

Kholle 11, le 24 mai 2011

Exercice 1 (Question de cours)

- (i) (3 pts) Donner la définition de la divergence d'un champ de vecteurs dans \mathbb{R}^p . Donner la définition du rotationnel d'un champ de vecteurs dans \mathbb{R}^3 .
- (ii) (3 pts) Donner la définition de l'intégrale curviligne d'un champ de vecteurs.

Exercice 2 (6 pts) Calculer l'intégrale suivante :

$$\iint_D |x - y| dx dy \quad \text{où } D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b \} \text{ et } 0 < b < a .$$

Exercice 3 (8 pts)

$$\begin{aligned} \mathcal{C} : \mathbb{R}_+^* \times]0, 2\pi[\times \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{R}_+ \times \{0\} \times \mathbb{R} \\ (r, t, z) &\longmapsto (r \sin t, r \cos t, z) . \end{aligned}$$

1. (3 pts) Montrer que \mathcal{C} est différentiable sur son domaine et déterminer sa différentielle.
2. (3 pts) Déterminer la divergence et le rotationnel de \mathcal{C} .
3. (2 pts) Déterminer si \mathcal{C} est un champ de gradient ?