

**Math IV, analyse (L2) – Fiche 10**

**7 mai 2007**

**Exercice 1.**

Calculer les intégrales suivantes :

$$\iint_D x \cos(y) \, dx \, dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq \sin(y), 0 \leq y \leq \pi/2\},$$

$$\iint_D xy \, dx \, dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x^2 + y^2 \leq 1, x + \sqrt{3}y \leq 1\},$$

$$\iiint_D x^2 y \, dx \, dy \, dz, \quad D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq y \leq 1 - x^2, |x + y + z| \leq 1\},$$

$$\iiint_D \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} \, dx \, dy \, dz$$

où  $D$  est l'intérieur de la sphère de centre  $(0, 0, 0)$  et de rayon 1, et extérieur au cône de révolution d'axe Oz et d'angle  $\pi/3$ .

**Exercice 2.**

Calculer l'aire du domaine de  $\mathbb{R}^2$  limité par les courbes d'équation

$$y = ax, \quad y = x/a, \quad y = b/x, \quad y = 1/bx, \quad \text{où } a > 1, \quad b > 1.$$

**Exercice 3.**

Calculer l'intégrale

$$\int_0^\infty e^{-x^2} \, dx.$$

**Exercice 4.**

Calculer l'intégrale

$$\iint_C (x + y) \, dx \, dy$$

sur le domaine  $C$  contenant l'origine et délimité par le cercle de centre  $(0, 0)$  et de rayon  $\sqrt{5}$ , et la droite d'équation  $x + y + 3 = 0$ .