Université Claude Bernard (Lyon 1) — Année 2010-2011
UE MathIV Analyse L2 — Tuna Altınel 1

Kholle 6, le 12 avril 2011

Exercice 1 (Question de cours)

(i) (3 pts) Donner la définition de la dérivée directionnelle d'une fonction $f : \mathbb{R}^p \longrightarrow \mathbb{R}$ ($p \in \mathbb{N}^*$) en un point de $\mathbb{R}^p$.

(ii) (4 pts) Soit $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction différentiable au voisinage d'une point $a = (a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2$. Donner, <u>en justifiant votre réponse</u>, l'équation du plan tangent en ce point.

Exercice 2 (3 pts) Etudier la continuité de la fonction suivante ainsi que ses dérivées partielles premières en $(0,0)$.

$$\begin{array}{rccl} f : & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \longmapsto & \begin{cases} (x^2+y^2)^x & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases} \end{array}$$

Exercice 3 (10 pts) On définit les deux fonctions suivantes :

$$\begin{array}{rccl} F : & \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,y) \mid y \in \mathbb{R}\} & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ & (x,y) & \longmapsto & (x^2-y^2, \frac{y}{x}) \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{rccl} G : & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ & (u,v) & \longmapsto & (v\cos(u), v\sin(u)) \end{array} .$$

1. (2 pts) Déterminer le domaine de la composée $F \circ G$.
2. (2 pts) Montrer que $F \circ G$ est différentiable sur son domaine.
3. (3 pts) Déterminer les différentielles de F et de G.
4. (3 pts) Déterminer $d(F \circ G)(a)$ avec $a = (a_1, a_2)$.