

Feuille 1: Exemples sur les extrema

Voici deux exercices d'entraînement au sujet des extrema. Le premier concerne les extrema locaux tandis que le deuxième est au sujet des extrema liés.

Exercice 1.

Déterminez les extrema locaux de la fonction suivante :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\longmapsto x^2 + y^2 + 8 \cos(x) \cos(y) \end{aligned}$$

Essayez de déterminer les lignes de niveau de f .

Exercice 2.

Déterminez sur l'ensemble de la fonction

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y, z) &\longmapsto x + 2y + 3z \end{aligned}$$

Maintenant, nous changeons de style légèrement.

Exercice 3.

Soient deux parties de \mathbb{R}^3 définies comme suit :

$$\begin{aligned} F &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -(x-2)^2 - y^2 + (z-1)^2 = 0\} \\ K &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{4} = 0\} \end{aligned}$$

Montrez qu'il existe $a \in F$ et $b \in K$ tels que

$$d(a, b) = \inf_{(u,v) \in F \times K} d(u, v).$$

Maintenant, essayez de déterminer a et b explicitement.