
Kholle 10 (rattrapage), le 24 mai 2011

Exercice 1 (Question de cours)

- (i) (3 pts) Donner la définition d'une partie quarrable de \mathbb{R}^p .
- (ii) (3 pts) Indiquer lesquels des énoncés suivants sont vrais, lesquels sont faux ? Aucune justification n'est nécessaire.
1. Une fonction \mathcal{C}^2 sur un ouvert y a un nombre fini de points extrémaux.
 2. La différentielle d'une application linéaire est une fonction constante.
 3. Le déterminant définit une fonction intégrable.

Exercice 2 (3 pts) On définit $f : \mathbb{R}^p \longrightarrow \mathbb{R}$ ($p \in \mathbb{N}^*$) par $f(x) = \langle x, x \rangle$ (\langle , \rangle est le produit scalaire usuel sur \mathbb{R}^p). Montrer qu'en tout point $a \in \mathbb{R}^p$, $df(a).h = 2 \langle a, h \rangle$

Exercice 3 (11 pts) Calculer les intégrales suivantes :

1. (3 pts)

$$\iint_D (x - y) dx dy, \quad D \text{ est limité par les courbes } x = 0, y = x + 2, y = -x,$$

2. (4 pts)

$$\iint_D x^2 y dx dy \quad \text{où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1 - x^2\};$$

3. (4 pts)

$$\iint_D e^{x+y} dx dy \quad \text{où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| \leq 1\}.$$