
Kholle 2, le 5 novembre 2009

Exercice 1 (4pts)

1. Donner la définition de la différentiabilité en un point.
2. Montrer que la fonction somme est continue à tout point (x, y) de $\mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^p$:

$$\begin{aligned} + & : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^p & \longrightarrow & \mathbb{R}^p \\ & (x, y) & \longmapsto & x + y \end{aligned}$$

Exercice 2 (4pts) Etudier la continuité de la fonction suivante :

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \longmapsto \begin{cases} \frac{e^{x^2y}-1}{xy} & \text{si } xy \neq 0 \\ x & \text{si } xy = 0 \end{cases}$$

Exercice 3 (4pts) Déterminer toutes les dérivées partielles de la fonction suivante aux points $(1, 0)$ et $(-1, 1)$.

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \longmapsto |xy|$$

Exercice 4 (4pts) Tracer la sphère unité dans \mathbb{R}^2 par rapport à la norme $\| \cdot \|_1$. Ecrire la formule définissant un arc dans cette sphère qui joint le point $(0, 1)$ au point $(0, -1)$ en passant par $(1, 0)$.