

Kholle 11, le 24 mai 2011

Exercice 1 (Question de cours) (3 pts) Énoncer le théorème de Fubini pour un rectangle.

Exercice 2 (3 pts) Calculer l'intégrale suivante :

$$\iint_D \frac{1}{(x+y+1)^3} dx dy \text{ où } D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x, 0 \leq y, x+y \leq 1 \}.$$

Exercice 3 (14 pts) La *spirale logarithmique* est définie par l'application

$$\begin{aligned} \gamma &: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ t &\longmapsto (e^{at} \cos t, e^{at} \sin t). \end{aligned}$$

Nous supposons $a \in \mathbb{R}_+^*$. On posera $x(t) = e^{at} \cos t$ et $y(t) = e^{at} \sin t$.

- (2 pts) Calculer les valeurs de t pour lesquelles $x(t) = 0$. Résoudre la même question pour y .
- (2 pts) Déterminer la pente de la tangente aux valeurs de t trouvées dans le point précédent.
- (2 pts) Déterminer les valeurs de t pour lesquelles la pente de la tangente s'annule.
- (2 pts) Déterminer les valeurs de t pour lesquelles la pente de la tangente n'est pas définie.
- (2 pts) Calculer la longueur de l'arc entre $\gamma(0)$ et $\gamma(t)$.
- (2 pts) Montrer que $\gamma(t) \rightarrow (0, 0)$ quand $t \rightarrow -\infty$.
- (2 pts) Montrer que la longueur de l'arc entre 0 et t a une limite finie quand $t \rightarrow -\infty$.