

---

**Kholle 11, le 24 mai 2011**

**Exercice 1 (Question de cours)**

- (i) (3 pts) Ecrire la formule de changement de variables pour les intégrales multiples définies sur  $\mathbb{R}^2$ .
- (ii) (3 pts) Enoncer le théorème de Green-Riemann.

**Exercice 2** (3 pts) Calculer l'intégrale suivante :

$$\iint_D xy \, dx \, dy \quad \text{où } D \text{ est la trapèze délimitée}$$

par les courbes d'équations respectives  $y = 0$ ,  $y = 1$ ,  $y = 2 - x$ ,  $y = 1 + \frac{x}{2}$ .

**Exercice 3** (5 pts) Calculer l'intégrale suivante :

$$\iint_D (x + y) \, dx \, dy \quad \text{où } D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 + |x| \}.$$

**Exercice 4** (6 pts) L'hélice circulaire à pas constant est définie par l'application suivante :

$$\begin{aligned} \gamma : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ t &\longmapsto \begin{cases} x = r \cos t \\ y = r \sin t \\ z = ht \end{cases} \end{aligned}$$

avec  $r, h \in \mathbb{R}_+^*$ .

1. (2 pts) Montrer que le vecteur tangent à l'hélice en tout point de celle-ci fait un angle constant avec le vecteur vertical  $(0, 0, 1)$ .
2. (2 pts) Calculer la longueur d'une spire de l'hélice ( $t \in [0, 2\pi]$ ).
3. (2 pts) Calculer l'intégrale curviligne

$$\int_{\gamma} (y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz$$