever since Leonhard Euler (pronounced "oiler") stated it in a memoir in 1782. It became famous as Euler's conjecture. The three mathematicians who finally cracked the problem are now known among their colleagues as

Continued on Page 42, Column 1

In *The New York Times* of April 26, 1959…

© Aimé Lachal – 2016

Sudoku (数 独)

Abréviation de

« Sūji wa dokushin ni kagiru »

(数字は独身に限る – chiffre limité à un seul)

→ *Jeu en forme de grille défini en 1979 par Howard Garns, inspiré du carré latin ainsi que du problème des 36 officiers d'Euler*



Un sudoku est un carré latin à compartiments

© Aimé Lachal – 2016

Multimagie :

des prouesses monumentales !

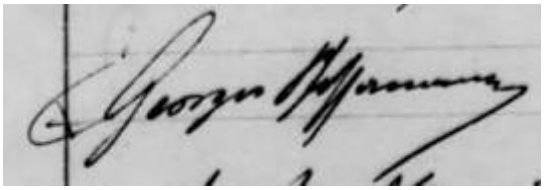
Définition

♦ Un carré « bimagique »
est un carré magique
tel que le tableau
des nombres élevés au carré
soit encore un carré magique

Carrés bi- et trimagiques

Georges Pfeffermann (1838–1914)

Employé de banque français (né allemand).



Gaston Tarry (1843–1913)

Mathématicien français.



Eutrope Cazalas (1864–1943)

Militaire français.



→ *Construction de carrés bimagiques et trimagiques*

© Aimé Lachal – 2016

Carrés bi- et trimagiques

2e Année. — N° 2 — 15 Janvier 1891

RÉDACTEUR EN CHEF : B. DECOLOMBE

ÉDITEUR-GÉRANT : P. DUBREUIL

LES TABLETTES DU CHERCHEUR

JOURNAL DES JEUX D'ESPRIT ET DE COMBINAISONS

Paraissant le 1er et le 15.

PRIX DE L'ABONNEMENT
Un an . . . . . 6 fr. »
Six mois . . . . . 3 fr. 50
Le numéro. . . . . 0 fr. 30
Pour l'Etranger le port en sus.

RÉDACTION ET ADMINISTRATION :
18bis, rue des Martyrs, 18bis
PARIS

PUBLICITE
Annonces, la ligne. . . 0 fr. 50
Réclames, — . . . 1 fr. »
Corps du journal . . . 3 fr. »
S'adresser aux bureaux du journal.

172. — Carré magique à deux degrés

56		8		18		9	
	20		48		29		10
26		13		64		4	
	5		30		12		60
15		63		41		50	
	55		11		58		45
61		42		27		39	
	62		37		51		3

Achever de remplir le carré ci-dessus avec le reste des 64 premiers nombres, de manière à obtenir un carré magique à deux degrés. Dans ce genre de carrés, on obtient un total uniforme dans toutes les horizontales, les verticales et les deux grandes diagonales en additionnant, non seulement les nombres placés dans les cases, mais aussi leurs carrés.

Dans notre cas, les nombres donnent le total 260 et les carrés le total 11180.

G. Pfeffermann.

Nota. — Nous recommandons à nos lecteurs ce beau et difficile problème et adressons à l'auteur nos plus sincères compliments pour le véritable tour de force qu'il vient d'accomplir.

N. D. L. R.

SOLUTIONS
DES PROBLÈMES POSÉS DANS LE N° 2

172

56	34	8	57	18	47	9	31
33	20	54	48	7	29	59	10
26	43	13	23	61	38	4	49
19	5	35	30	53	12	46	60
15	25	63	2	41	24	50	40
6	55	17	11	36	58	32	45
61	16	42	52	27	1	39	22
44	62	28	37	14	51	21	3

3136	1156	64	3249	324	2209	81	961
1089	400	2916	2304	49	841	3481	100
676	1849	169	529	4096	1444	16	2401
361	25	1225	900	2809	144	2116	3600
225	625	3969	4	1681	576	2500	1600
36	3025	289	121	1296	3364	1024	2025
3721	256	1764	2704	729	1	1521	484
1936	3844	784	1369	196	2601	441	9

© Aimé Lachal – 2016

Sudoku

Sudoku A

2	5	8	1	4	7	3	6	9
1	4	7	3	6	9	2	5	8
3	6	9	2	5	8	1	4	7
8	2	5	7	1	4	9	3	6
7	1	4	9	3	6	8	2	5
9	3	6	8	2	5	7	1	4
5	8	2	4	7	1	6	9	3
4	7	1	6	9	3	5	8	2
6	9	3	5	8	2	4	7	1

Sudoku B

2	9	4	6	1	8	7	5	3
7	5	3	2	9	4	6	1	8
6	1	8	7	5	3	2	9	4
9	4	2	1	8	6	5	3	7
5	3	7	9	4	2	1	8	6
1	8	6	5	3	7	9	4	2
4	2	9	8	6	1	3	7	5
3	7	5	4	2	9	8	6	1
8	6	1	3	7	5	4	2	9

À partir de 2 sudokus diagonaux et orthogonaux…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés bimagiques

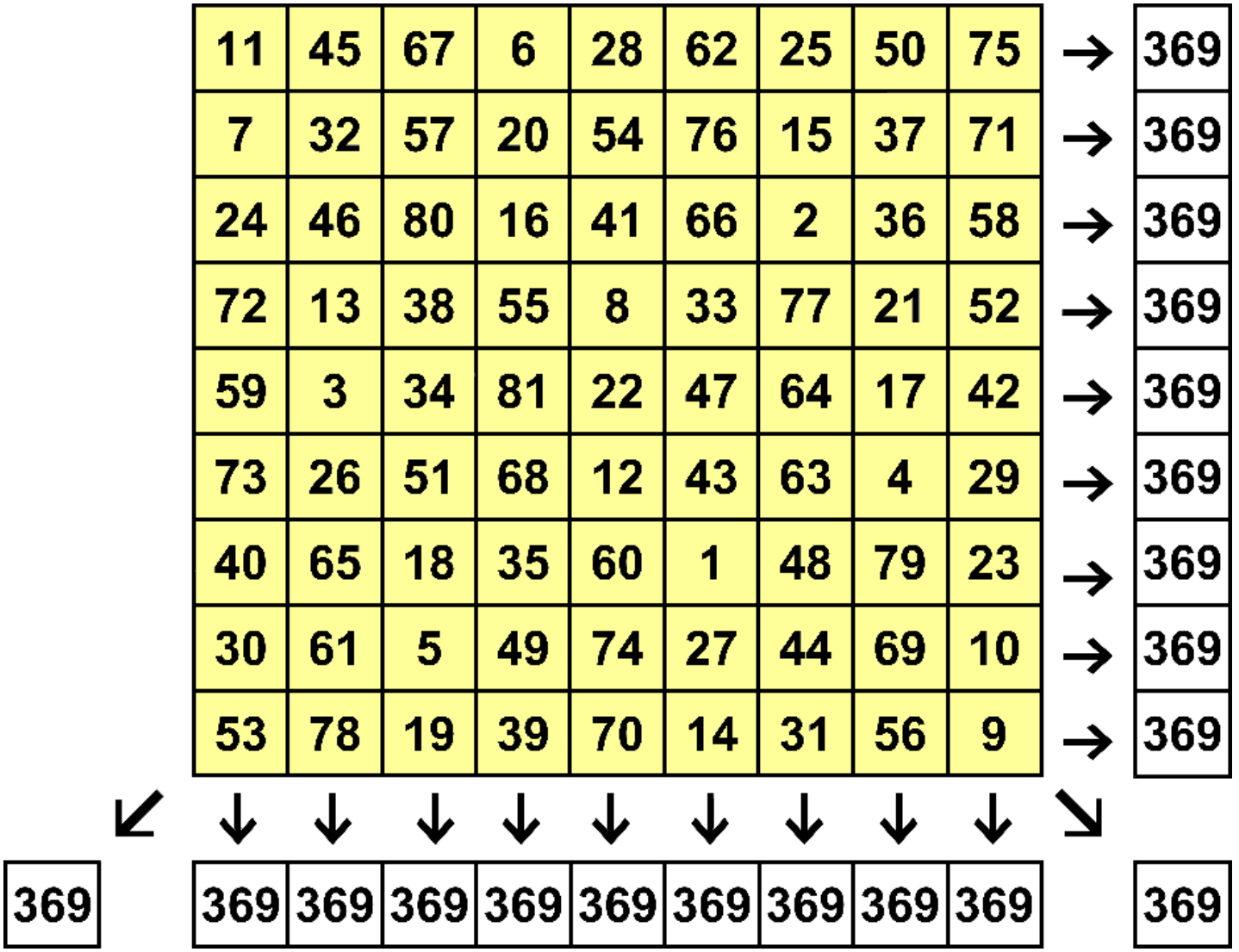
Carré 9(A–1)+B

11	45	67	6	28	62	25	50	75
7	32	57	20	54	76	15	37	71
24	46	80	16	41	66	2	36	58
72	13	38	55	8	33	77	21	52
59	3	34	81	22	47	64	17	42
73	26	51	68	12	43	63	4	29
40	65	18	35	60	1	48	79	23
30	61	5	49	74	27	44	69	10
53	78	19	39	70	14	31	56	9

Un carré bimagique de somme 369

© Aimé Lachal – 2016

Carrés bimagiques



Le carré magique « simple »

© Aimé Lachal – 2016

Carrés bimagiques

	121	2025	4489	36	784	3844	625	2500	5625	→ 20049
	49	1024	3249	400	2916	5776	225	1369	5041	→ 20049
	576	2116	6400	256	1681	4356	4	1296	3364	→ 20049
	5184	169	1444	3025	64	1089	5929	441	2704	→ 20049
	3481	9	1156	6561	484	2209	4096	289	1764	→ 20049
	5329	676	2601	4624	144	1849	3969	16	841	→ 20049
	1600	4225	324	1225	3600	1	2304	6241	529	→ 20049
	900	3721	25	2401	5476	729	1936	4761	100	→ 20049
	2809	6084	361	1521	4900	196	961	3136	81	→ 20049
↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘
20049	20049	20049	20049	20049	20049	20049	20049	20049	20049	20049

Le carré magique des « carrés »

© Aimé Lachal – 2016

Carrés bimagiques

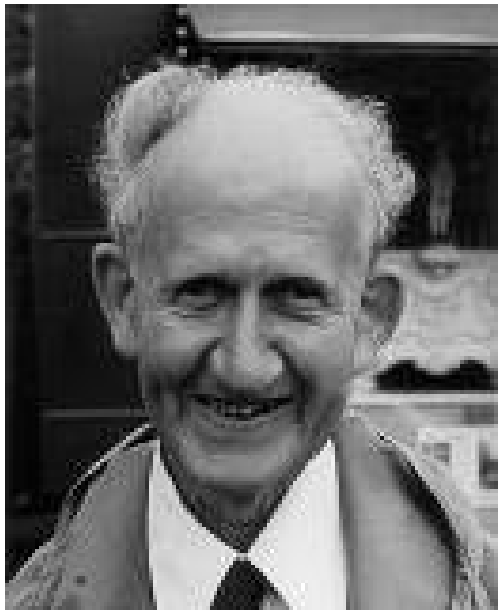


Christian Boyer

Consultant en informatique français.

Donald Keedwell (1928–)

Mathématicien britannique.



→ *Analyse des carrés*
bimagiques d'ordre 9
en relation avec les sudokus

© Aimé Lachal – 2016

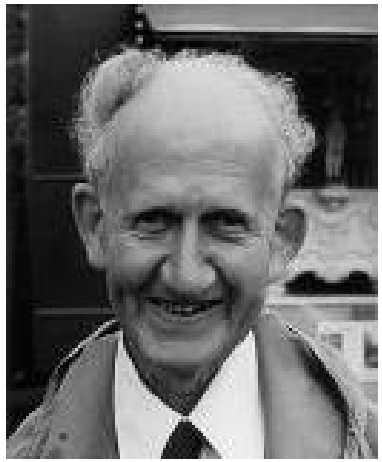
Carrés bimagiques

Théorème de Boyer & Keedwell
(2003 & 2011)

Tous les carrés bimagiques 9x9 construits avec la méthode de Tarry-Cazalas sont une combinaison de 2 Sudokus



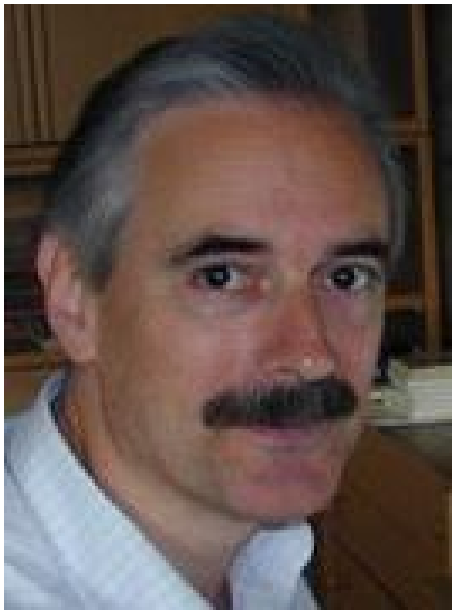
Christian Boyer



Donald Keedwell
(1928–)

© Aimé Lachal – 2016

Carrés bimagiques



Walter Trump

Mathématicien allemand.

Francis Gaspalou (1941–)

Ingénieur polytechnicien français.



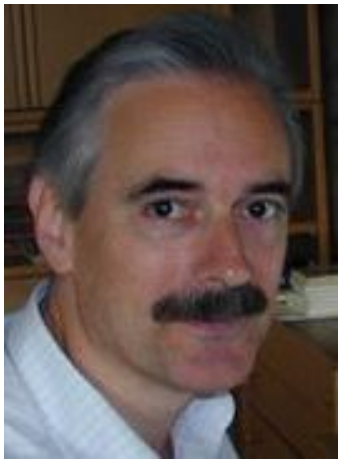
→ *Énumération de tous les carrés bimagiques d'ordre 8 (2014)*

© Aimé Lachal – 2016

Carrés bimagiques

Théorème de Trump & Gaspalou
(2014)

Il y a 136 244 carrés bimagiques normaux d'ordre 8 à 192 rotations/symétries près.



Walter Trump



Francis Gaspalou (1941–)

© Aimé Lachal – 2016

Définition

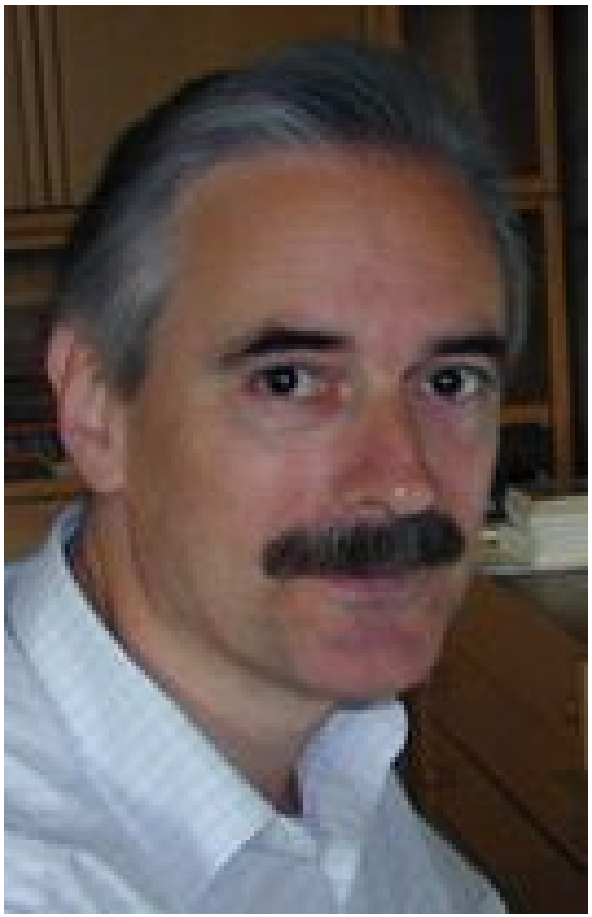
♦ Un carré « trimagique »
est un carré bimagique
tel que le tableau
des nombres élevés au cube
soit encore un carré magique

Carrés trimagiques

Walter Trump

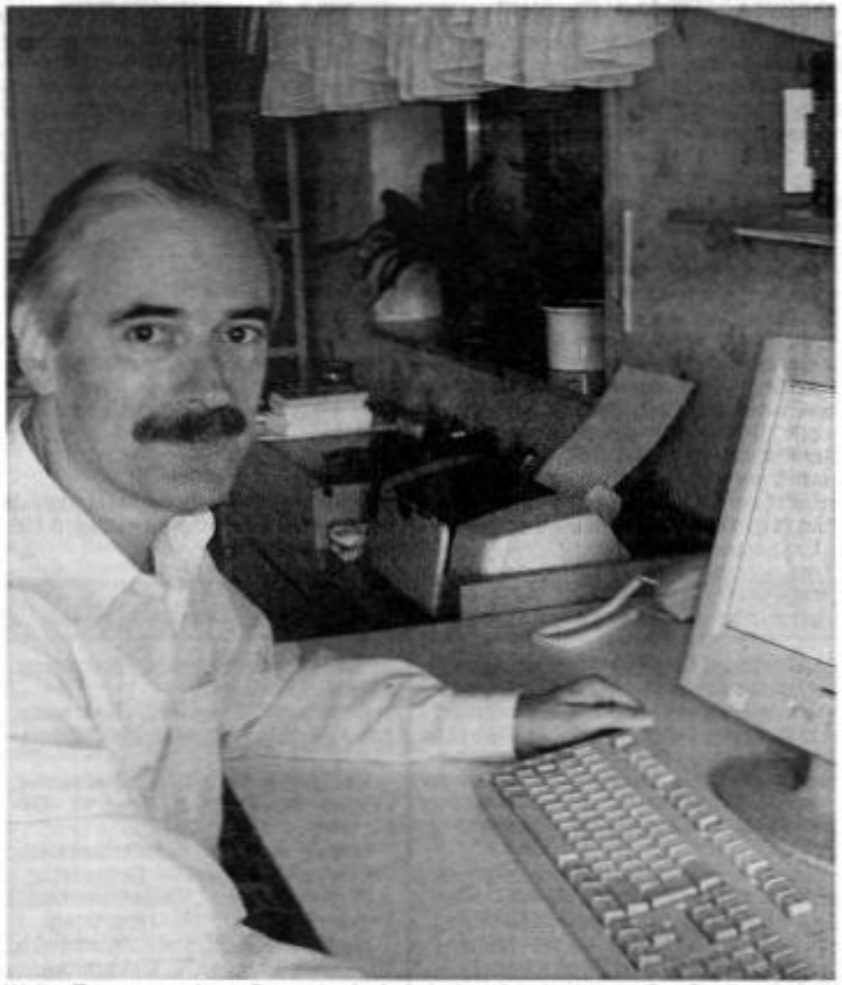
Mathématicien allemand.

→ *Carré trimagique d'ordre minimal 12 (2002)*



© Aimé Lachal – 2016

Carrés trimagiques



Walter Trump an seinem Computer im heimischen Arbeitszimmer. Der Studiendirektor unterrichtet am Gymnasium in Stein. Geboren wurde der 49-Jährige in Schwabach.

Rechenkünstler am Werk

Magische Reihe

Walter Trump hat das kleinste trimagische Quadrat ausgetüftelt

SCHWABACH (jk) – Vor wenigen Wochen war es so weit: Studiendirektor Walter Trump (49), ein gebürtiger Schwabacher, der nun am Gymnasium in Stein unterrichtet, hat eine harte Nuss geknackt, die ihn als Mathematiker bereits seit längerem beschäftigt hatte: Trump hatte das kleinste trimagische Quadrat errechnet!

Die magischen Zahlenreihen haben eines gemeinsam: Sowohl horizontal als auch vertikal sowie diagonal addiert, kommt stets dieselbe Summe heraus: nämlich 870. Bildet man nun von allen Zahlen die zweiten beziehungsweise Potenzen, so entsteht jeweils wieder ein magisches Quadrat – daher die Bezeichnung trimagisch.

Doch damit ist das Zahlenspiel noch nicht zu Ende. Walter Trump hat nämlich überdies mathematisch sauber nachgewiesen, dass seine Zwölfer-Reihe das kleinste trimagische Quadrat darstellt, das überhaupt möglich ist.

Trumps Entdeckung und Berechnung ist in der mathematischen Fachwelt auf großes Interesse gestoßen. Seine Leistung wird bereits auf mehreren Internet-Seiten gewürdigt (www.multimagie.com). Ob bimagische, tetra- oder pentamagische Zahlenreihen: Überall sind Mathematiker am Werk, um „magische Zahlenreihen" zu ersinnen. Nun darf sich Walter Trump in die Reihe derer einreihen, die auf diesem Gebiet eine wichtige Entdeckung beisteuern können.

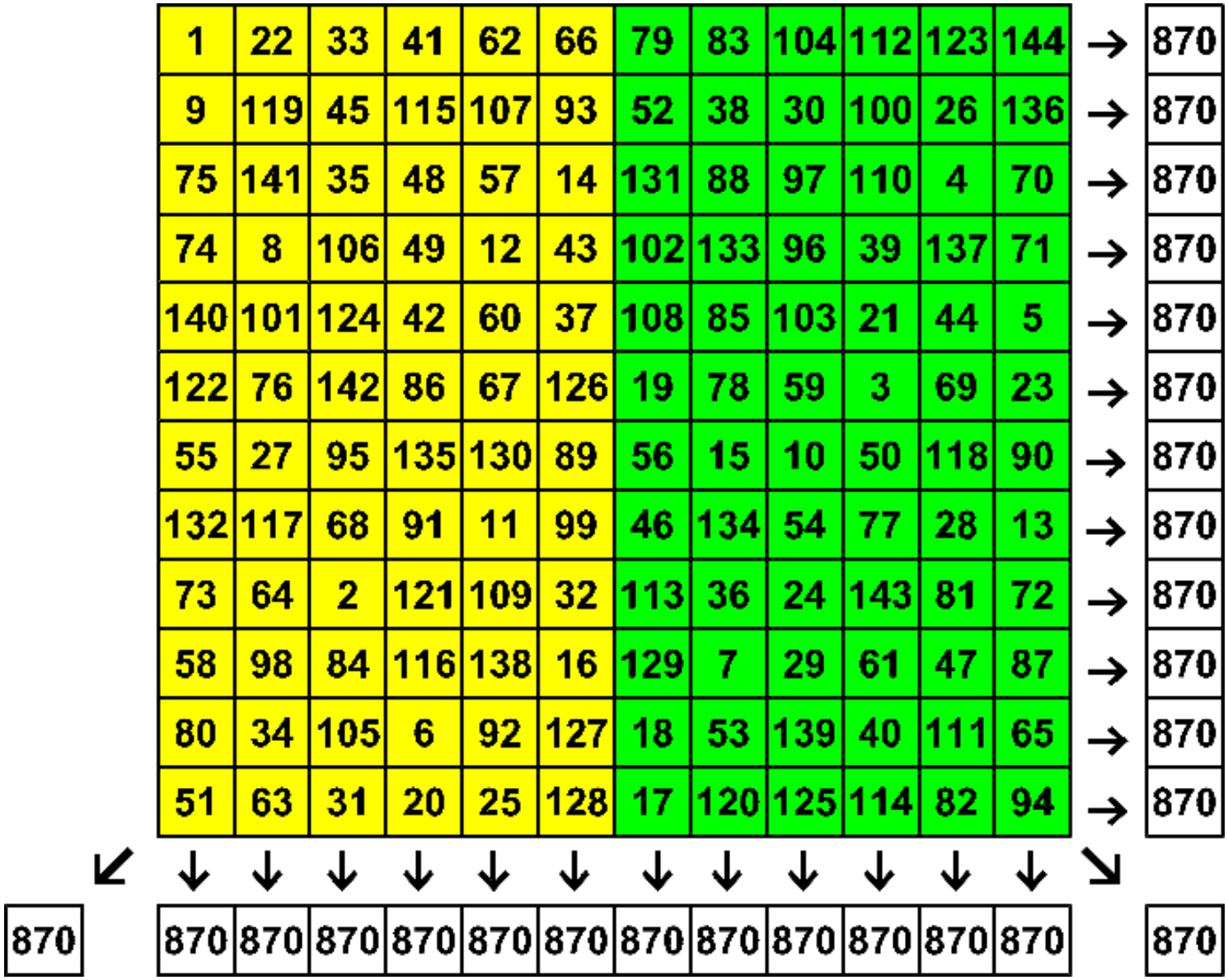
1	22	33	41	62	66	79	83	104	112	123	144	870
9	119	45	115	107	93	52	38	30	100	26	136	870
75	141	35	48	57	14	131	68	97	110	4	70	870
74	8	106	49	12	43	102	133	96	39	137	71	870
140	101	124	42	60	37	108	85	103	21	44	5	870
122	76	142	86	67	126	19	78	59	3	69	23	870
55	27	95	135	130	89	56	15	10	50	118	90	870
132	117	68	91	11	99	46	134	54	77	28	13	870
73	64	2	121	109	32	113	36	24	143	81	72	870
58	98	84	116	138	16	129	7	29	61	47	87	870
80	34	105	6	92	127	18	53	139	40	111	65	870
51	63	31	20	25	128	17	120	125	114	82	94	870
870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870

Nachrechnen erlaubt: Der gebürtige Schwabacher Walter Trump hat Zahlenreihen für dieses so genannte trimagische Quadrat errechnet. Wie man auch immer addiert: Stets kommt dieselbe Summe heraus. Mit seinem zwölfspaltigen Rechenwerk hat Trump das kleinste trimagische Quadrat geschaffen. Gleichzeitig hat er in diesem Zusammenhang auch mathematisch exakt den Nachweis erbracht, dass es nicht möglich ist, kleinere Quadrate, also mit weniger Zahlenreihen, zu erstellen, die den Bedingungen genügen.

In « *Schwabacher Tagblatt* » vom 1. Oktober 2002…

© Aimé Lachal – 2016

Carrés trimagiques



1	22	33	41	62	66	79	83	104	112	123	144	→ 870
9	119	45	115	107	93	52	38	30	100	26	136	→ 870
75	141	35	48	57	14	131	88	97	110	4	70	→ 870
74	8	106	49	12	43	102	133	96	39	137	71	→ 870
140	101	124	42	60	37	108	85	103	21	44	5	→ 870
122	76	142	86	67	126	19	78	59	3	69	23	→ 870
55	27	95	135	130	89	56	15	10	50	118	90	→ 870
132	117	68	91	11	99	46	134	54	77	28	13	→ 870
73	64	2	121	109	32	113	36	24	143	81	72	→ 870
58	98	84	116	138	16	129	7	29	61	47	87	→ 870
80	34	105	6	92	127	18	53	139	40	111	65	→ 870
51	63	31	20	25	128	17	120	125	114	82	94	→ 870

↙ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↘

870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870

Le carré magique « simple »

avec une symétrie $i \rightarrow 145 - i$

© Aimé Lachal – 2016

Carrés trimagiques

1	484	1089	1681	3844	4356	6241	6889	10816	12544	15129	20736	→ 83810
81	14161	2025	13225	11449	8649	2704	1444	900	10000	676	18496	→ 83810
5625	19881	1225	2304	3249	196	17161	7744	9409	12100	16	4900	→ 83810
5476	64	11236	2401	144	1849	10404	17689	9216	1521	18769	5041	→ 83810
19600	10201	15376	1764	3600	1369	11664	7225	10609	441	1936	25	→ 83810
14884	5776	20164	7396	4489	15876	361	6084	3481	9	4761	529	→ 83810
3025	729	9025	18225	16900	7921	3136	225	100	2500	13924	8100	→ 83810
17424	13689	4624	8281	121	9801	2116	17956	2916	5929	784	169	→ 83810
5329	4096	4	14641	11881	1024	12769	1296	576	20449	6561	5184	→ 83810
3364	9604	7056	13456	19044	256	16641	49	841	3721	2209	7569	→ 83810
6400	1156	11025	36	8464	16129	324	2809	19321	1600	12321	4225	→ 83810
2601	3969	961	400	625	16384	289	14400	15625	12996	6724	8836	→ 83810
↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘
83810	83810	83810	83810	83810	83810	83810	83810	83810	83810	83810	83810	83810

Le carré magique des « carrés »

© Aimé Lachal – 2016

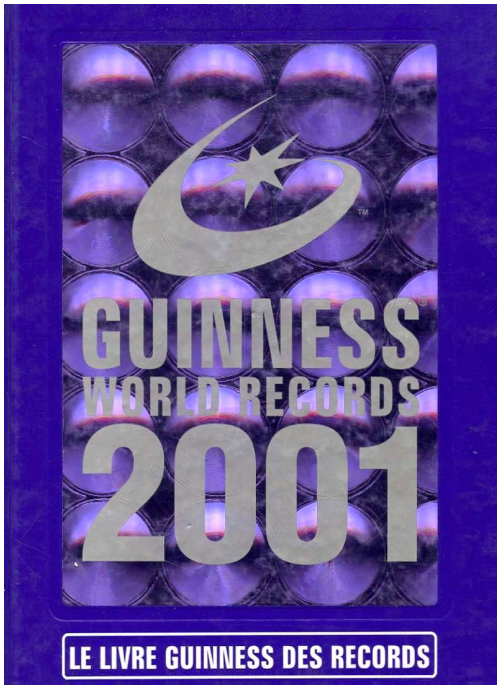
Carrés trimagiques

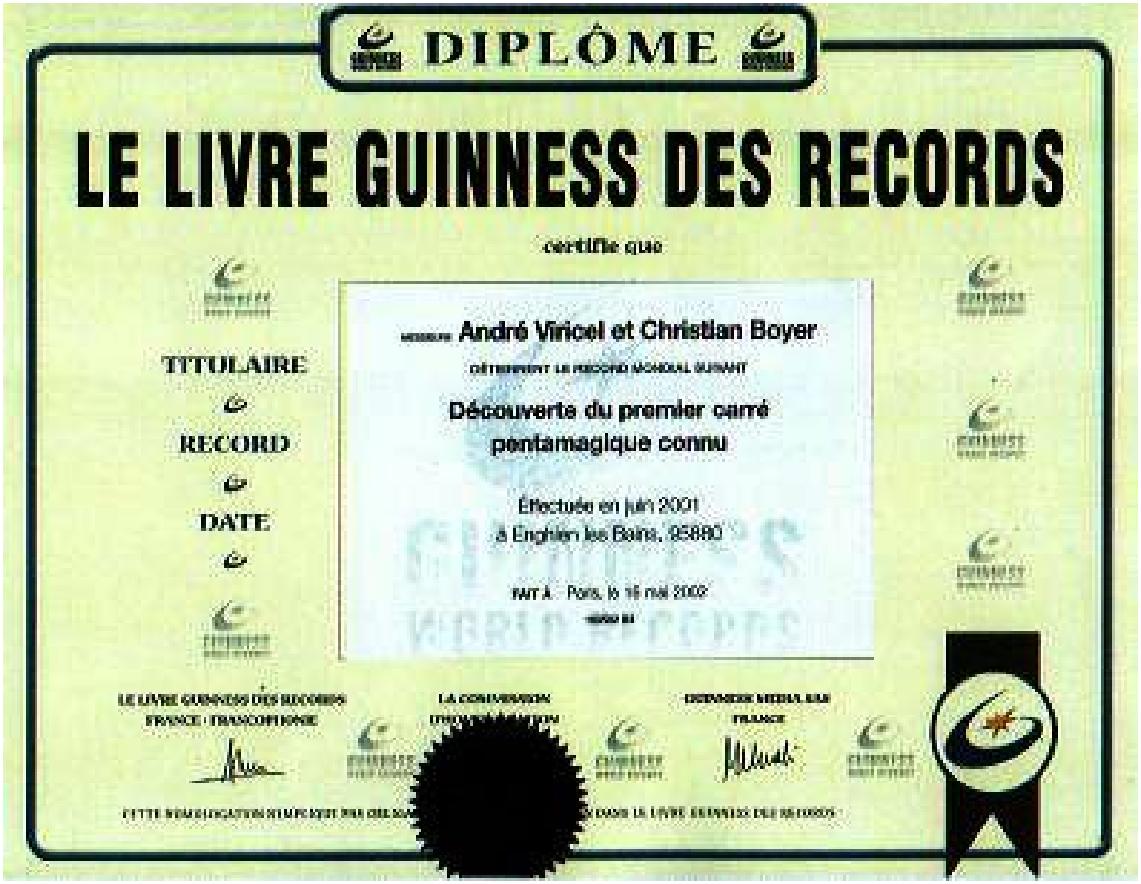
1	10648	35937	68921	238328	287496	493039	571787	1124864	1404928	1860867	2985984	→ 9082800
729	1685159	91125	1520875	1225043	804357	140608	54872	27000	1000000	17576	2515456	→ 9082800
421875	2803221	42875	110592	185193	2744	2248091	681472	912673	1331000	64	343000	→ 9082800
405224	512	1191016	117649	1728	79507	1061208	2352637	884736	59319	2571353	357911	→ 9082800
2744000	1030301	1906624	74088	216000	50653	1259712	614125	1092727	9261	85184	125	→ 9082800
1815848	438976	2863288	636056	300763	2000376	6859	474552	205379	27	328509	12167	→ 9082800
166375	19683	857375	2460375	2197000	704969	175616	3375	1000	125000	1643032	729000	→ 9082800
2299968	1601613	314432	753571	1331	970299	97336	2406104	157464	456533	21952	2197	→ 9082800
389017	262144	8	1771561	1295029	32768	1442897	46656	13824	2924207	531441	373248	→ 9082800
195112	941192	592704	1560896	2628072	4096	2146689	343	24389	226981	103823	658503	→ 9082800
512000	39304	1157625	216	778688	2048383	5832	148877	2685619	64000	1367631	274625	→ 9082800
132651	250047	29791	8000	15625	2097152	4913	1728000	1953125	1481544	551368	830584	→ 9082800
↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘
9082800	9082800	9082800	9082800	9082800	9082800	9082800	9082800	9082800	9082800	9082800	9082800	9082800

Le carré magique des « cubes »

© Aimé Lachal – 2016

Carrés tétra- et pentamagiques etc…



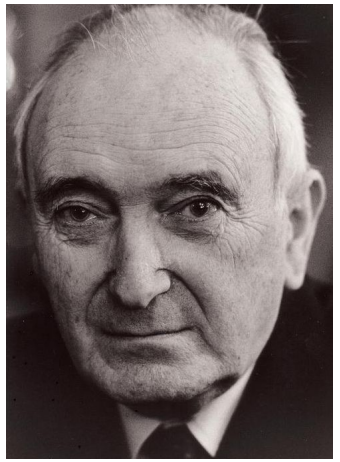




André Vircel
(1913–2003)



Christian Boyer



Charles Devimeux
(1919–2000)

www.multimagie.com

Multimagic Squares - Carrés Multimagiques - Multimagische Quadrate

© Aimé Lachal – 2016

Définition

♦ Un carré « additif-multiplicatif »
est un carré magique
dont les produits des nombres
de chaque ligne,
de chaque colonne et de
chacune des deux diagonales
coïncident

Carrés additifs-multiplicatifs

Walter W. Horner (1894–1988)

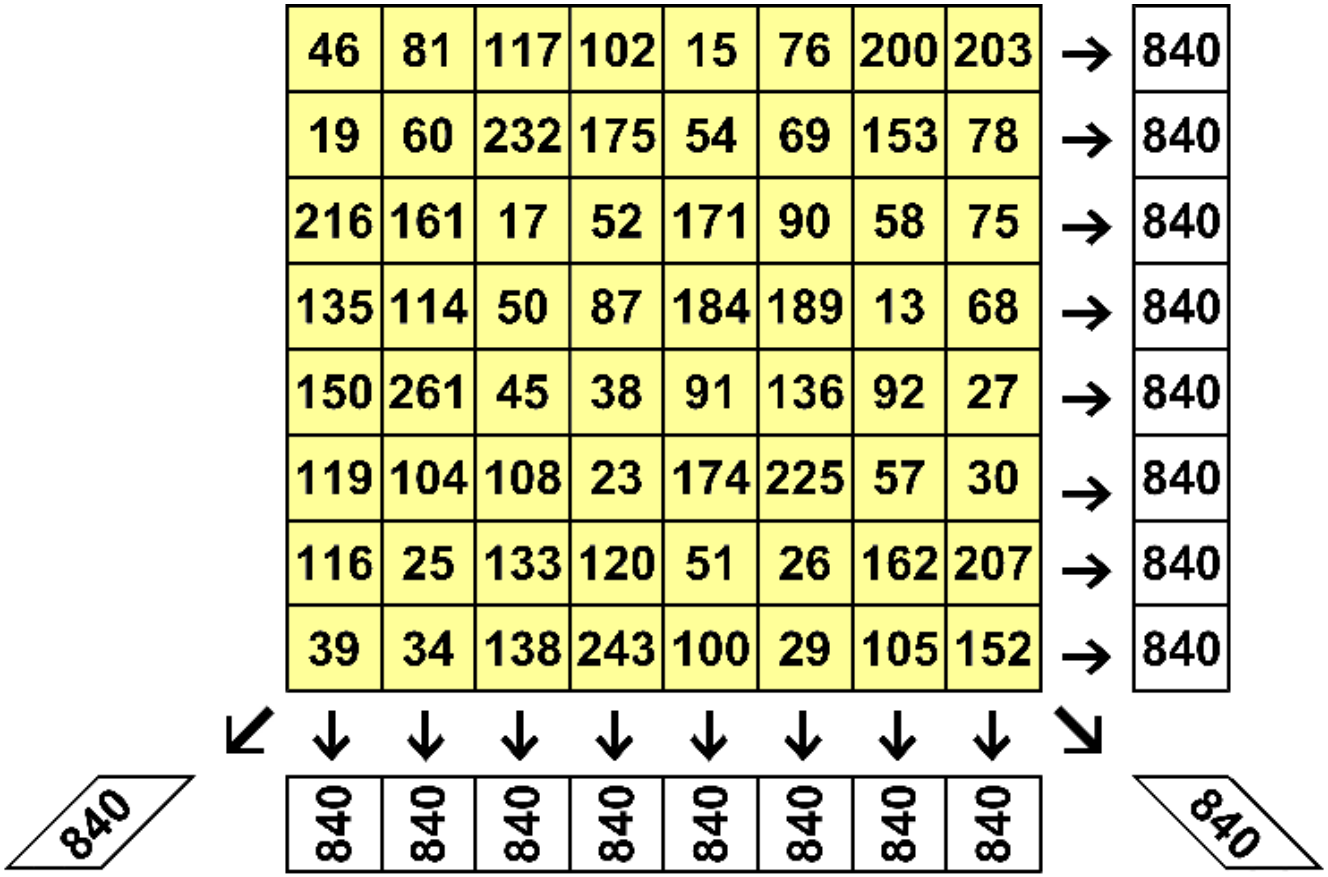
Mathématicien américain.

→ *Construction d'un carré magique additif-multiplicatif d'ordre 8 (1955)*



© Aimé Lachal – 2016

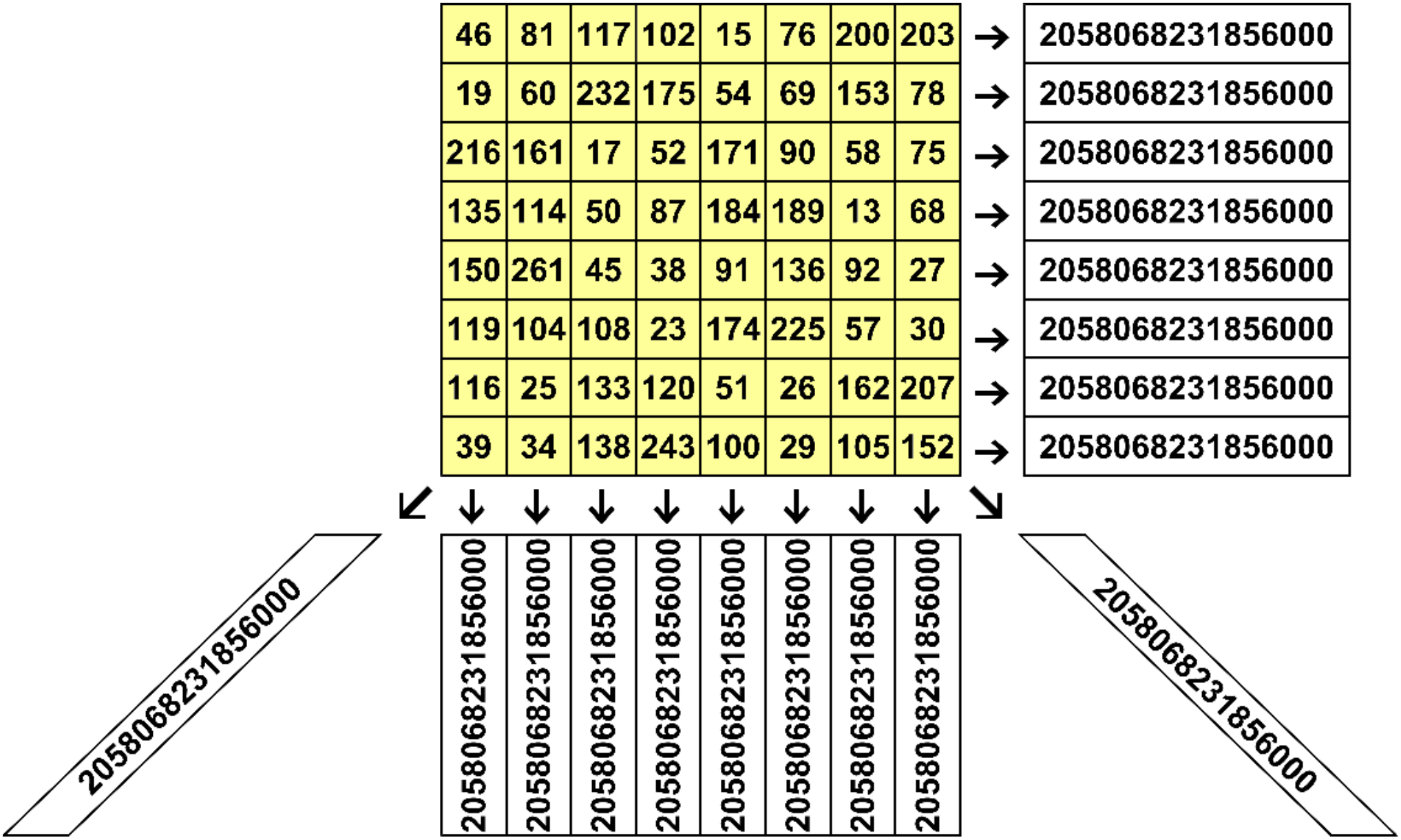
Carrés additifs-multiplicatifs



Carré magique « additif »

© Aimé Lachal – 2016

Carrés additifs-multiplicatifs

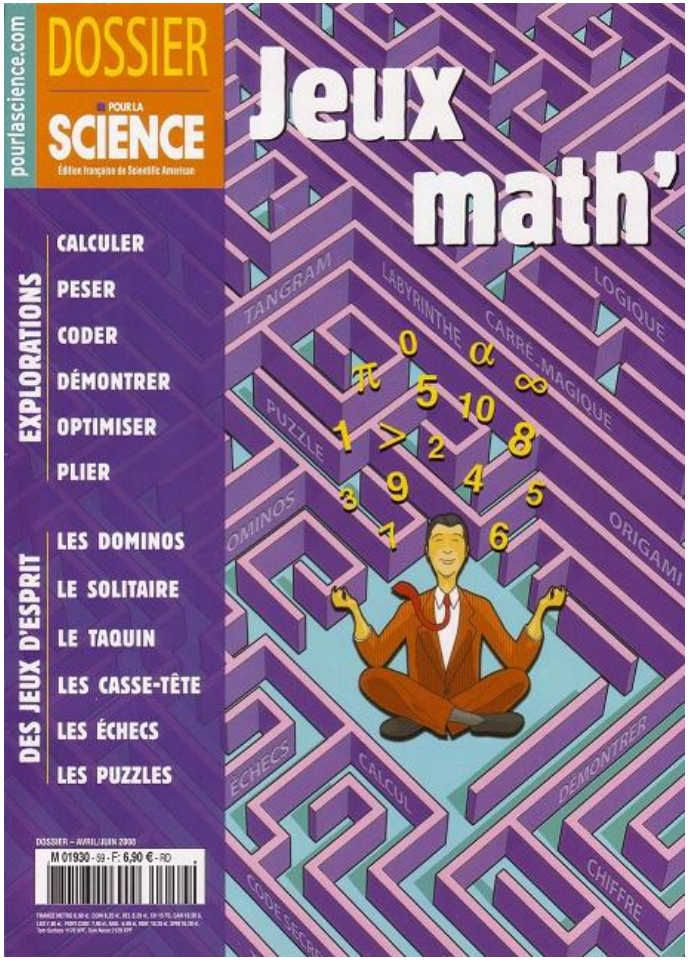


Carré magique « multiplicatif »

© Aimé Lachal – 2016

Carrés additifs-multiplicatifs

Des défis d'actualité





Quels sont les plus petits carrés magiques additif-multiplicatifs possibles : 5x5, 6x6, 7x7 ou 8x8 ?

Un carré magique additif-multiplicatif nxn est un carré dont les n lignes, n colonnes et 2 diagonales ont la même somme S, mais aussi le même produit P. Les plus petits connus sont des carrés 8x8 dont le premier a été construit en 1955 par Walter Horner, professeur américain de mathématiques. Mais on ne connaît aucun 5x5, 6x6 ou 7x7. Les 3x3 et 4x4 sont prouvés impossibles.

162	207	51	26	133	120	116	25
105	152	100	29	138	243	39	34
92	27	91	136	45	38	150	261
57	30	174	225	108	23	119	104
58	75	171	90	17	52	216	161
13	68	184	189	50	87	135	114
200	203	15	76	117	102	46	81
153	78	54	69	232	175	19	60

Carré magique additif-multiplicatif 8x8, par Walter Horner.
S = 840, P = 2 058 068 231 856 000.

- **Grande énigme #6 (1000€ + 1 bouteille).** Construire un carré magique additif-multiplicatif 5x5 utilisant des entiers positifs distincts. Ou prouver que c'est impossible.
- **Petite énigme #6a (500€ + 1 bouteille).** Construire un carré magique additif-multiplicatif 6x6 utilisant des entiers positifs distincts. Ou prouver que c'est impossible.
- **Petite énigme #6b (200€ + 1 bouteille).** Construire un carré magique additif-multiplicatif 7x7 utilisant des entiers positifs distincts. Ou prouver que c'est impossible.

Contact : Christian Boyer, cboyer@club-internet.fr, France.
www.multimagie.com

© Aimé Lachal – 2016

Carrés additifs-multiplicatifs

Sébastien Miquel

Étudiant en mathématiques français.

→ *Construction d'un carré magique additif-multiplicatif d'ordre minimal 7 (2016)*



© Aimé Lachal – 2016

Carrés additifs-multiplicatifs

Carré magique : un nouveau record

Les carrés magiques font toujours rêver... et cogiter leurs concepteurs (voir *Tangente* 161). Le site www.multimagie.com propose, pour faire avancer douze problèmes non encore résolus sur ces objets mathématiques, douze prix pour un total de 8000 € accompagnés de douze bouteilles de champagne. L'une de ces énigmes vient d'être résolue par Sébastien Miquel : cet étudiant en thèse a construit le plus petit carré magique connu qui soit à la fois additif et multiplicatif. Le précédent record était un carré 8 × 8. Il s'agit cette fois d'un carré 7 × 7, de somme magique 465 et de produit magique 150 885 504 000, qui a tout de même demandé, au jeune mathématicien et à son ordinateur, six cents heures de calculs !

126	66	50	90	48	1	84
20	70	16	54	189	110	6
100	2	22	98	36	72	135
96	60	81	4	10	49	165
3	63	30	176	120	45	28
99	180	14	25	7	108	32
21	24	252	18	55	80	15

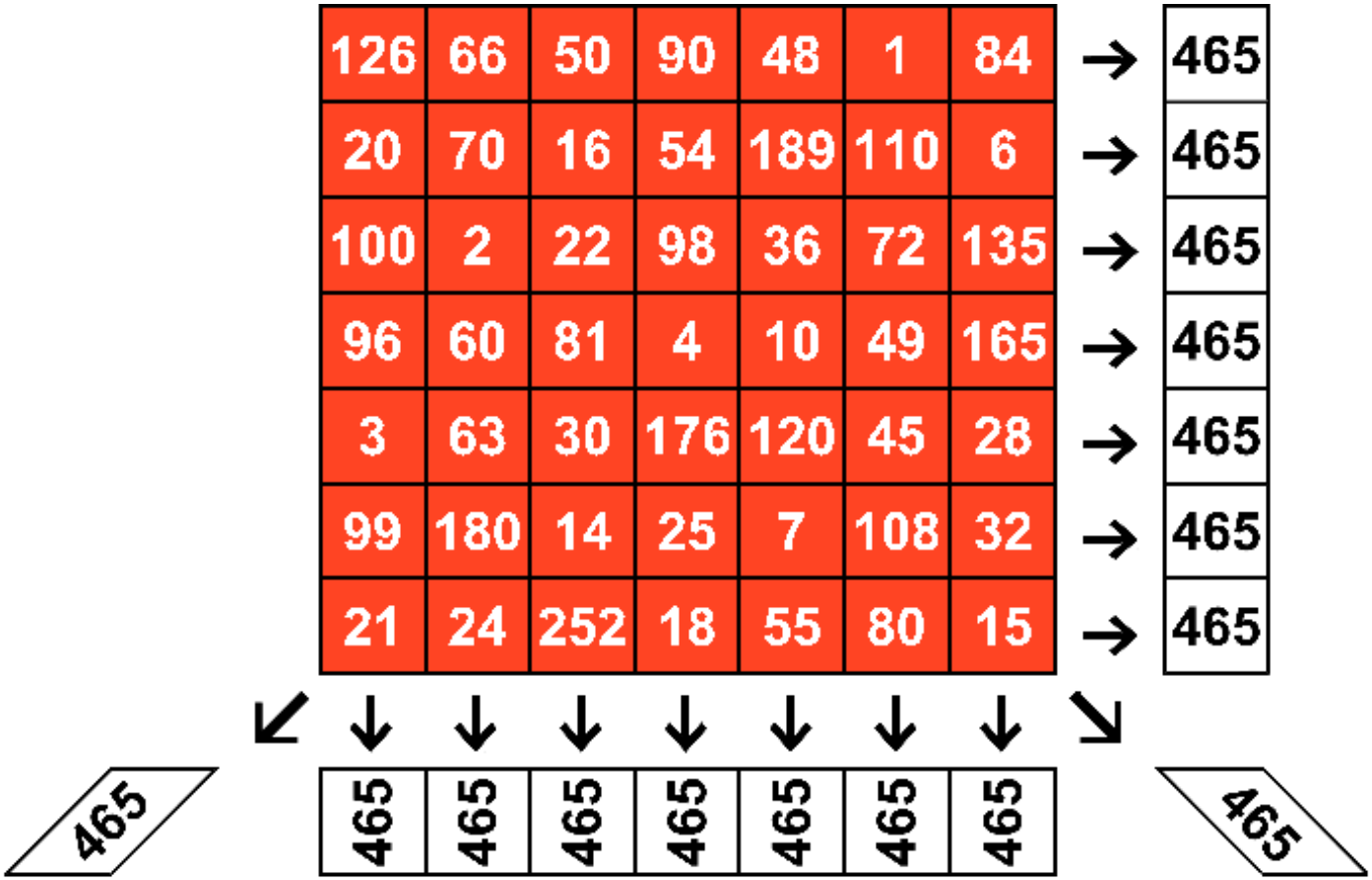
tangente N°175 Mars-Avril 2017



Christian Boyer & Sébastien Miquel

© Aimé Lachal – 2016

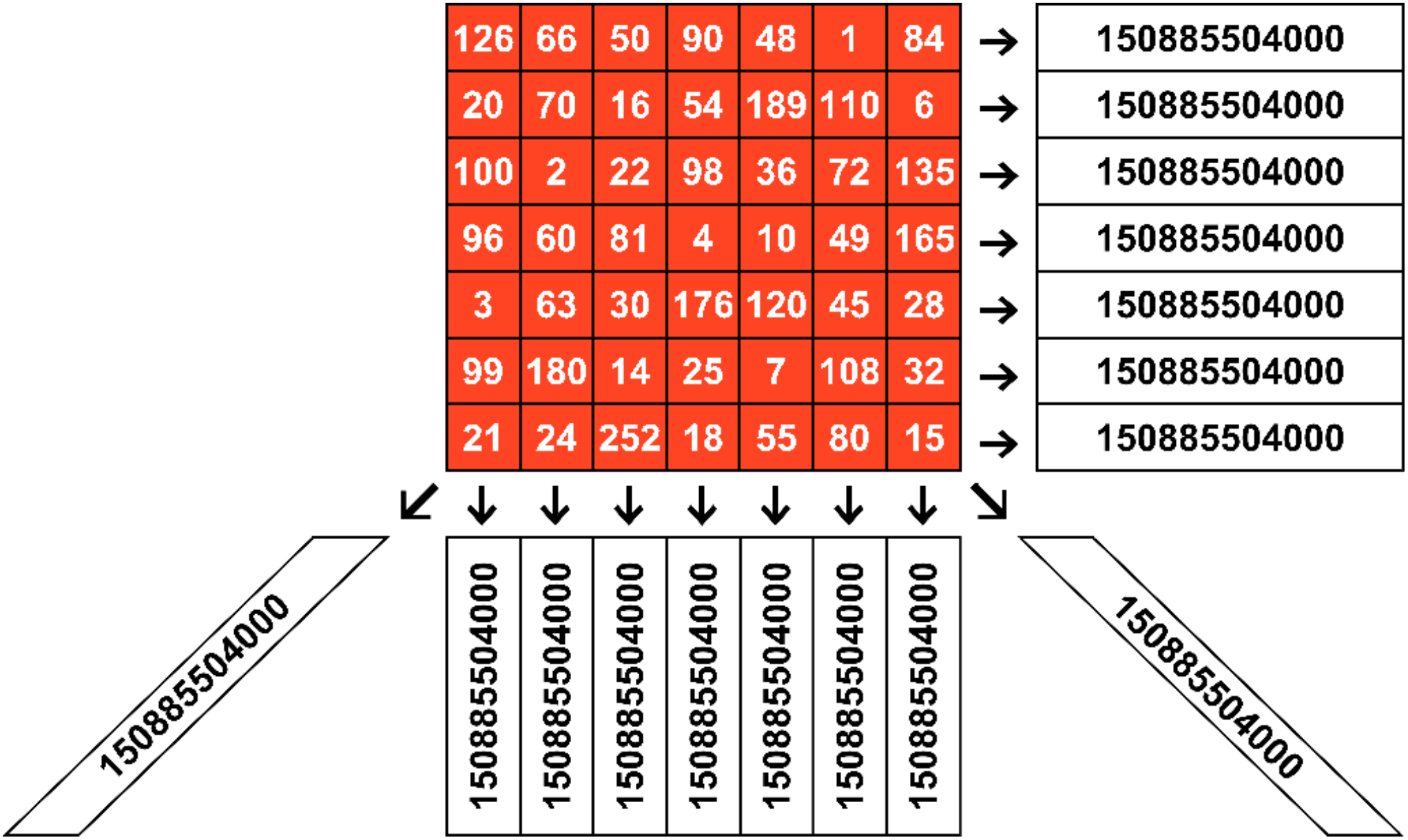
Carrés additifs-multiplicatifs



Carré magique « additif »

© Aimé Lachal – 2016

Carrés additifs-multiplicatifs



Carré magique « multiplicatif »

© Aimé Lachal – 2016

De profundis :

carrés magiques topographiques

Définition

♦ Un carré « topographique »
est un carré magique
dont les cellules sont des cubes
de hauteurs données par
les nombres composant le carré

Défi

♦ Créer des bassins de rétention d'eau de capacité maximale

Carrés magiques topographiques

Craig Knecht (1957–)

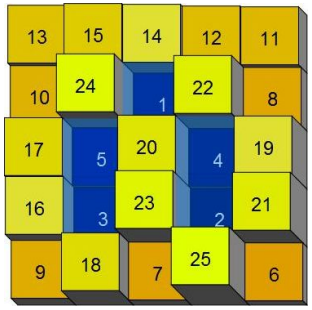
Obstréticien/gynécologue américain.

→ *Construction et création de nombreux carrés topographiques et calligraphiques*

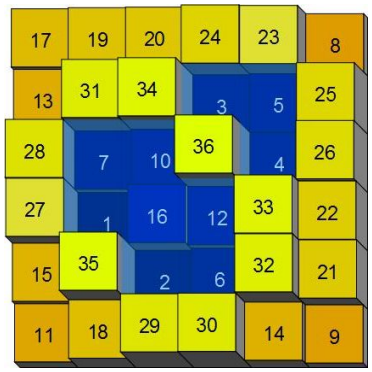


© Aimé Lachal – 2016

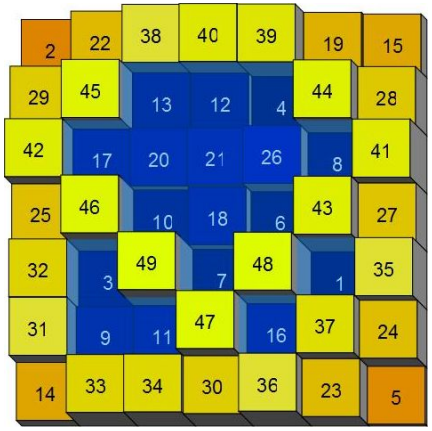
Carrés magiques topographiques



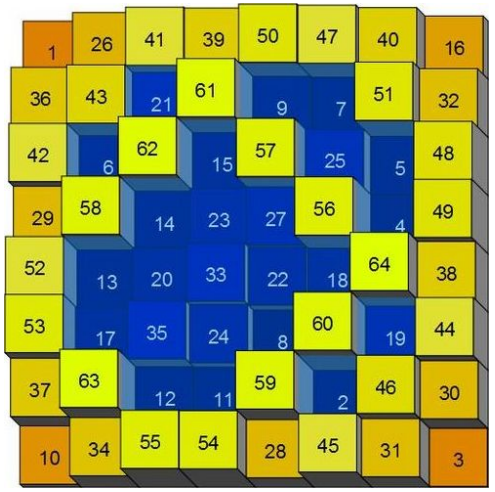
Ordre 5



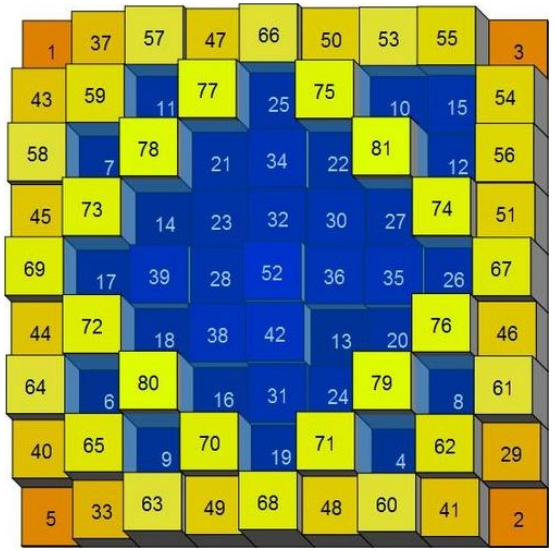
Ordre 6



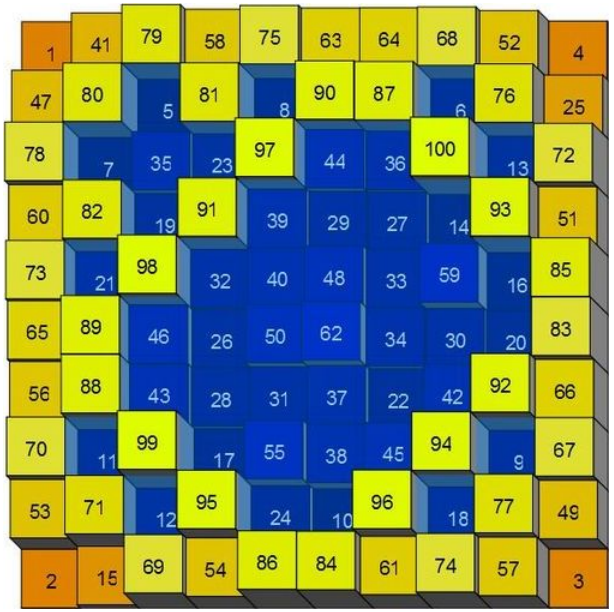
Ordre 7



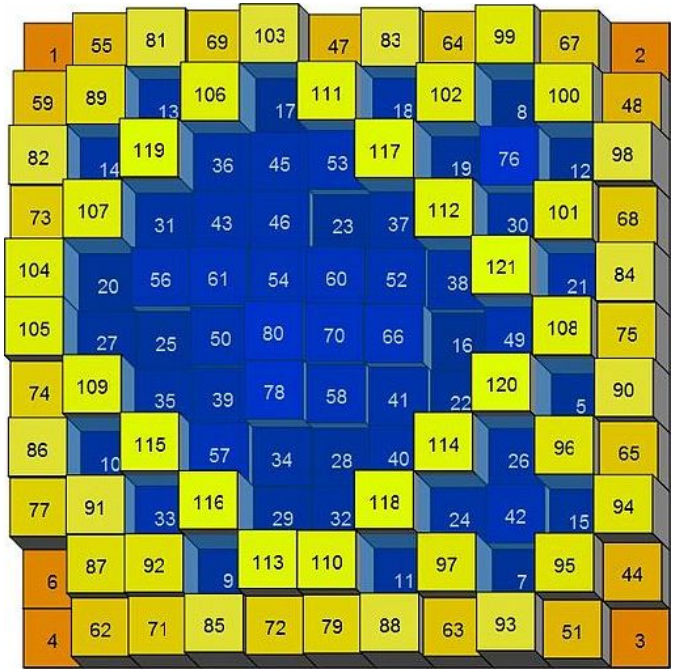
Ordre 8



Ordre 9



Ordre 10



Ordre 11

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques topographiques

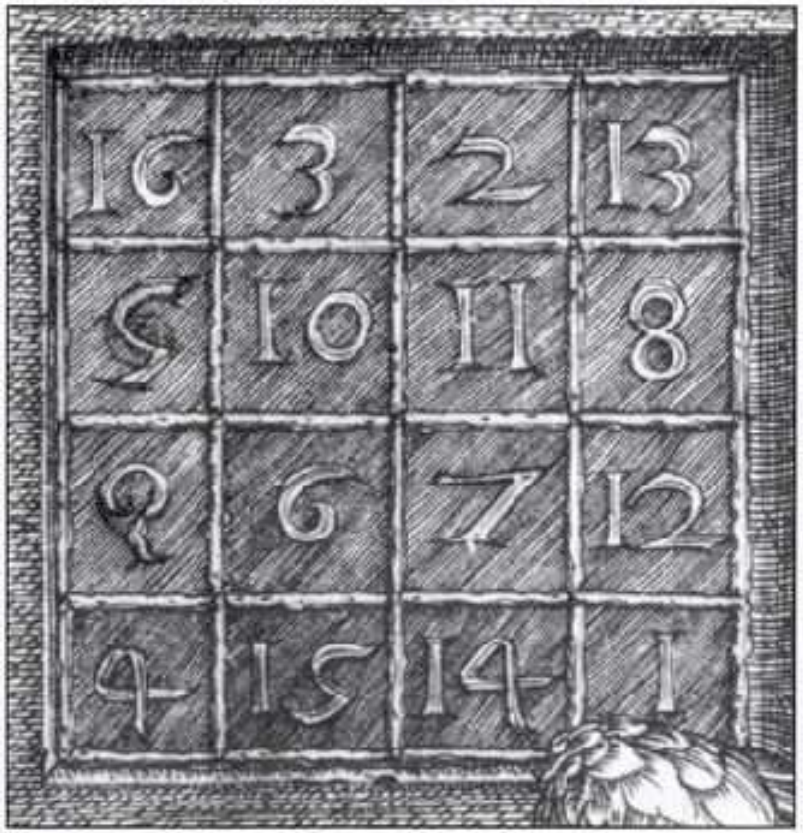


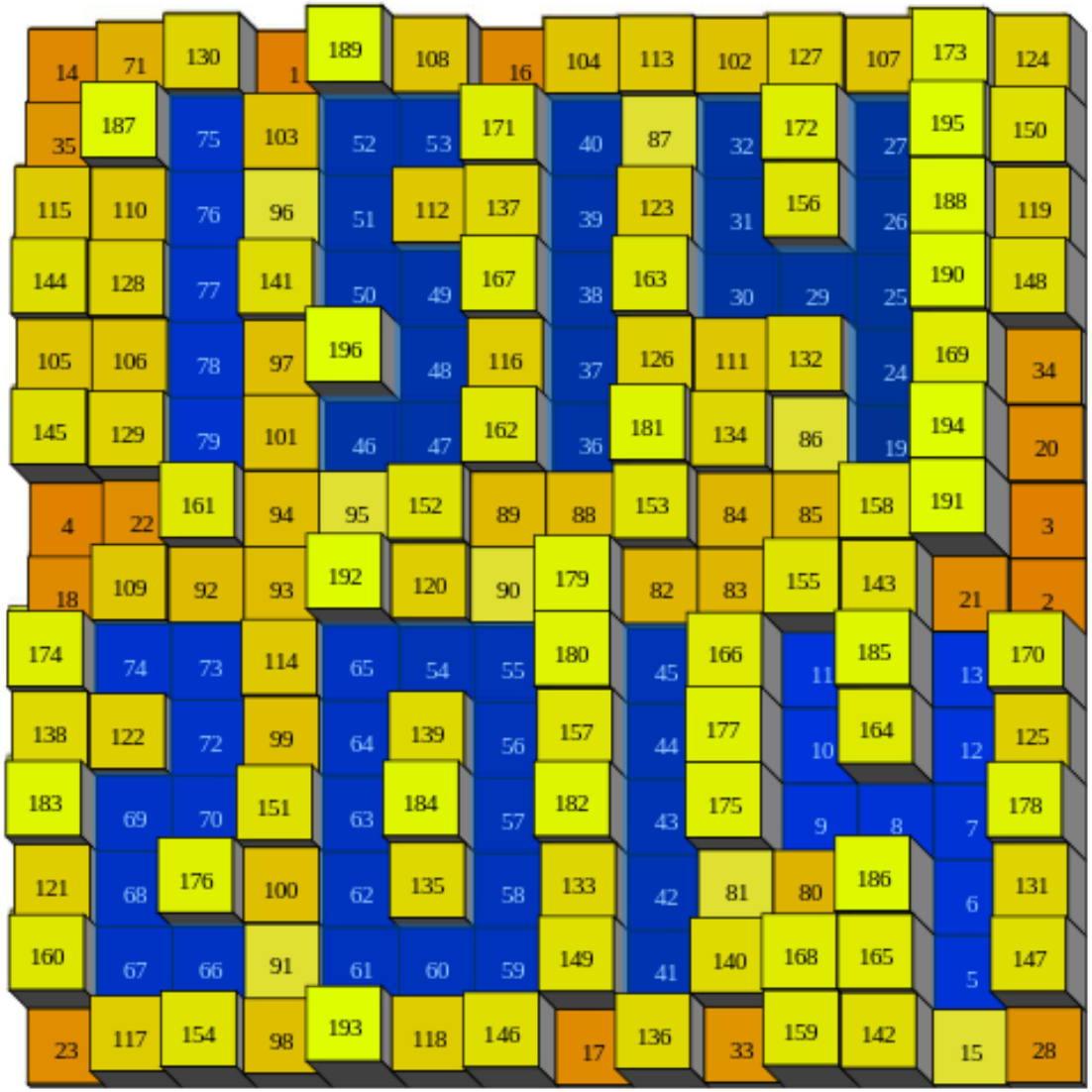


Cincentenaire de Melencolia

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques topographiques





Cincentenaire de Melencolia

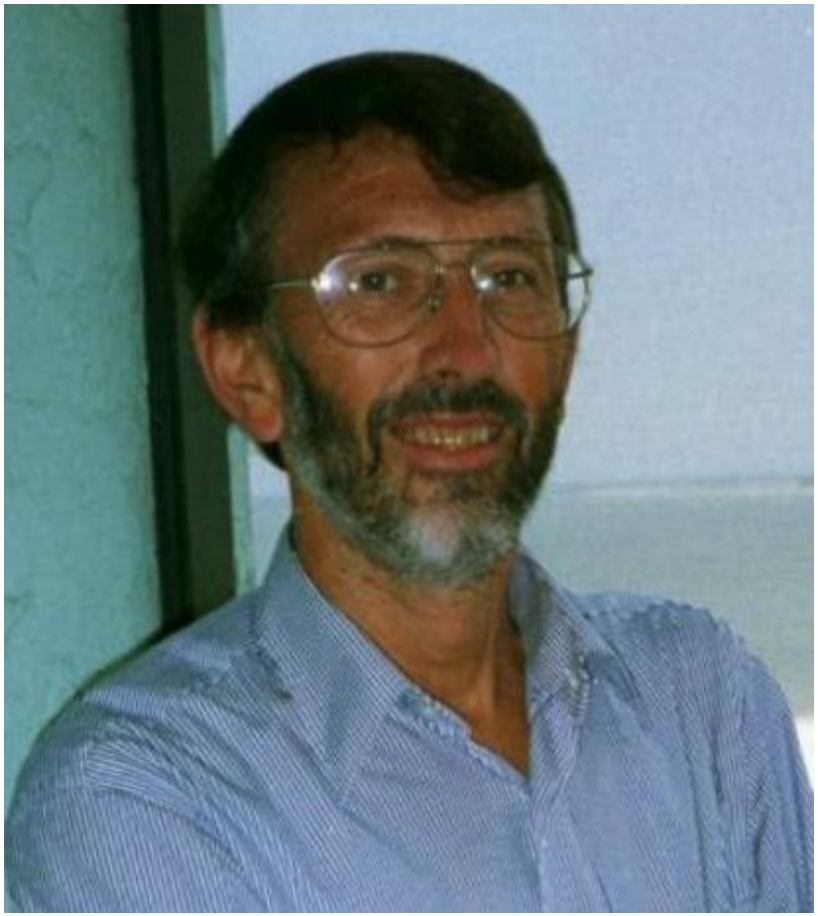
© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques topographiques

Hugo Pfoetner

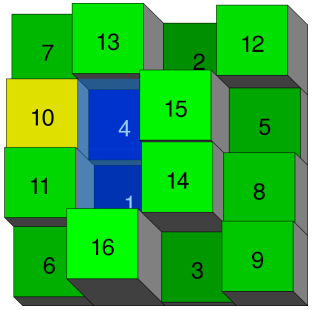
Ingénieur mécanicien allemand.

→ *Construction et création de nombreux carrés topographiques*

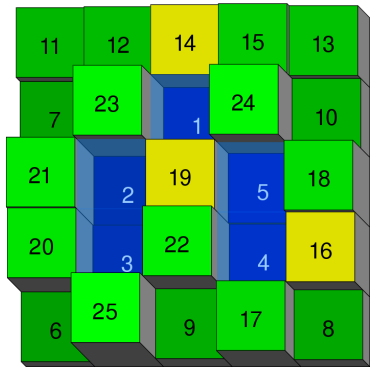


© Aimé Lachal – 2016

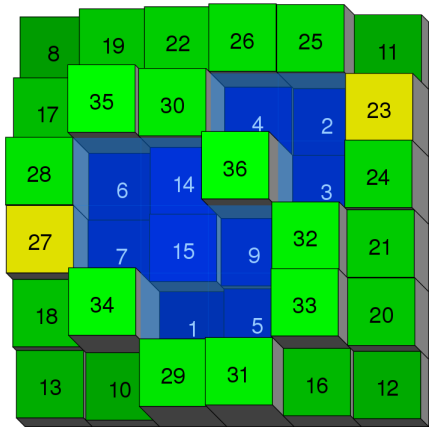
Carrés magiques topographiques



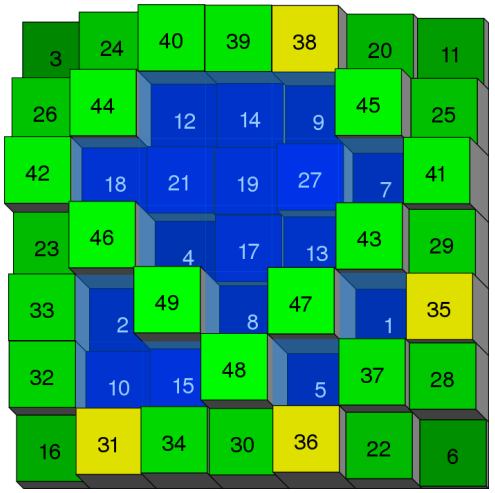
Ordre 4



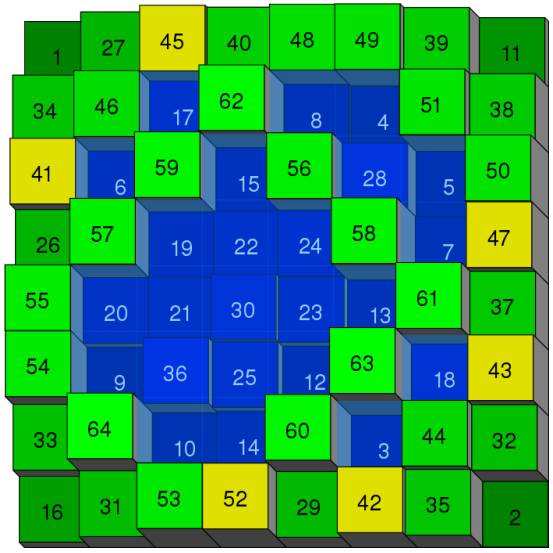
Ordre 5



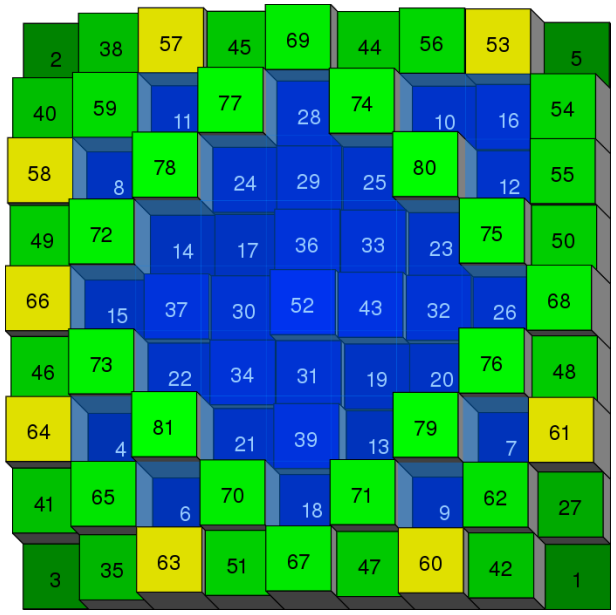
Ordre 6



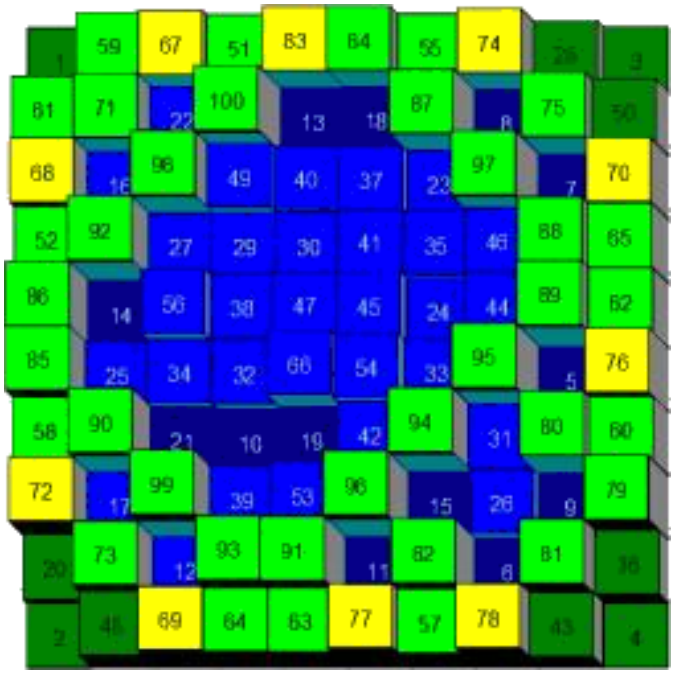
Ordre 7



Ordre 8



Ordre 9

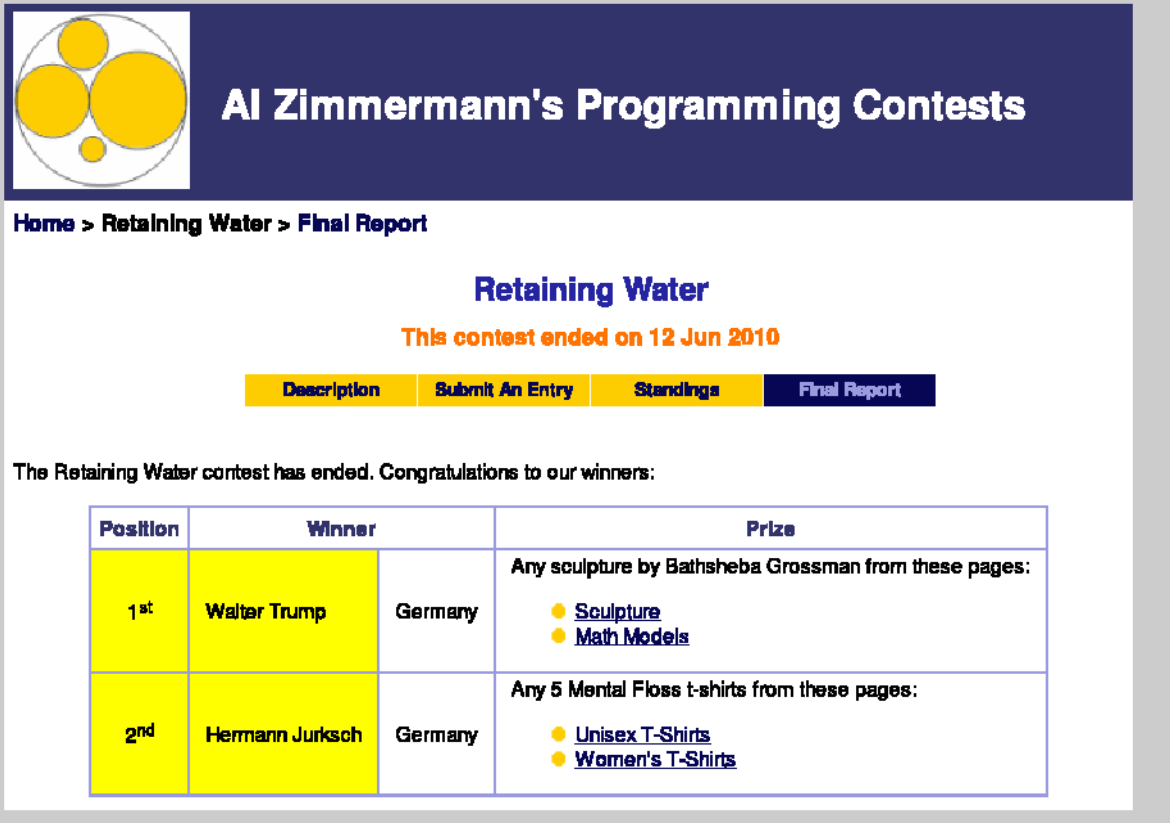


Ordre 10

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques topographiques

Concours de programmation d'Al Zimmermann : *la course aux défis les plus extravagants !*



Al Zimmermann's Programming Contests

Home > Retaining Water > Final Report

Retaining Water

This contest ended on 12 Jun 2010

Description | Submit An Entry | Standings | Final Report

The Retaining Water contest has ended. Congratulations to our winners:

Position	Winner		Prize
1st	Walter Trump	Germany	Any sculpture by Bathsheba Grossman from these pages: • Sculpture • Math Models
2nd	Hermann Jurksch	Germany	Any 5 Mental Floss t-shirts from these pages: • Unisex T-Shirts • Women's T-Shirts



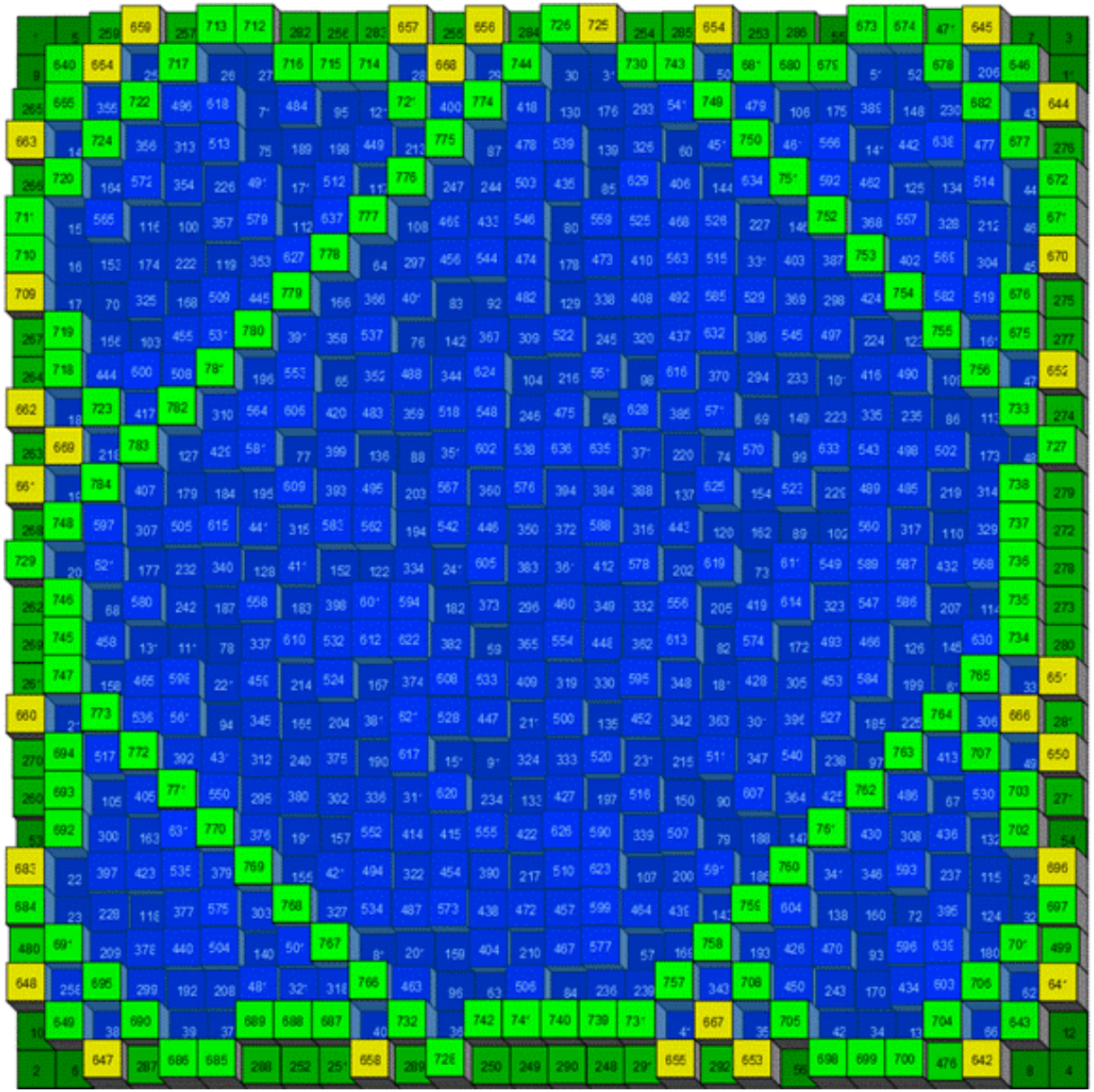
These are the contestants who submitted the best solution for each problem.

Problem	Score	Solver		Date Achieved
7 x 7	418	Hermann Jurksch	Recklinghausen, Germany	6 Apr 2010 03:28
		Hugo Pfoertner	Munich, Germany	14 Apr 2010 02:35
		Walter Trump	Nuremberg, Germany	30 Apr 2010 18:05
		Wes Sampson	La Jolla, California, United States	8 May 2010 02:15
8 x 8	797	Hermann Jurksch	Recklinghausen, Germany	5 Apr 2010 18:22
		Hugo Pfoertner	Munich, Germany	14 Apr 2010 02:49
9 x 9	1408	Walter Trump	Nuremberg, Germany	12 Jun 2010 15:59
10 x 10	2267	James J Youlton Jr	Victorville, California, United States	12 Apr 2010 03:42
		Hermann Jurksch	Recklinghausen, Germany	13 Apr 2010 15:27
		Hugo Pfoertner	Munich, Germany	19 Apr 2010 19:22
		Frédéric van der Plancke	Brussels, Belgium	19 May 2010 20:00
11 x 11	3492	Hugo Pfoertner	Munich, Germany	22 Apr 2010 08:41
		Hermann Jurksch	Recklinghausen, Germany	22 Apr 2010 19:11
		Frédéric van der Plancke	Brussels, Belgium	27 May 2010 00:02
12 x 12	5185	Hermann Jurksch	Recklinghausen, Germany	10 Jun 2010 21:05
13 x 13	7442	Walter Trump	Nuremberg, Germany	5 May 2010 13:54
		Hugo Pfoertner	Munich, Germany	10 Jun 2010 16:43
		Hermann Jurksch	Recklinghausen, Germany	11 Jun 2010 14:00
14 x 14	10397	Frédéric van der Plancke	Brussels, Belgium	19 May 2010 19:46
15 x 15	14154	James J Youlton Jr	Victorville, California, United States	15 Apr 2010 12:05
		Walter Trump	Nuremberg, Germany	28 Apr 2010 17:08
		Hermann Jurksch	Recklinghausen, Germany	27 May 2010 23:32
16 x 16	18887	James J Youlton Jr	Victorville, California, United States	4 Apr 2010 21:45
		Walter Trump	Nuremberg, Germany	30 Apr 2010 18:05
		Hermann Jurksch	Recklinghausen, Germany	27 May 2010 23:31
17 x 17	24730	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	23 Mar 2010 17:34
		Walter Trump	Nuremberg, Germany	5 May 2010 13:54
18 x 18	31871	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	23 Mar 2010 16:56
		Walter Trump	Nuremberg, Germany	5 May 2010 13:54
19 x 19	40473	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	23 Mar 2010 16:56
		Walter Trump	Nuremberg, Germany	5 May 2010 13:54
20 x 20	50754	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	24 Mar 2010 12:18
21 x 21	62877	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	24 Mar 2010 12:44
		Walter Trump	Nuremberg, Germany	5 May 2010 13:55
22 x 22	77098	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	23 Mar 2010 20:50
23 x 23	93623	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	24 Mar 2010 11:43
24 x 24	112710	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	24 Mar 2010 12:51
25 x 25	134598	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	23 Mar 2010 20:09
26 x 26	159565	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	24 Mar 2010 08:35
27 x 27	187880	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	23 Mar 2010 21:57
28 x 28	219822	Jarek Wroblewski	Wroclaw, Poland	24 Mar 2010 14:15

Records 2010

© Aimé Lachal – 2016

Carrés magiques topographiques



Un exploit :
un carré
topographique
d'ordre 28 de
Jarek Wroblewski

© Aimé Lachal – 2016

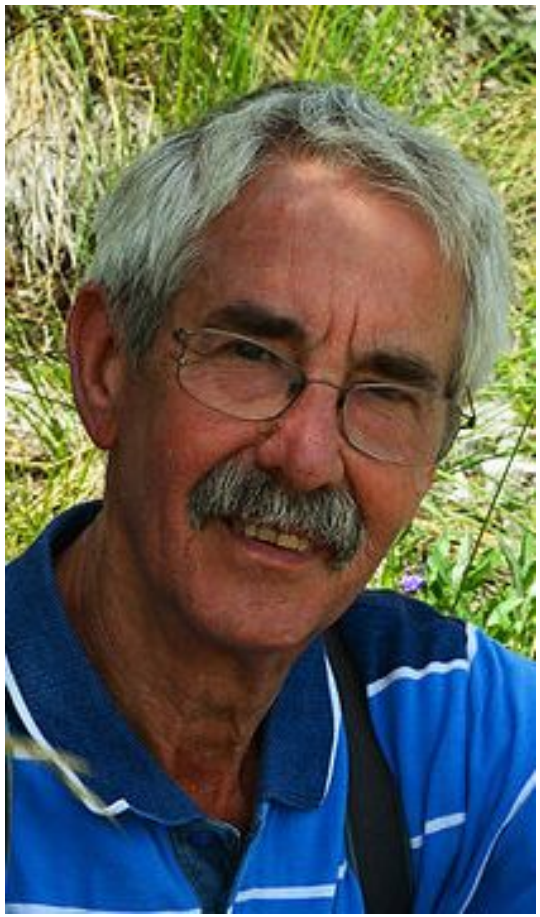
Carrés magiques artistiques…

Carrés magiques artistiques

Lee Cecil Fletcher Sallows (1944–)

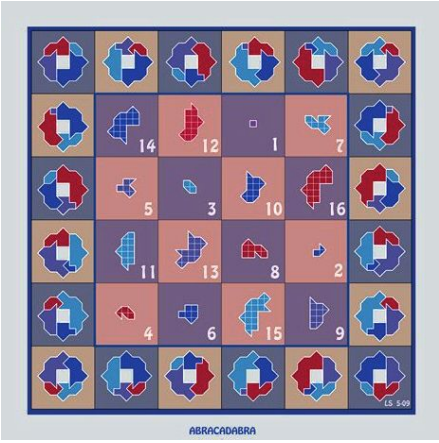
Ingénieur électronicien anglais.

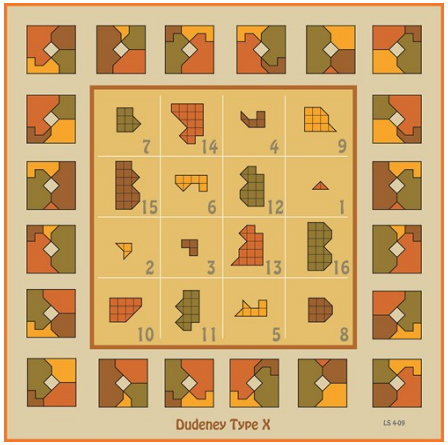
→ *Construction et création de nombreux carrés artistiques* ***alphamagiques*** *et* ***géomagiques*** *(1986)*

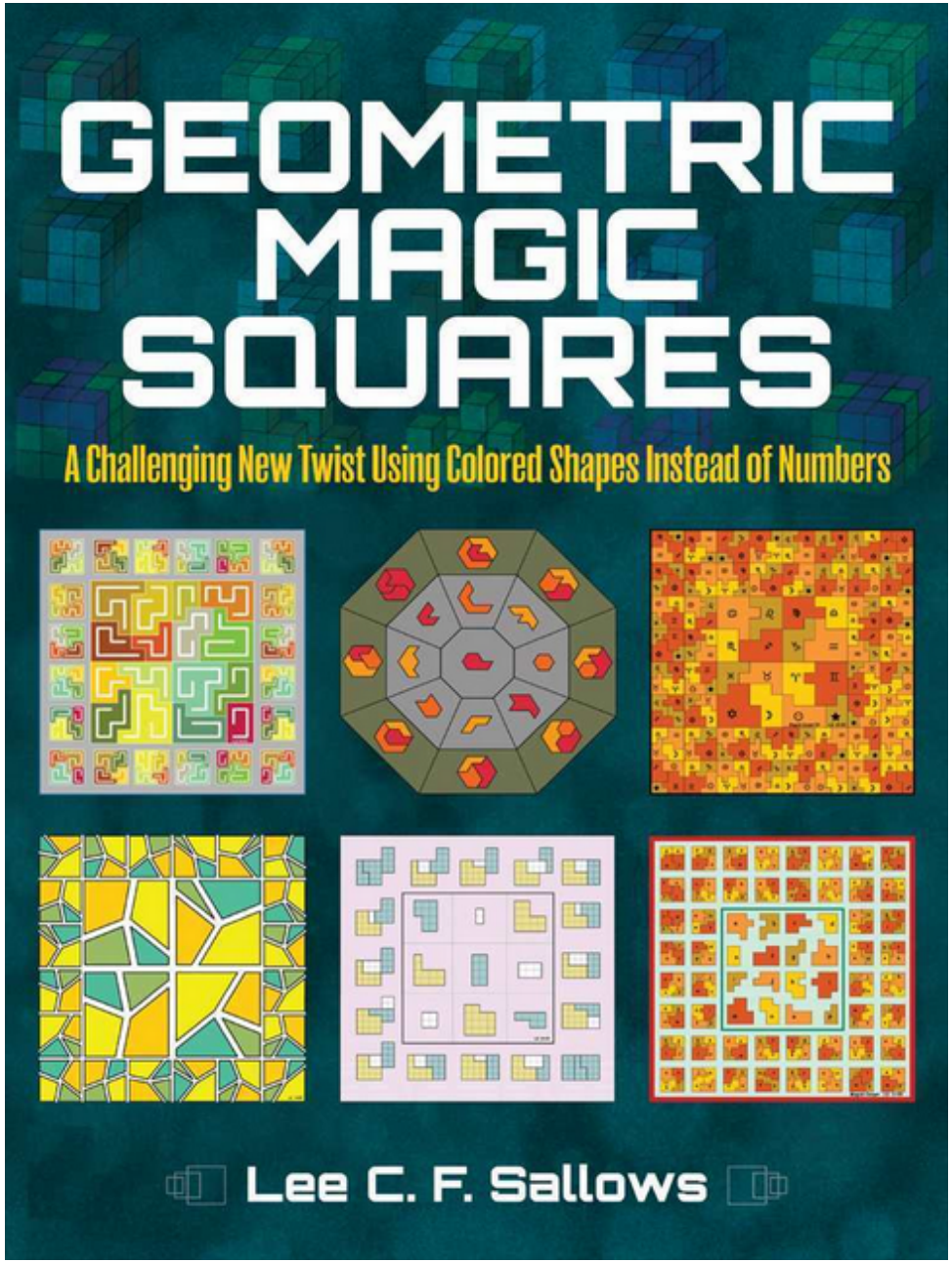


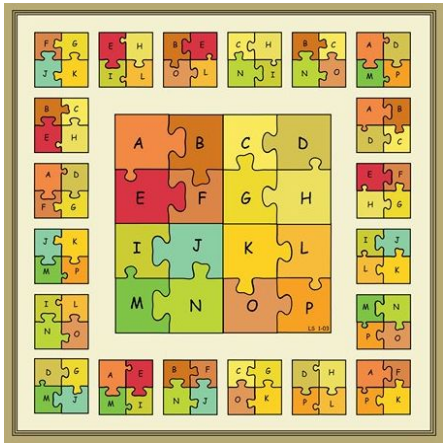
© Aimé Lachal – 2016

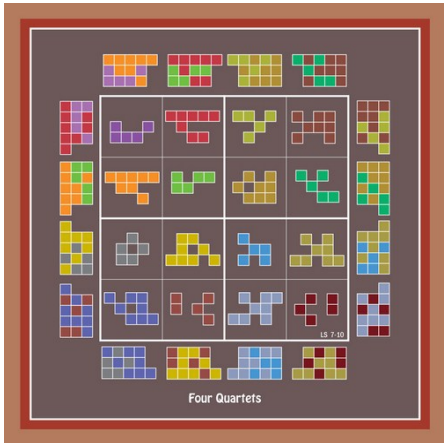
Carrés magiques artistiques

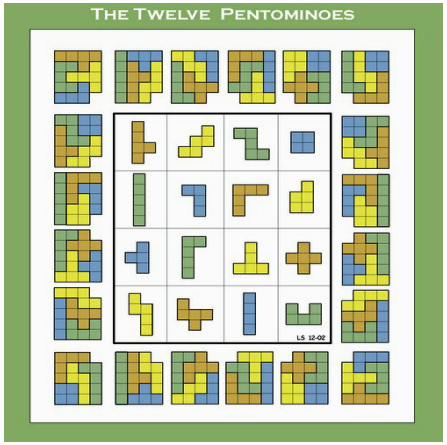


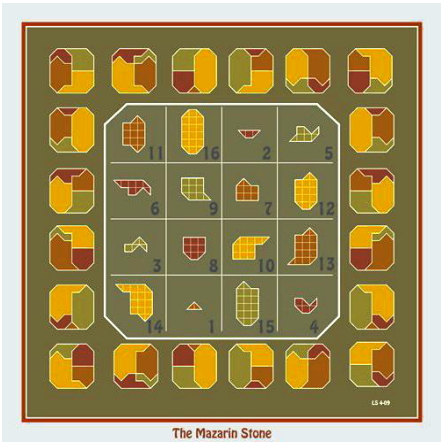










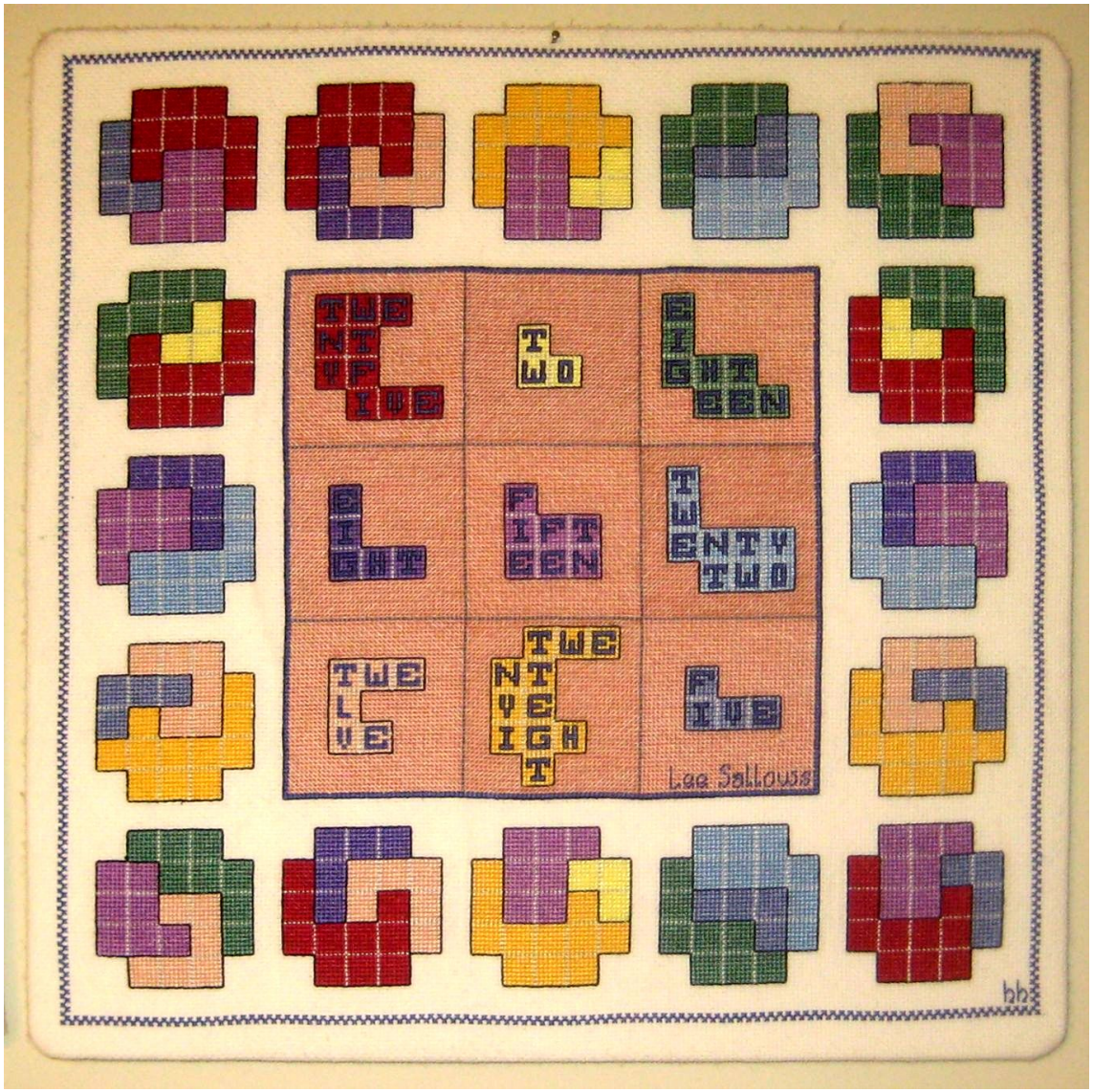


© Aimé Lachal – 2016

Définition

♦ Un carré « alpha-magique »
est un carré magique
donnant un autre carré magique
constitué des nombres de lettres
composant les entiers
du carré initial

Carrés alpha-magiques



10	3	8
5	7	9
6	11	4

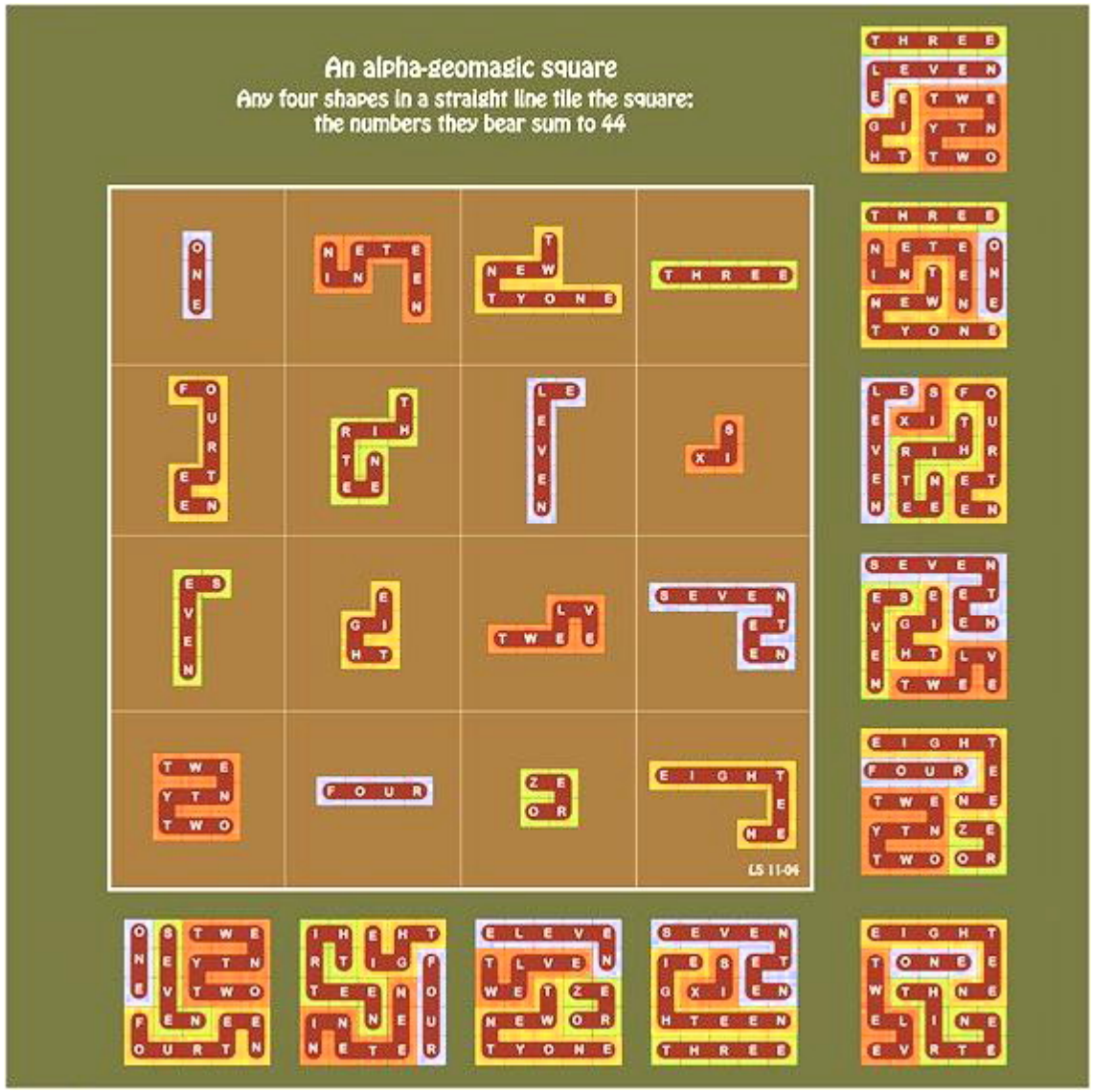
Carré *alphabétique*
→ magique de somme 21

25	2	18
8	15	22
12	28	5

Carré *numérique*
→ magique de somme 45

© Aimé Lachal – 2016

Carrés alpha-magiques



3	8	9	5
8	8	6	3
5	5	6	9
9	4	4	8

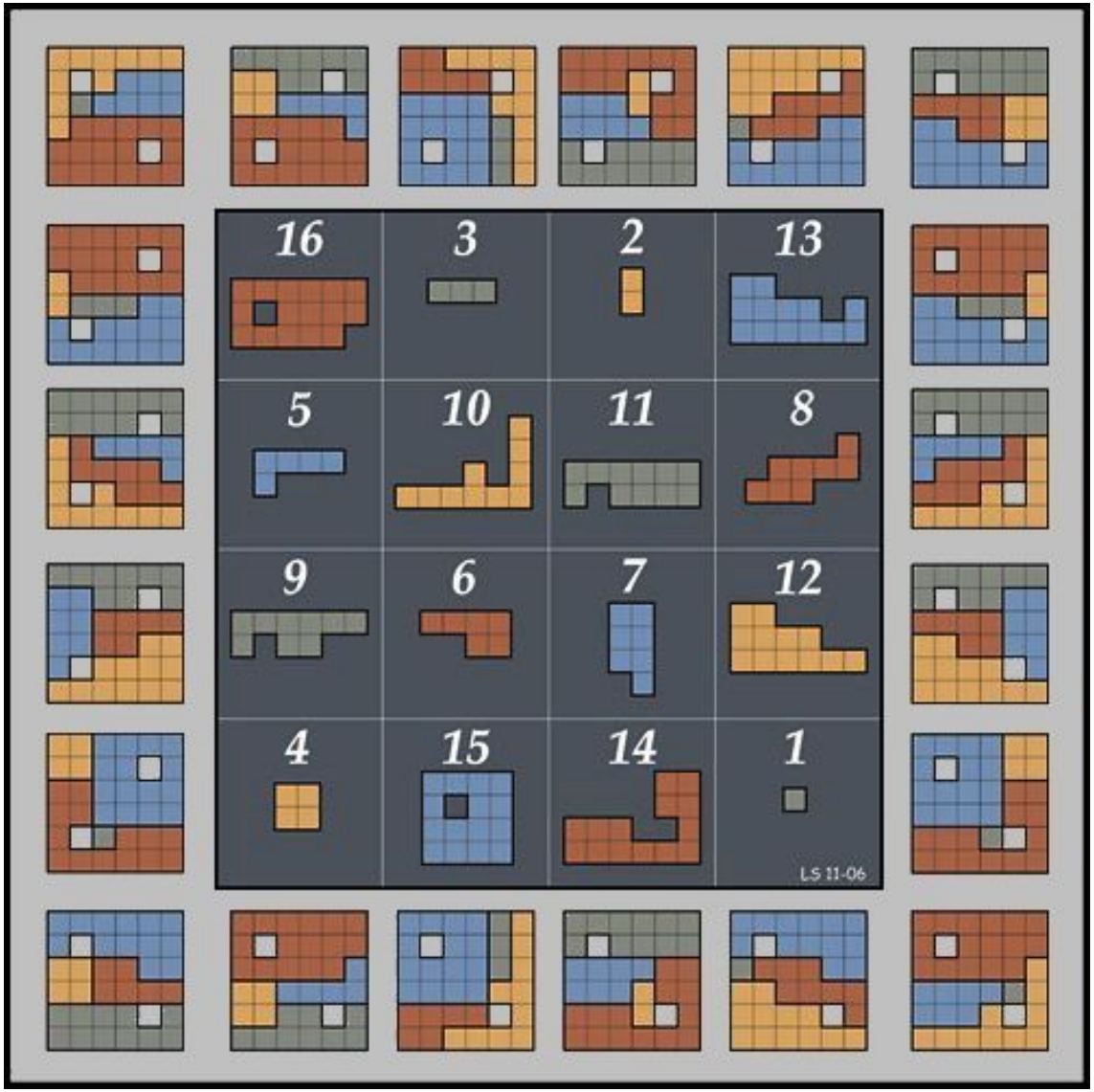
Carré *alphabétique*
→ magique de somme 44

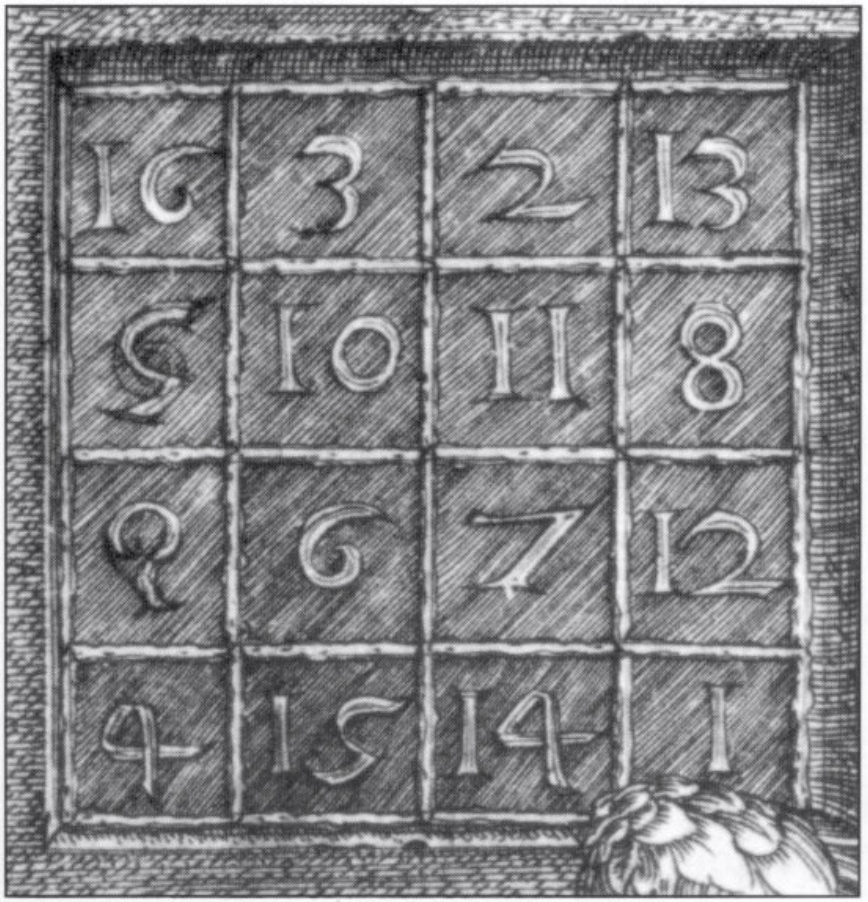
1	19	21	3
14	13	11	6
7	8	12	17
22	4	0	18

Carré *numérique*
→ magique de somme 25

© Aimé Lachal – 2016

Carrés géo-magiques





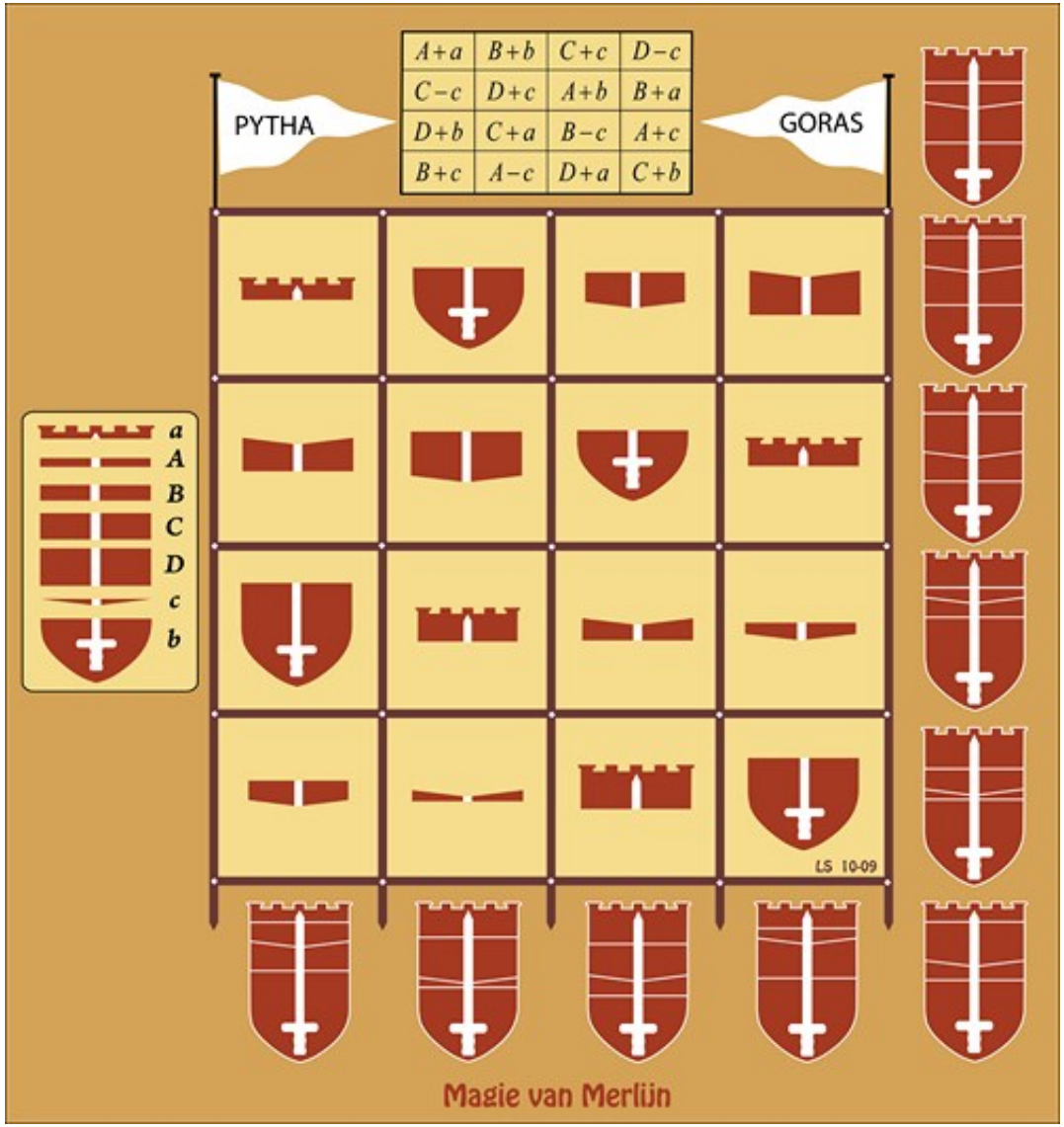
Carré de Dürer

© Aimé Lachal – 2016

Carrés géo-magiques

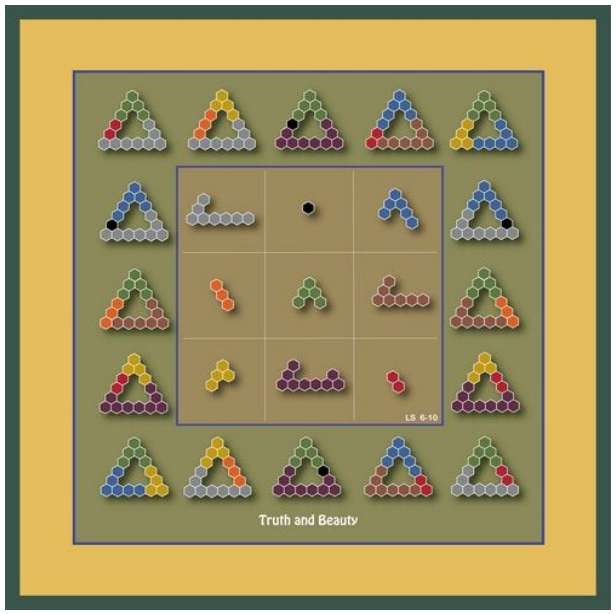
A+a	B+b	C+c	D–c
C–c	D+c	A+b	B+a
D+b	C+a	B–c	A+c
B+c	A–c	D+a	C+b

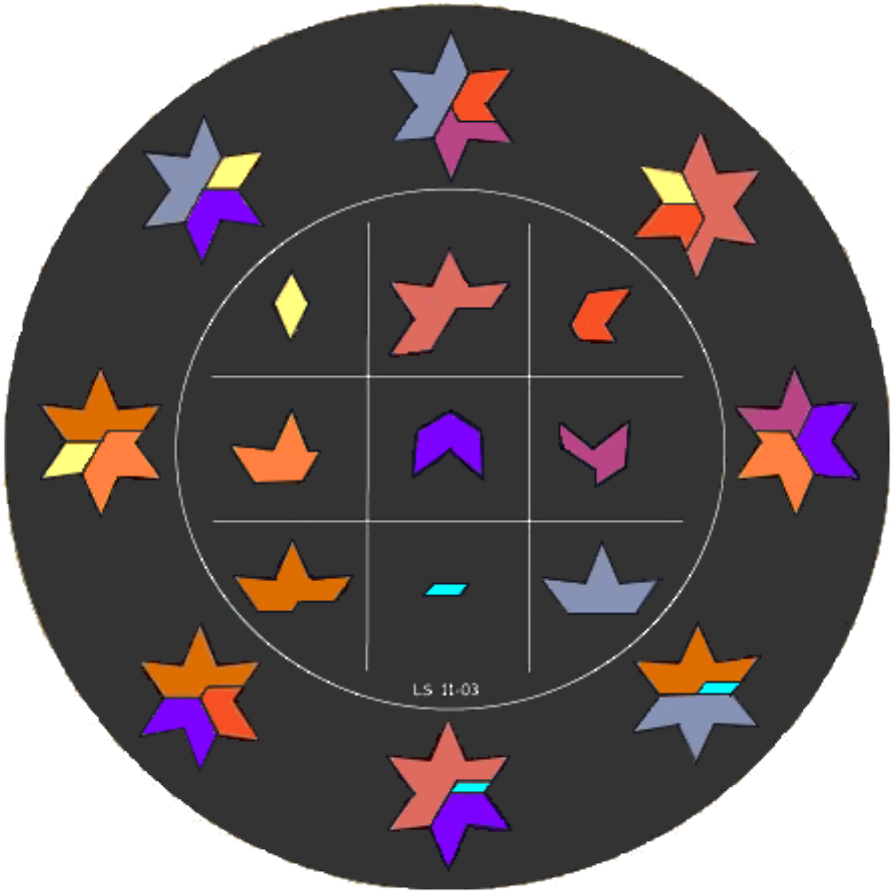
Une variante à 7 paramètres de la formule de Bergholt

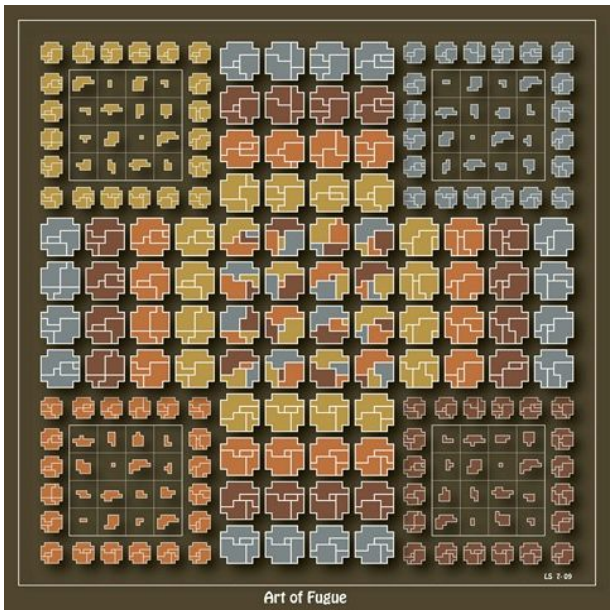


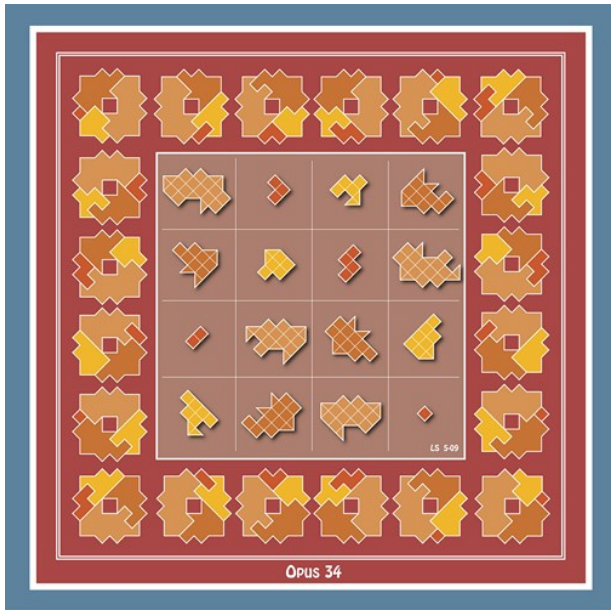
© Aimé Lachal – 2016

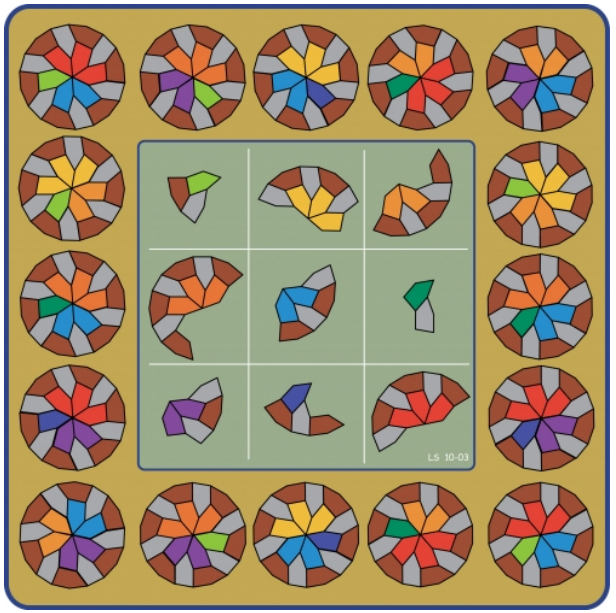
Carrés géo-magiques









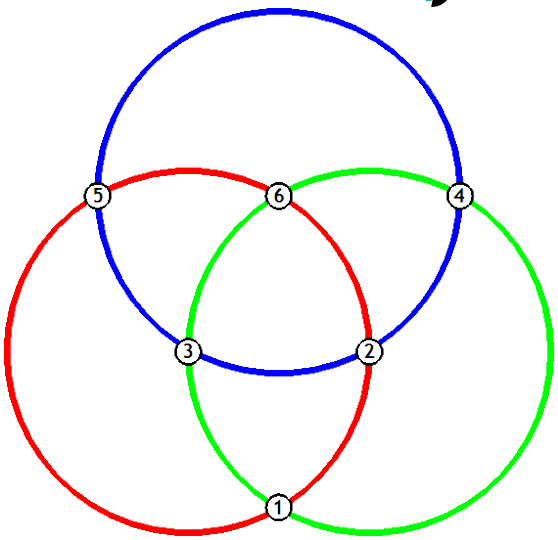


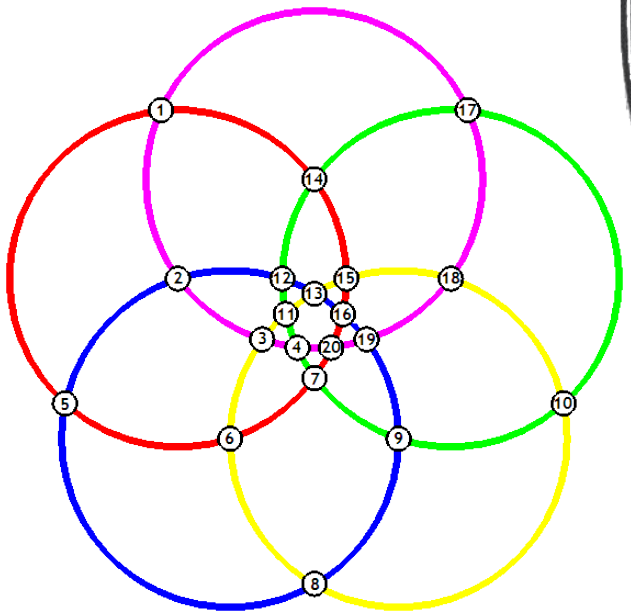
© Aimé Lachal – 2016

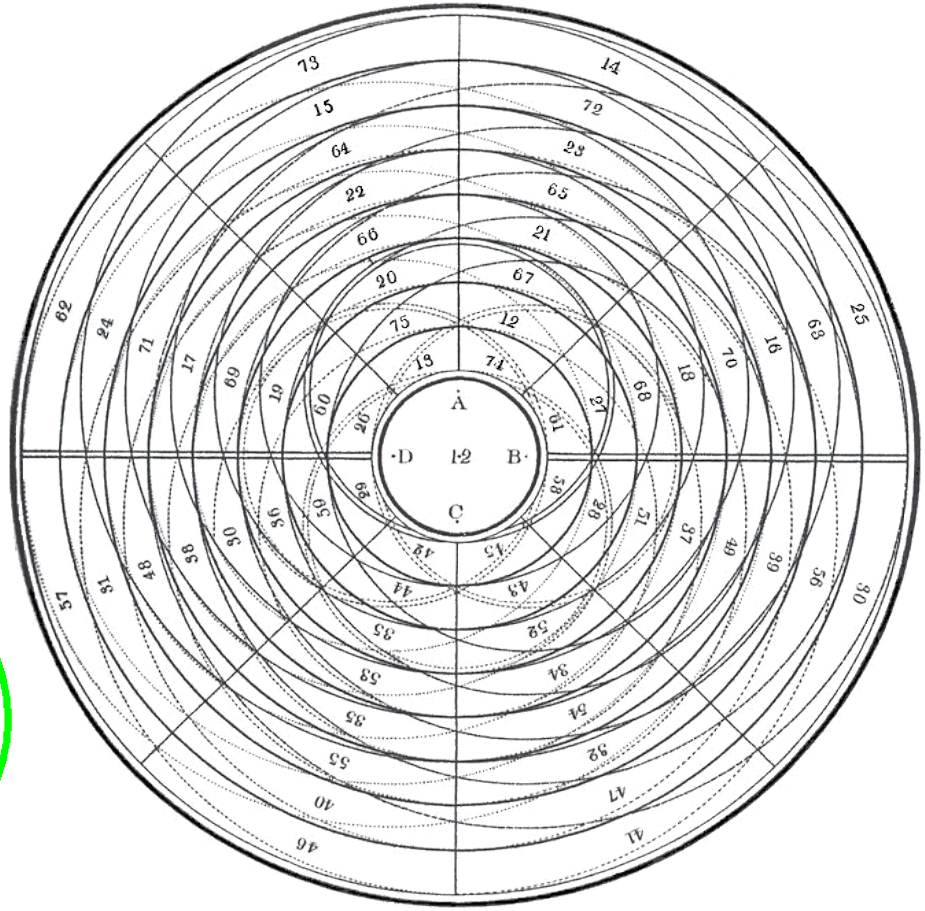
Autres figures magiques…

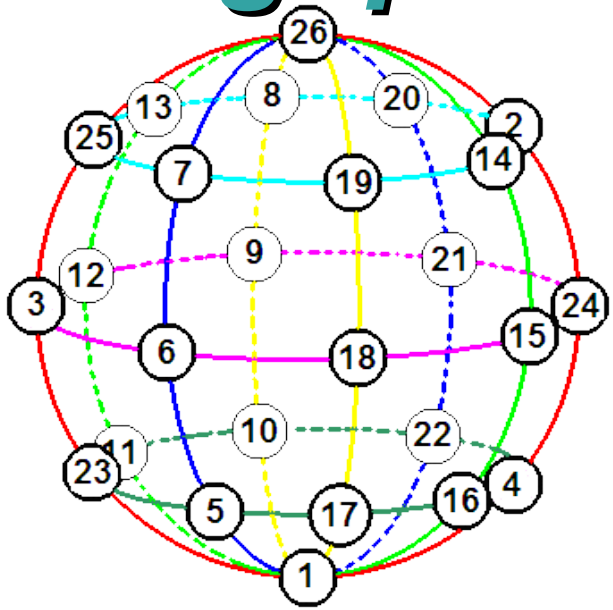
Autres figures magiques

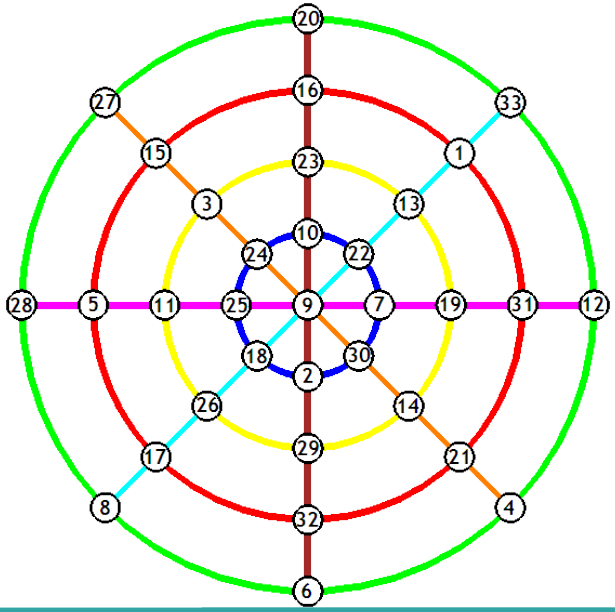
Cercles, anneaux, sphères magiques







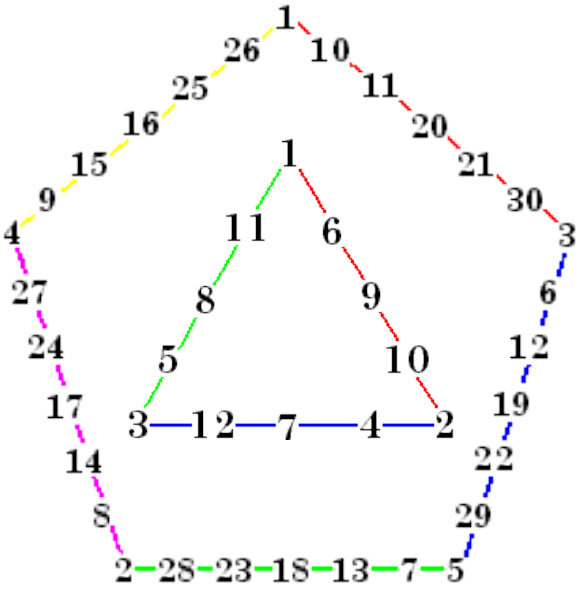


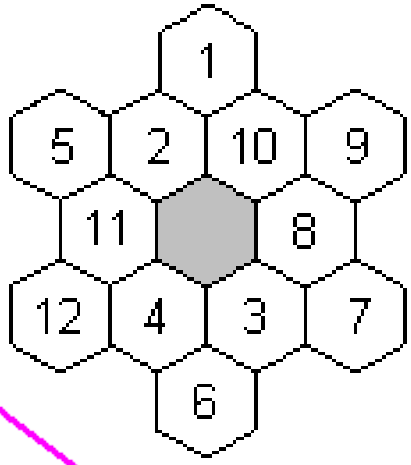


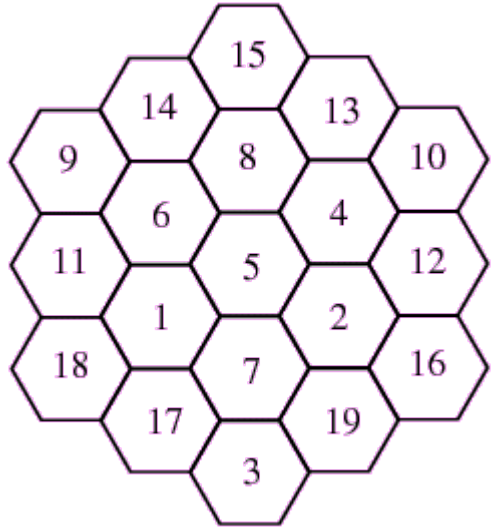
© Aimé Lachal – 2016

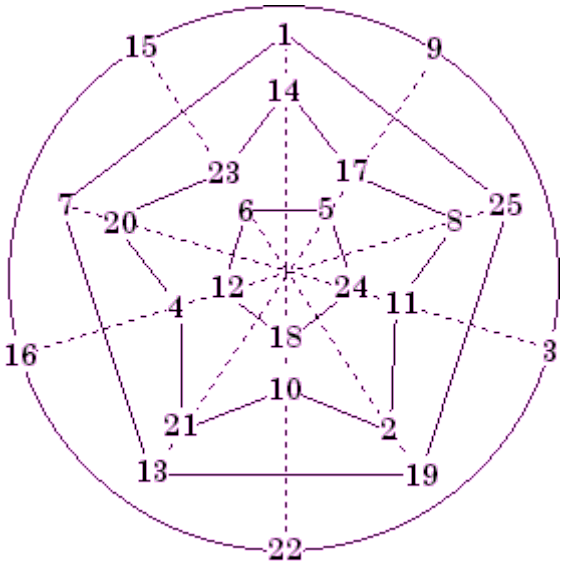
Autres figures magiques

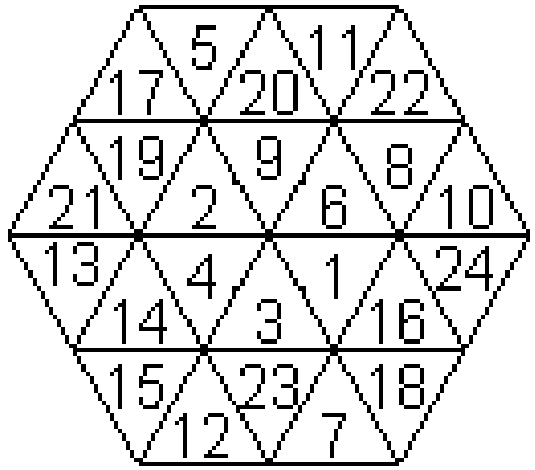
Polygones, polyhèdres magiques…







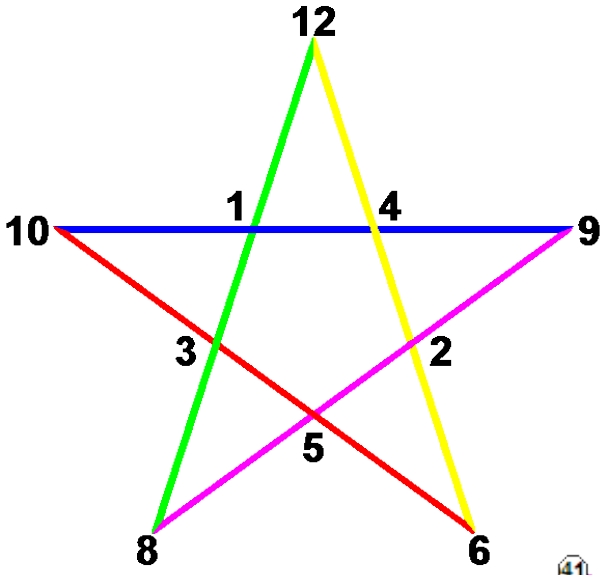


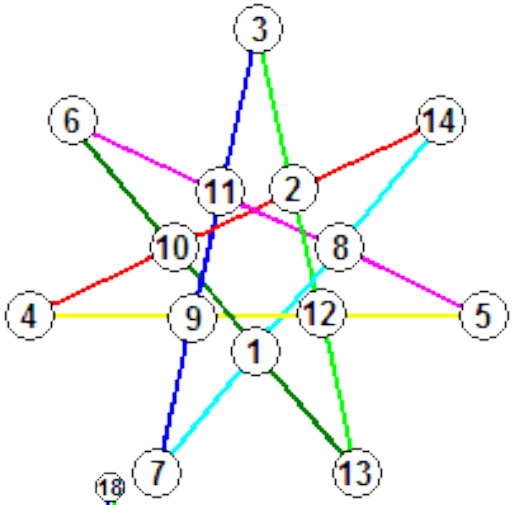


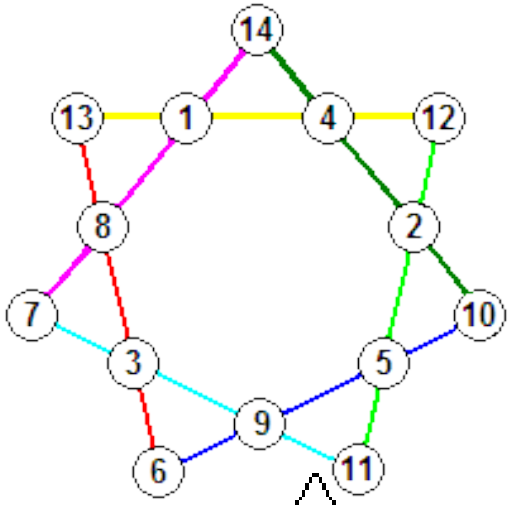
© Aimé Lachal – 2016

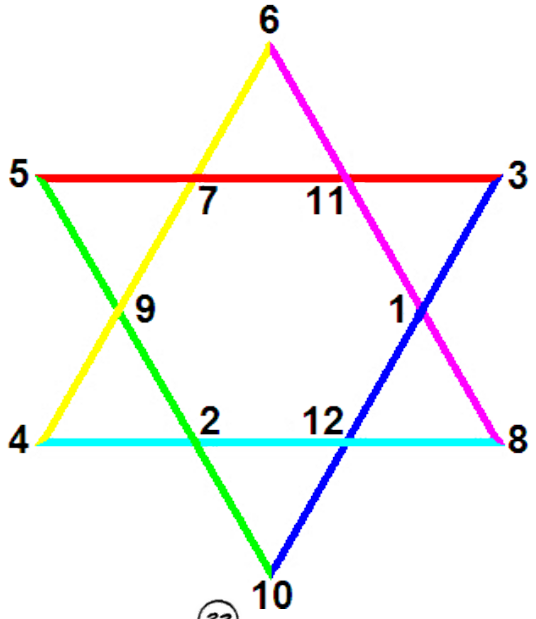
Autres figures magiques

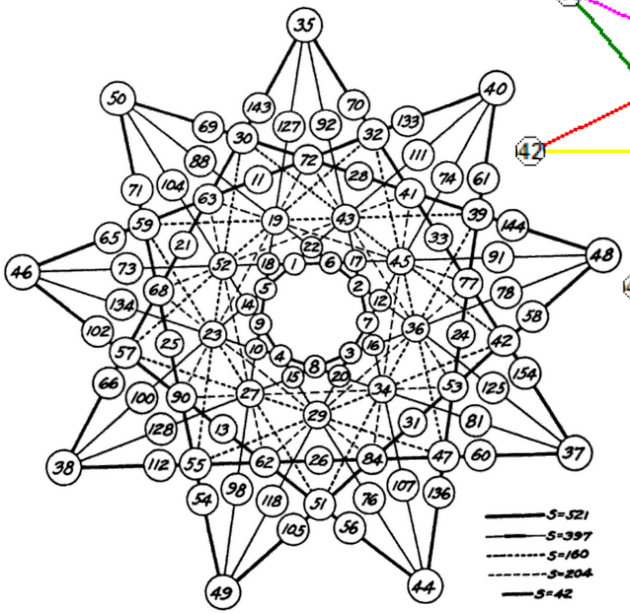
Étoiles magiques…

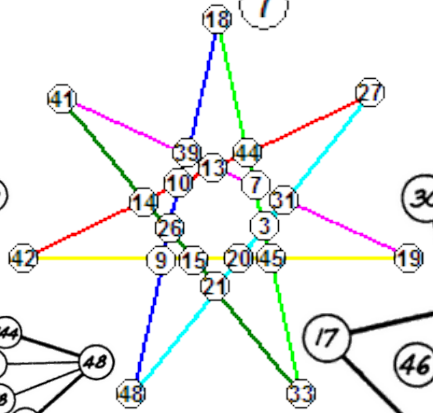


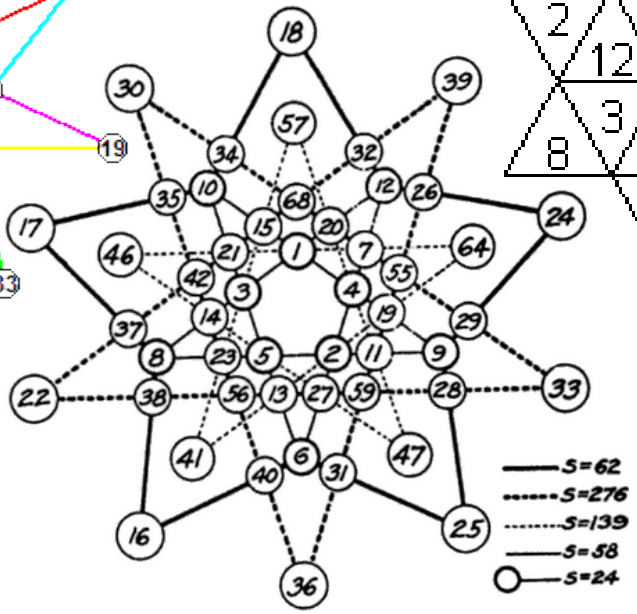


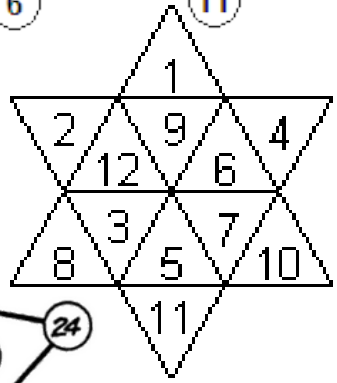


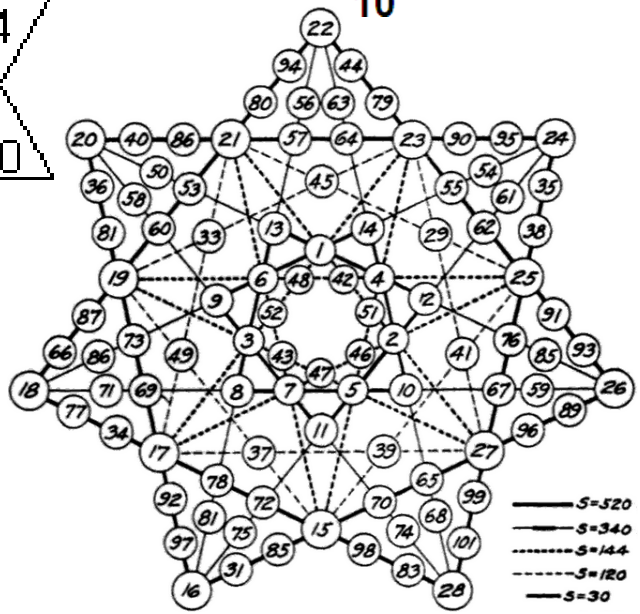








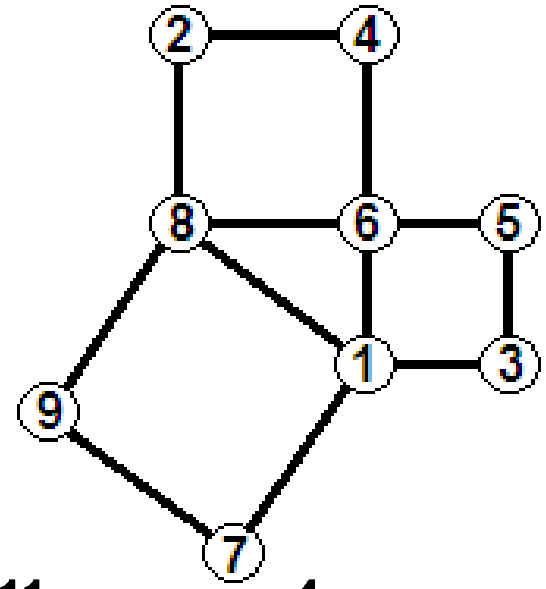


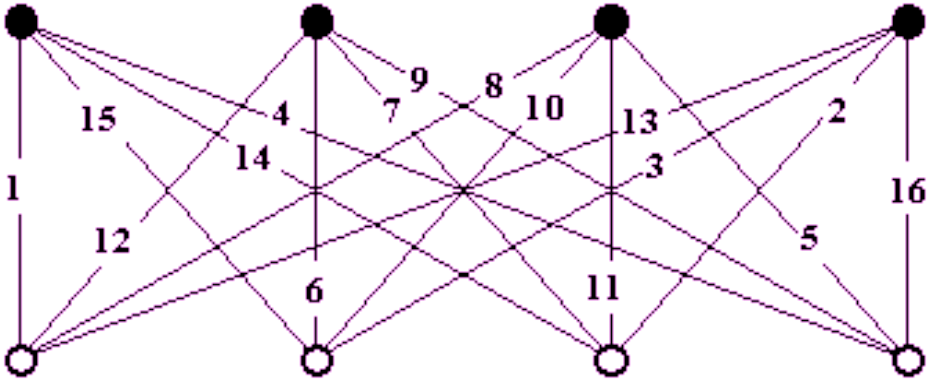


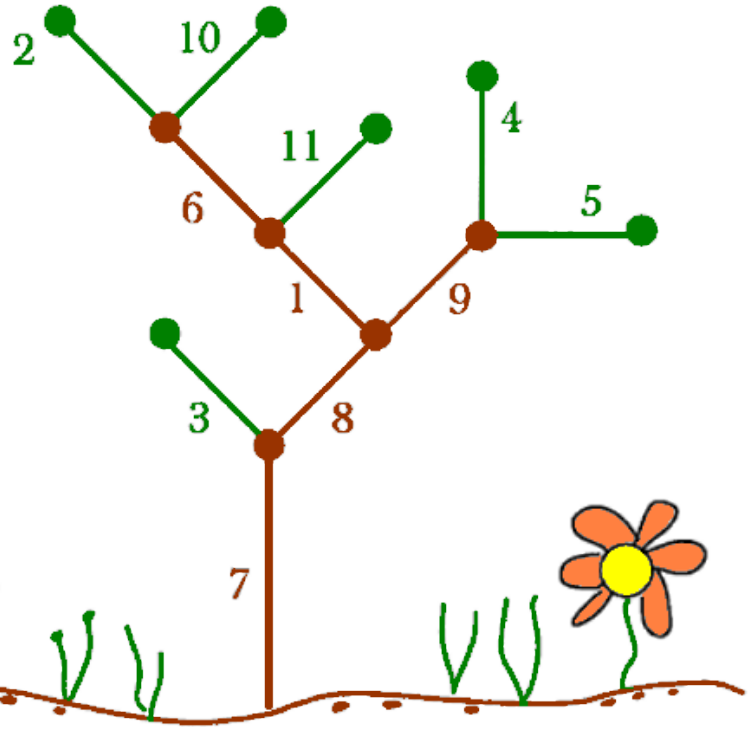
© Aimé Lachal – 2016

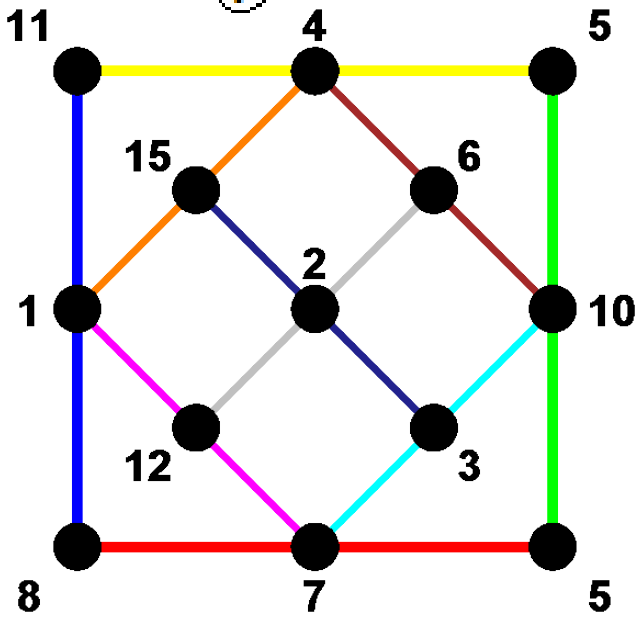
Autres figures magiques

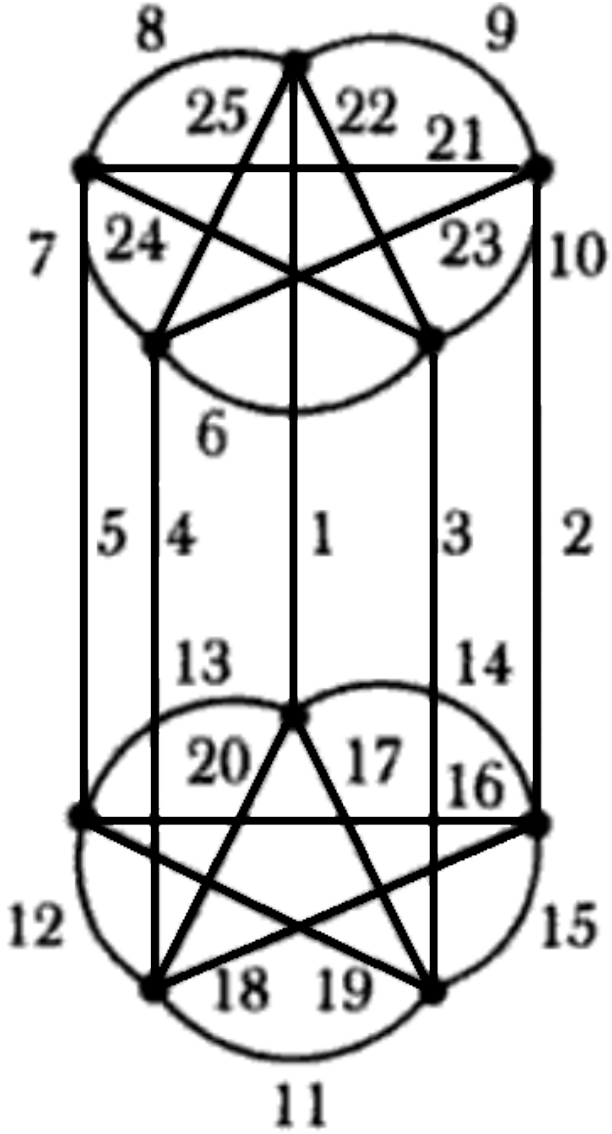
Arbres, cristaux, graphes magiques…







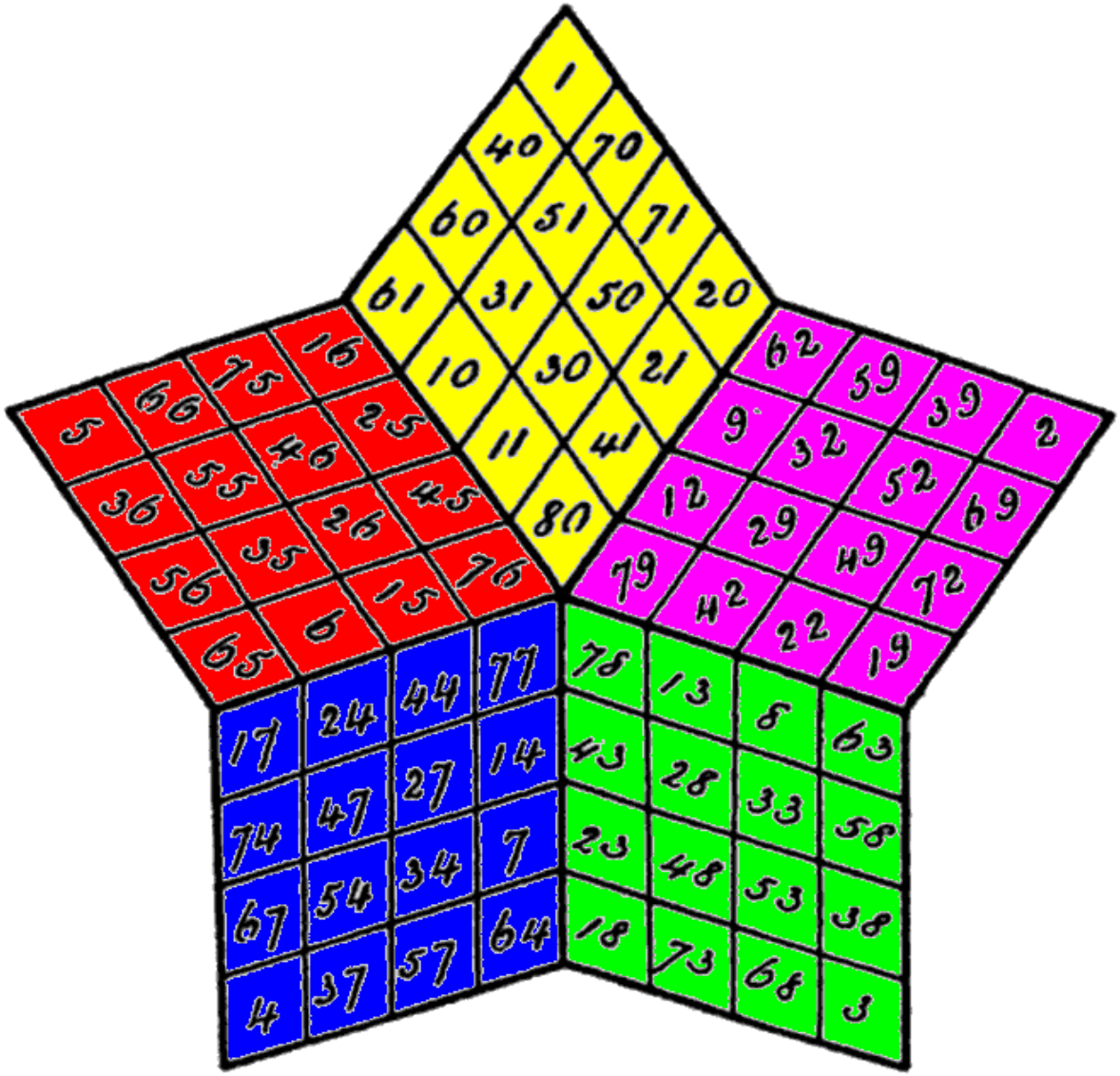


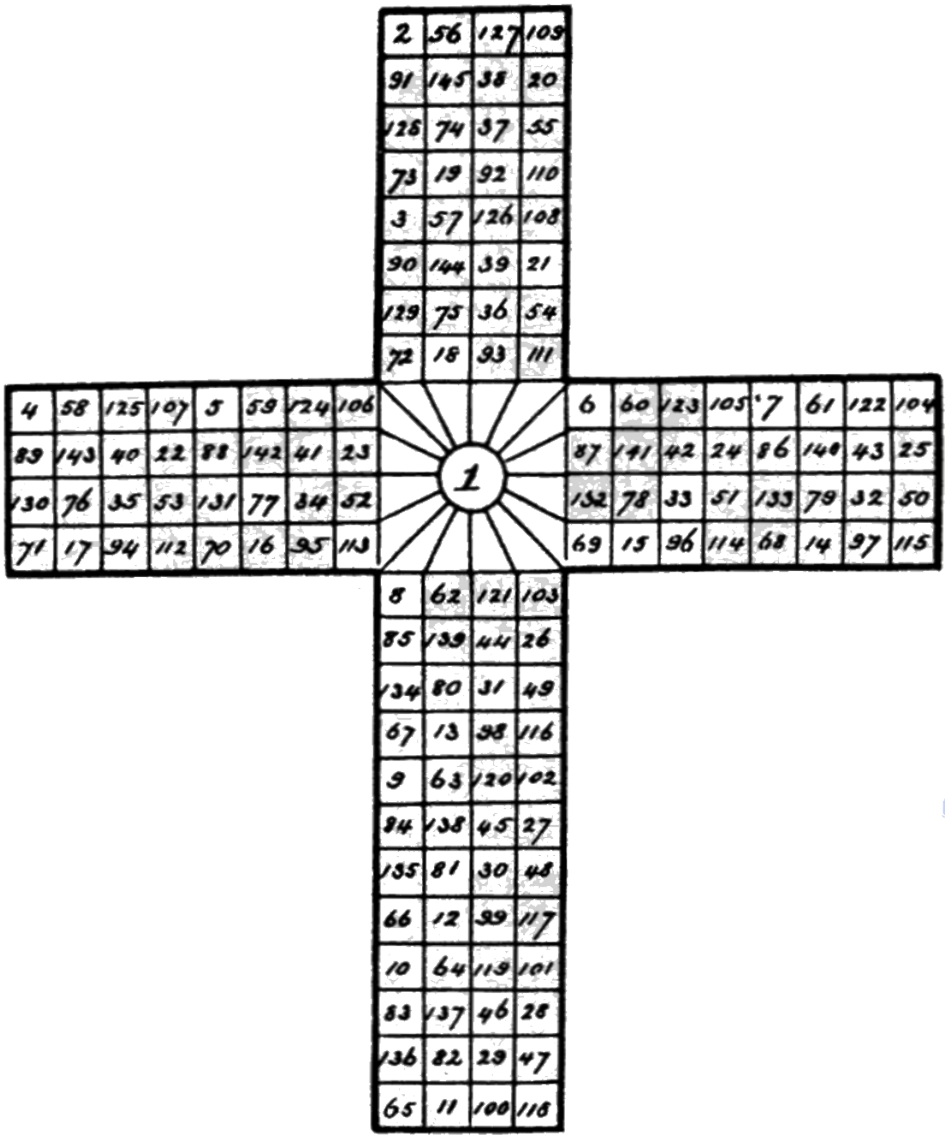


© Aimé Lachal – 2016

Autres figures magiques

Rhomboïdes, croix magiques…

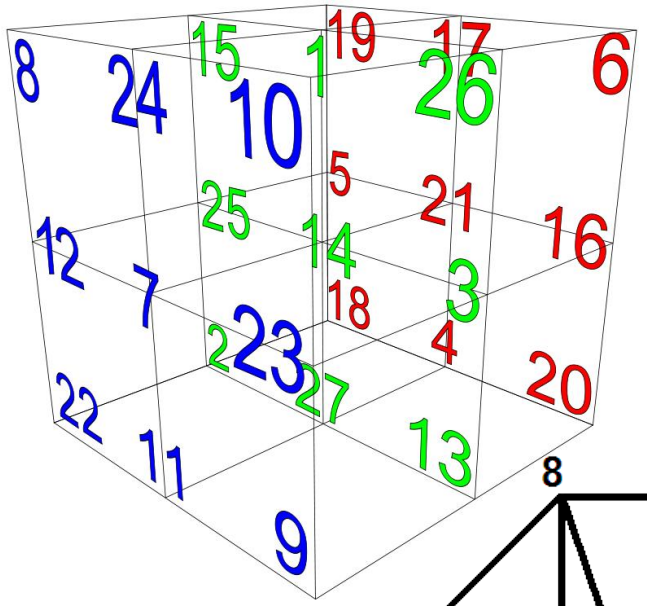


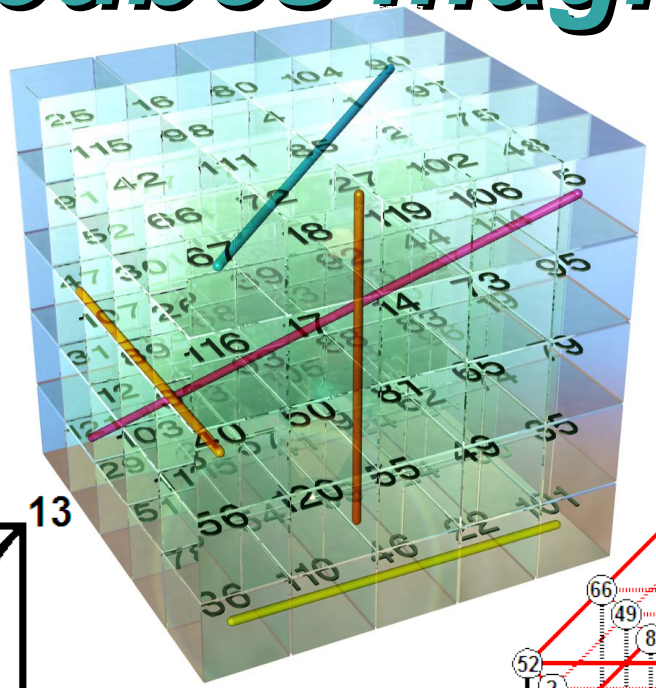


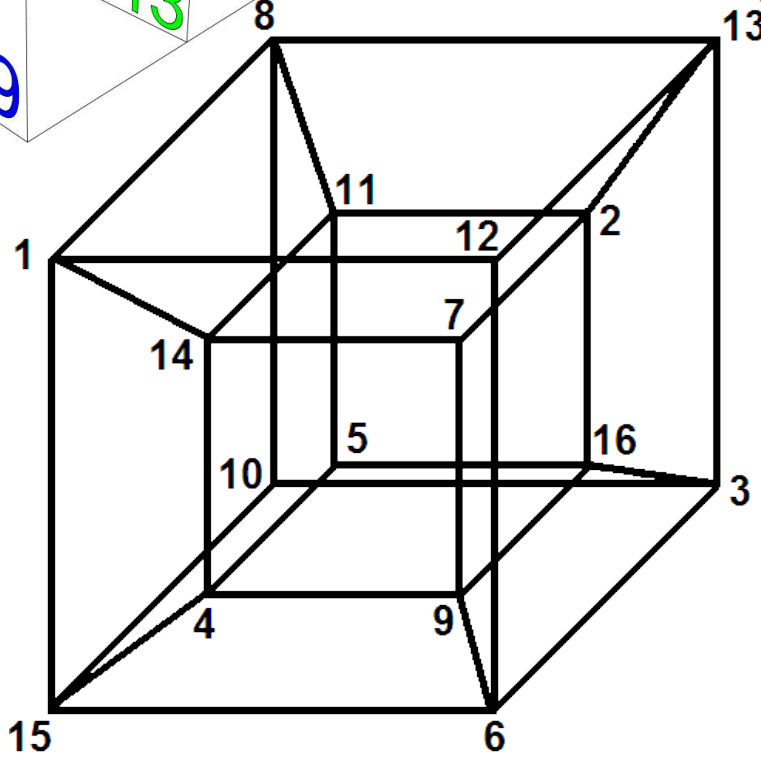
© Aimé Lachal – 2016

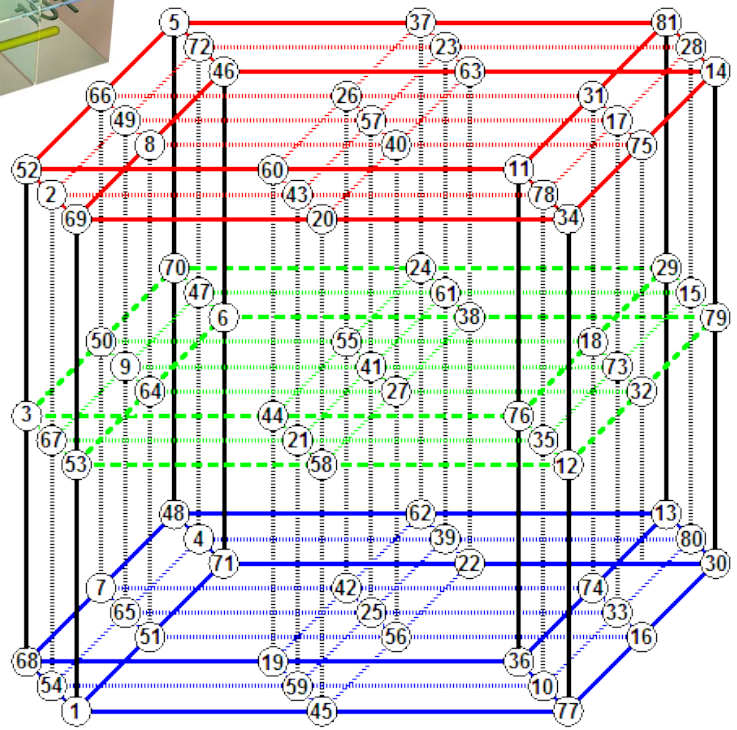
Autres figures magiques

Cubes, hypercubes magiques…









© Aimé Lachal – 2016

Mathématiques des carrés magiques

Mathématiques des carrés magiques

- Arithmétique
- Théorie des groupes/corps finis
- Combinatoire
- Algèbre linéaire
- Calcul matriciel
- Géométrie
- Algorithmie
- Informatique
- Etc.

© Aimé Lachal – 2016

Bibliographie et références

Quelques sites internet

- **Wikipédia**
  https://fr.wikipedia.org/wiki/Carré_magique_(mathématiques)
  https://en.wikipedia.org/wiki/Magic_square
- **Gérard Villemin**
  http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/CarreMag/CMIntro.htm
- **Christian Boyer**
  http://www.multimagie.com
- **René Descombes**
  http://www.kandaki.com/CM-Index.htm
- **Charles-É. Jean**
  http://www.recreomath.qc.ca/ed_initiation_CM_ch1.htm
- **Arie Breedijk**
  https://www.magischvierkant.com
- **Craig Knecht**
  http://www.knechtmagicsquare.paulscomputing.com
- **Philippe Remacle**
  http://remacle.org/bloodwolf/erudits/moschopoulos/carremagique.htm

© Aimé Lachal – 2016

Quelques sites internet

- **Alan Walter Grogono**
  http://www.grogono.com/magic
- **Harvey Heinz**
  http://www.magic-squares.net
- **Walter Trump**
  http://www.trump.de/magic-squares
- **Francis Gaspalou**
  http://www.gaspalou.fr/magic-squares
- **Michel Couturier**
  http://carres-magiques.pagesperso-orange.fr/Bienvenue.html
- **Bibm@th.net**
  http://www.bibmath.net/carres/
- **Taliscope**
  http://www.taliscope.com/Collection_fr.html
- **Mutsumi Suzuki**
  http://mathforum.org/te/exchange/hosted/suzuki/MagicSquare.html

© Aimé Lachal – 2016

Quelques livres

- **René Descombes**
  - *Les carrés magiques.* Vuibert, 2000.
  - *La magie du carré, le carré dans tous ses éclats.* Vuibert, 2003.
  - *Le carré naturel, problèmes et jeux.* Nuvis, 2011.
- **Arno Van Den Essen**

  Les carrés magiques – Du Lo Shu au Sudoku. Belin, 2011.
- **Jacques Sesiano**
  - *Les carrés magiques dans les pays islamiques.* PPUR, 2004.
  - *Euler et le parcours du cavalier.* PPUR, 2015.
  - *Magic squares in the tenth century.* Springer, 2017.
- **Bernard Violle**

  Traité complet des carrés magiques. 3 tomes – Hachette Livre BNF 2014.
  (1re édition : 1838)
- **Jules Riollot**

  Les carrés magiques : contribution à leur étude. Hachette Livre BNF 2014.
  (1re édition : 1907)

© Aimé Lachal – 2016

Quelques livres

- **W. H. Benson & O. Jacoby.**
  New recreation with magic squares. Dover, 1976.
- **W. S. Andrews**
  Magic squares and cubes. Cosimo Classics, 2004.
- **J. Bouteloup**
  Carrés Magiques, Carrés Latins et Eulériens. Éditions du Choix,1991.
- **C. A. Pickover**
  The zen of magic squares, circles, and stars: an exhibition of surprising structures across dimensions. Princeton University Press, 2002.
- **J.-M. Groizard**
  Algèbre des carrés magiques. APMEP, 1984.
- **B. Belouze, M. Glaymann, P.-J. Haug & J.-C. Hertz**
  Les carrés magiques. APMEP, 1975.

© Aimé Lachal – 2016

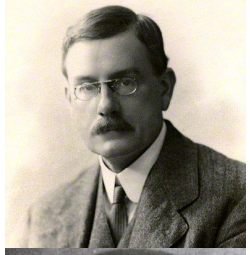
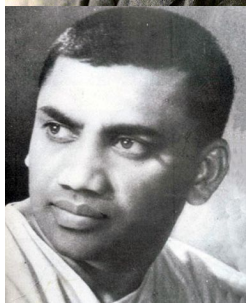
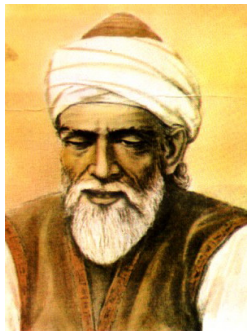
Et encore bien d'autres !

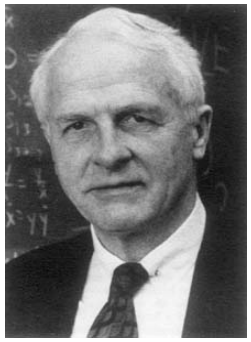
© Aimé Lachal – 2016

Pour conclure, deux trombinoscopes…

Des hommes au fil du temps…



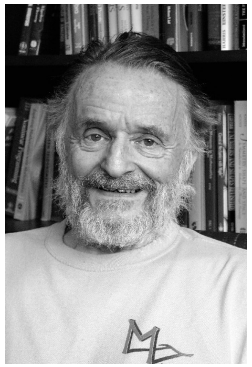













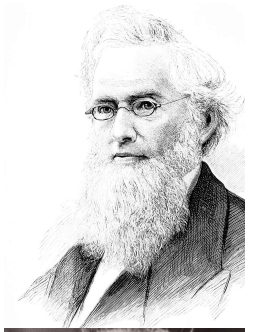
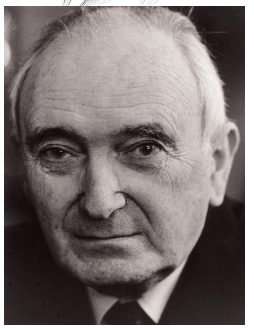
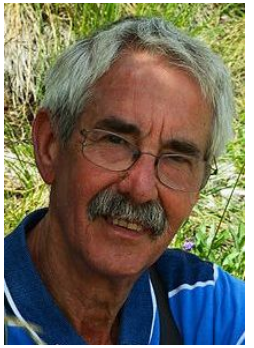



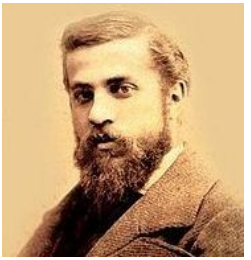


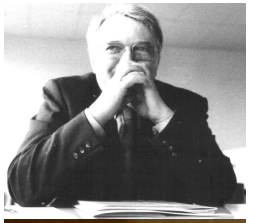











Although some of the greatest mathematicians have done work on magic squares, and even though such work leads into theories of groups, lattice, Latin squares, determinants, partitions, matrices, congruence arithmetic and other nontrivial areas of mathematics, the most enthusiastic square constructors have been amateurs.

– Martin Gardner, 1988

Des carrés à travers les âges...





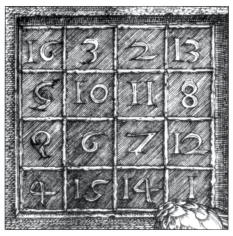


37	78	29	70
6	38	79	30
47	7	39	80
16	48	8	40

21	62	13	54	5
71	22	63	14	46
31	72	23	55	15
81	32	64	24	56
41	73	33	65	25
1	42	74	34	66
91	51	2	43	75
60	11	52	3	44
50	12	53	4	45







1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

18	24	5	6	12
22	3	9	15	16
1	7	13	19	25
10	11	17	23	4
14	20	21	2	8

23	12	1	20	9
4	18	7	21	15
10	24	13	2	16
11	5	19	8	22
17	6	25	14	3

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

8	58	59	5	4	62	63	1
49	15	14	52	53	11	10	56
41	23	22	44	45	19	18	48
32	34	35	29	28	38	39	25
40	26	27	37	36	30	31	33
17	47	46	20	21	43	42	24
9	55	54	12	13	51	50	16
64	2	3	61	60	6	7	57

37	78	29	70	21	62	13	54	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45

11	18	25	2	9
10	12	19	21	3
4	6	13	20	22
23	5	7	14	16
17	24	1	8	15

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

16	115	114	113	112	11	17	18	19	20	116
15	57	98	49	90	41	82	33	74	25	107
14	26	58	99	50	91	42	83	34	66	108
13	67	27	59	100	51	92	43	75	35	109
12	36	68	28	60	101	52	84	44	76	110
121	77	37	69	29	61	93	53	85	45	1
120	46	78	38	70	21	62	94	54	86	2
119	87	47	79	30	71	22	63	95	55	3
118	56	88	39	80	31	72	23	64	96	4
117	97	48	89	40	81	32	73	24	65	5
6	7	8	9	10	111	105	104	103	102	106

1	63	62	4	5	59	58	8
56	10	11	53	52	14	15	49
48	18	19	45	44	22	23	41
25	39	38	28	29	35	34	32
33	31	30	36	37	27	26	40
24	42	43	21	20	46	47	17
16	50	51	13	12	54	55	9
57	7	6	60	61	3	2	64

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

1	2	62	61	60	59	7	8
9	10	54	53	52	51	15	16
48	47	19	20	21	22	42	41
40	39	27	28	29	30	34	33
32	31	35	36	37	38	26	25
24	23	43	44	45	46	18	17
49	50	14	13	12	11	55	56
57	58	6	5	4	3	63	64

11	45	67	6	28	62	25	50	75
7	32	57	20	54	76	15	37	71
24	46	80	16	41	66	2	36	58
72	13	38	55	8	33	77	21	52
59	3	34	81	22	47	64	17	42
73	26	51	68	12	43	63	4	29
40	65	18	35	60	1	48	79	23
30	61	5	49	74	27	44	69	10
53	78	19	39	70	14	31	56	9

1	22	33	41	62	66	79	83	104	112	123	144
9	119	45	115	107	93	52	38	30	100	26	136
75	141	35	48	57	14	131	88	97	110	4	70
74	8	106	49	12	43	102	133	96	39	137	71
140	101	124	42	60	37	108	85	103	21	44	5
122	76	142	86	67	126	19	78	59	3	69	23
55	27	95	135	130	89	56	15	10	50	118	90
132	117	68	91	11	99	46	134	54	77	28	13
73	64	2	121	109	32	113	36	24	143	81	72
58	98	84	116	138	16	129	7	29	61	47	87
80	34	105	6	92	127	18	53	139	40	111	65
51	63	31	20	25	128	17	120	125	114	82	94

77	58	39	20	1	72	53	34	15
6	68	49	30	11	73	63	44	25
16	78	59	40	21	2	64	54	35
26	7	69	50	31	12	74	55	45
36	17	79	60	41	22	3	65	46
37	27	8	70	51	32	13	75	56
47	28	18	80	61	42	23	4	66
57	38	19	9	71	52	33	14	76
67	48	29	10	81	62	43	24	5

75	52	119	131	143	113	130	182	42	170	16	151	48	7
87	125	112	135	106	137	61	1	152	36	176	26	178	47
79	100	120	147	102	146	69	191	38	156	22	180	18	11
68	139	105	123	141	107	80	10	184	20	172	30	160	40
59	142	144	99	126	104	89	39	32	164	28	188	12	153
83	109	134	111	140	121	65	150	19	24	168	14	45	196
116	145	127	115	103	84	73	43	149	46	34	174	155	15
67	96	78	66	54	133	122	190	2	193	181	27	8	162
132	60	85	62	91	72	114	3	166	171	21	161	192	49
108	93	95	50	77	55	138	186	179	17	175	41	159	6
117	90	56	74	92	58	129	157	37	167	25	177	13	187
126	51	71	98	53	97	118	44	185	9	169	33	158	158
136	76	63	86	57	88	100	148	5	183	29	173	31	194
124	101	70	82	94	64	81	35	189	23	163	4	195	154

169	194	163	41	10	35	4	120	145	114	139	108	84	53
152	170	195	17	42	11	29	103	121	146	115	140	60	78
177	153	171	49	18	36	12	128	104	122	147	116	85	61
13	178	154	172	43	19	37	111	129	105	123	141	68	86
185	161	179	1	26	44	20	136	112	130	99	124	93	69
168	186	155	33	2	27	45	119	137	106	131	100	76	94
193	162	187	9	34	3	28	144	113	138	107	132	52	77
22	47	16	188	157	182	151	71	96	65	90	59	133	102
5	23	48	164	189	158	176	54	72	97	66	91	109	127
30	6	24	196	165	183	159	79	55	73	98	67	134	110
160	31	7	25	190	166	184	62	80	56	74	92	117	135
38	14	32	148	173	191	167	87	63	81	50	75	142	118
21	39	8	180	149	174	192	70	88	57	82	51	125	143
46	15	40	156	181	150	175	95	64	89	58	83	101	126

88	85	188	185	64	61	164	161	40	37	140	137	16	13
86	87	186	187	62	63	162	163	38	39	138	139	14	15
20	17	92	89	192	189	68	65	168	165	44	41	116	113
18	19	90	91	190	191	66	67	166	167	42	43	114	115
120	117	24	21	96	93	196	193	72	69	144	141	48	45
118	119	22	23	94	95	194	195	70	71	142	143	46	47
52	49	124	121	28	25	97	100	172	169	76	73	148	145
50	51	122	123	26	27	98	99	170	171	74	75	146	147
149	152	53	56	125	128	4	1	101	104	173	176	77	80
150	151	54	55	126	127	2	3	102	103	174	175	78	79
81	84	153	156	29	32	129	132	5	8	105	108	177	180
83	82	155	154	31	30	131	130	7	6	107	106	179	178
181	184	57	60	157	160	33	36	133	136	9	12	109	112
183	182	59	58	159	158	35	34	135	134	11	10	111	110

1	194	193	5	6	190	189	9	10	186	185	184	25	2
14	27	169	168	30	31	165	164	34	35	161	160	38	183
182	158	40	41	155	154	44	45	151	150	48	49	147	15
181	146	52	53	143	142	56	57	139	138	60	61	135	16
17	63	133	132	66	67	129	128	70	71	125	124	74	180
18	75	121	120	78	79	117	116	82	83	113	112	86	179
178	110	88	89	107	106	92	93	103	102	96	97	99	19
177	98	100	101	95	94	104	105	91	90	108	109	87	20
21	111	85	84	114	115	81	80	118	119	77	76	122	176
22	123	73	72	126	127	69	68	130	131	65	64	134	175
174	62	136	137	59	58	140	141	55	54	144	145	51	23
173	50	148	149	47	46	152	153	43	42	156	157	39	24
26	159	37	36	162	163	33	32	166	167	29	28	170	171
195	3	4	192	191	7	8	188	187	11	12	13	172	196

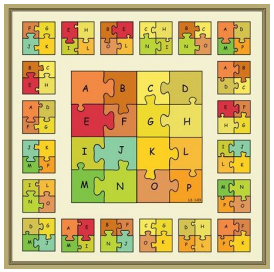
1	194	193	5	6	190	189	9	10	186	185	184	25	2
14	27	168	167	31	165	154	44	152	151	47	48	28	183
182	42	49	146	145	53	54	142	141	140	65	50	155	15
181	156	58	67	128	127	120	119	79	80	68	139	41	16
17	157	138	76	81	114	113	112	89	82	121	59	40	180
18	39	137	122	86	106	93	92	103	111	75	60	158	179
178	38	61	123	110	95	100	101	98	87	74	136	159	19
177	160	62	73	109	99	96	97	102	88	124	135	37	20
21	161	134	72	90	94	105	104	91	107	125	63	36	176
22	35	133	126	115	83	84	85	108	116	71	64	162	175
174	34	66	129	69	70	77	78	118	117	130	131	163	23
173	164	147	51	52	144	143	55	56	57	132	148	33	24
26	169	29	30	166	32	43	153	45	46	150	149	170	171
195	3	4	192	191	7	8	188	187	11	12	13	172	196

1	194	193	6	157	9	186	185	14	40	17	178	177	22
195	5	32	2	77	187	97	100	10	120	179	181	176	18
7	189	168	190	121	15	107	90	182	76	23	13	24	174
191	3	4	196	80	183	11	12	188	117	175	19	20	180
152	144	48	136	37	56	64	128	74	88	125	81	124	122
25	170	169	30	119	33	162	161	38	78	41	154	153	46
171	106	104	26	82	163	89	98	34	115	155	92	102	42
31	91	93	166	118	39	99	108	158	79	47	105	95	150
167	27	28	172	83	159	35	36	164	114	151	43	44	156
45	53	149	61	109	141	133	69	123	160	72	116	73	75
49	146	145	54	113	57	138	137	62	84	65	130	129	70
147	16	21	50	85	139	103	94	58	112	131	192	165	66
55	184	173	142	111	63	96	101	134	86	71	8	29	126
143	51	52	148	87	135	59	60	140	110	127	67	68	132

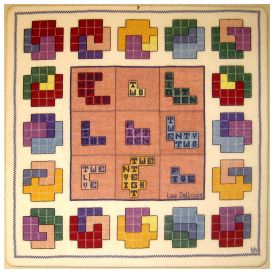
154	155	41	44	2	6	190	192	8	193	38	35	161	160
42	43	156	153	195	191	5	7	189	4	159	162	37	36
40	157	91	105	104	94	3	194	83	113	112	86	163	34
158	39	102	96	97	99	196	1	110	88	89	107	33	164
177	20	98	100	101	95	140	57	90	108	109	87	171	26
24	173	103	93	92	106	58	139	111	85	84	114	167	30
176	23	178	17	137	136	59	131	65	63	172	27	29	166
174	21	19	180	60	61	66	138	132	134	25	170	31	168
22	175	75	121	120	78	135	62	67	129	128	70	165	32
18	179	118	80	81	115	133	64	126	72	73	123	28	169
146	51	82	116	117	79	188	9	74	124	125	71	45	152
52	145	119	77	76	122	11	186	127	69	68	130	151	46
54	55	144	141	187	183	13	15	181	12	147	150	49	48
142	143	53	56	10	14	182	184	16	185	50	47	149	148

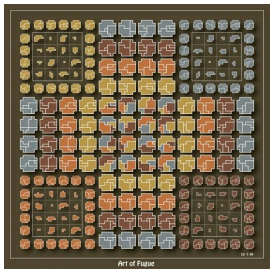
7	184	19	175	126	114	89	106	66	134	141	148	36	34
190	11	176	22	120	78	88	91	131	57	51	43	159	162
6	188	177	23	76	115	108	105	132	62	50	149	155	33
196	9	15	174	121	79	99	92	65	135	146	48	37	163
5	187	178	75	24	116	98	104	133	61	52	150	161	35
192	12	21	122	173	80	87	93	69	136	145	47	38	164
4	186	179	25	74	117	110	100	130	60	53	151	158	32
193	10	18	172	123	81	86	97	68	137	144	46	39	165
3	185	180	26	157	118	109	103	129	54	59	152	73	31
194	8	17	171	40	82	90	94	67	143	138	45	124	166
2	189	181	27	72	119	107	102	128	58	55	153	156	30
195	13	16	170	125	83	85	95	64	139	142	44	41	167
1	183	182	28	71	113	111	101	127	63	56	154	160	29
191	14	20	169	77	84	112	96	70	140	147	49	42	168

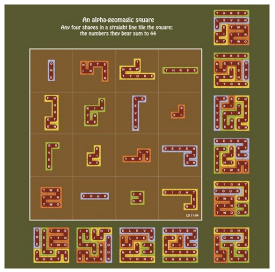


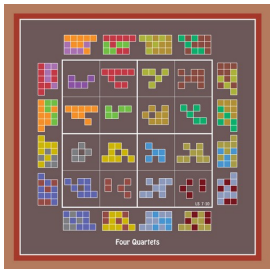


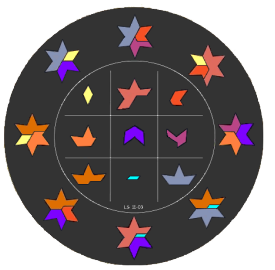


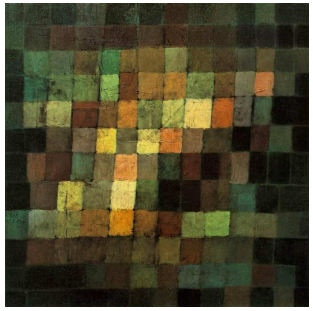


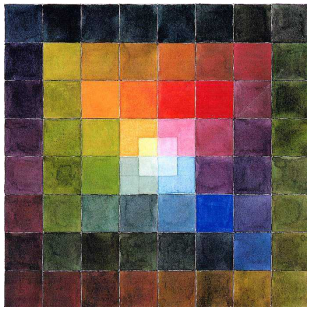
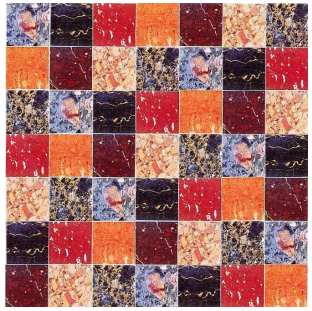








MERCI DE VOTRE ATTENTION !

Diaporama en ligne :
http://math.univ-lyon1.fr/~alachal/exposes/carres_magiques_diaporama.pdf

aime.lachal@insa-lyon.fr



http://math.univ-lyon1.fr/~alachal