
Kholle 2, le 5 novembre 2009

Exercice 1 (4pts)

1. Donner la définition de la différentielle d'une fonction en un point.
2. Montrer que la fonction produit est continue à tout point (x, y) de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} + & : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^p & \longrightarrow & \mathbb{R}^p \\ & (x, y) & \longmapsto & xy \end{aligned}$$

Exercice 2 (4pts) Etudier la continuité de la fonction suivante :

$$g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \longmapsto \begin{cases} (x^2 + 3x + 2) \sin(\pi/y) & \text{si } y \neq 0 \\ 0 & \text{si } y = 0 \end{cases}$$

Exercice 3 (4pts) Déterminer toutes les dérivées partielles de la fonction suivante aux points $(0, -1)$ et $(-1, -1)$.

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \longmapsto |xy|$$

Exercice 4 (4pts) Tracer la région suivante :

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < |x| < |y| < 1\} \cup \{(0, 0)\}.$$

Ecrire la formule définissant un arc dans E qui joint le point $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$ au point $(0, -\frac{1}{2})$.