

**Kholle 2, le 5 novembre 2009**

**Exercice 1**

1. (4pts) Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
2. (4pts) Montrer que si une fonction est différentiable en un point, alors la différentielle est unique.

**Exercice 2** (4pts) Étudier la continuité de la fonction  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$(x, y) \longmapsto \begin{cases} (1 + x^2y^2)^{\frac{1}{x^2y^2}} & \text{si } xy \neq 0 \\ e^x & \text{si } xy = 0 . \end{cases}$$

**Exercice 3** (4pts) Déterminer toutes les dérivées partielles de la fonction suivante aux points  $(0, 1)$  et  $(1, 1)$ .

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$(x, y) \longmapsto |xy|$$

**Exercice 4** (4pts) Tracer la sphère unité dans  $\mathbb{R}^2$  par rapport à la norme  $\|\cdot\|_\infty$ . Écrire la formule définissant un arc dans cette sphère qui joint le point  $(\frac{1}{2}, 1)$  au point  $(1, -\frac{1}{2})$  en passant par  $(1, 1)$ .