

---

**Kholle 10 (rattrapage), le 24 mai 2011**

**Exercice 1 (Question de cours)**

- (i) (3 pts) Qu'est-ce qu'un champ de vecteurs dans  $\mathbb{R}^p$ ? Pour une fonction  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ , donner des conditions suffisantes sur  $f$  et  $D$  pour que  $f$  soit intégrable sur  $D$ .
- (ii) (3 pts) Donner la formule décrivant la droite tangente à une courbe paramétrée dans  $\mathbb{R}^3$ .

**Exercice 2** (5 pts) Calculer l'intégrale suivante :

$$\iint_D (x + 2y)^2 dx dy \quad \text{où } D \text{ est le triangle de sommets } (0, 0), (1, 1), (2, -1).$$

**Exercice 3** (4 pts) On fixe  $n \in \mathbb{N}^*$  et on considère la fonction suivante :

$$\begin{aligned} \wedge & : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) & \longmapsto u \wedge v . \end{aligned}$$

Vérifier que cette application est différentiable et déterminer sa différentielle.

**Exercice 4** (5 pts) On définit

$$\begin{aligned} \mathcal{P} & : \mathbb{R}_+^* \times ]0, 2\pi[ \longrightarrow \mathbb{R}^2 \setminus \mathbb{R}_+ \times \{0\} \\ (r, t) & \longmapsto (r \cos t, r \sin t) . \end{aligned}$$

- (2 pts) Montrer, en utilisant seulement la définition de la dérivée d'une fonction d'une seule variable, que la fonction  $t \mapsto \cos(t)$  est une fonction dérivable pour tout  $t \in \mathbb{R}$ .  
( Aide-mémoire :  $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ . )
- (3 pts) Montrer que  $\mathcal{P}$  est différentiable sur son domaine et déterminer sa différentielle  
( Pour la différentiabilité, vous êtes libre d'utiliser la méthode qui vous convient le plus ).