
Kholle 11, le 24 mai 2011

Exercice 1 (Question de cours)

- (i) (3 pts) Qu'est-ce qu'un champ de vecteurs dans \mathbb{R}^p ? Pour une fonction $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, donner des conditions suffisantes sur f et D pour que f soit intégrable sur D .
- (ii) (3 pts) Donner la formule décrivant la droite tangente à une courbe paramétrée dans \mathbb{R}^3 .

Exercice 2 (5 pts) Calculer l'intégrale suivante :

$$\iint_D (x + 2y)^2 dx dy \quad \text{où } D \text{ est le triangle de sommets } (0, 0), (1, 1), (2, -1).$$

Exercice 3 (4 pts) Calculer l'intégrale curviligne de la fonction suivante le long du triangle de sommets $(0, 0), (1, 0), (2, 1)$:

$$f(x, y) = e^{x+y}.$$

Exercice 4 (5 pts) On définit la fonction

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) &\longmapsto \left(\frac{1}{2} \sin(x + y), \frac{1}{2} \cos(x - y) \right). \end{aligned}$$

- (3 pts) Pour $x = (x_1, x_2)$ et $h = (h_1, h_2) \in \mathbb{R}^2$ déterminer $df(x)(h)$.
- (2 pts) Montrer que $\|df(x)(h)\|_2 \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \|h\|_2$.