
Kholle 10 (rattrapage), le 24 mai 2011

Exercice 1 (Question de cours)

(i) (3 pts) Ecrire la formule de changement de variables pour les intégrales multiples définies sur \mathbb{R}^2 .

(ii) (3 pts) Indiquer lesquels des énoncés suivants sont vrais, lesquels sont faux ? Aucune justification n'est nécessaire.

1. Soit $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction définie sur une partie quarrable du plan. Si l'ensemble des points de discontinuité de f est d'aire nulle, alors f est intégrable sur D .
2. Une fonction de classe \mathcal{C}^1 en un point est nécessairement différentiable en ce point.
3. Le rotationnel est un opérateur linéaire.

Exercice 2 (11 pts) On définit

$$\begin{aligned} \mathcal{S} : \mathbb{R}_+^* \times]0, \pi[\times]0, 2\pi[&\longrightarrow \mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{R}_+ \times \{0\} \times \mathbb{R} \\ (\rho, \phi, t) &\longmapsto (\rho \sin \phi \cos t, \rho \sin \phi \sin t, \rho \cos \phi) . \end{aligned}$$

1. (2 pts) Montrer que \mathcal{S} est une bijection.
2. (4 pts) Montrer que \mathcal{S} est différentiable sur son domaine et déterminer sa différentielle.
3. (3 pts) Déterminer la divergence et le rotationnel de \mathcal{S} .
4. (2 pts) Déterminer si \mathcal{S} est un champ de gradient ?

Exercice 3 (3 pts) Calculer l'intégrale suivante :

$$\iint_D xy \, dx \, dy \quad \text{où } D \text{ est la trapèze délimitée}$$

par les courbes d'équations respectives $y = 0$, $y = 1$, $y = 2 - x$, $y = 1 + \frac{x}{2}$.