Kholle 7, le 19 avril 2011

Exercice 1 (Question de cours)

(i) (3 pts) Soit $f : \mathbb{R}^p \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction différentiable. Donner la définition d'un point critique. Donner la définition d'un minimum local.

(ii) (3 pts) Indiquer lesquels des énoncés suivants sont vrais, lesquels sont faux ? Aucune justification n'est nécessaire.

1. Soit $f : \mathbb{R}^p \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R}^p)$. Si X est un point critique de f, alors soit X est un point selle (équiv. point col), soit $f(X)$ est un extrémum local de f.
2. Une fonction différentiable en un point est nécessairement continue en ce point.
3. Le rotationnel est un opérateur linéaire.

Exercice 2 (4 pts) On définit

$$\begin{array}{rccl} f & : & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & & (x,y) & \longmapsto & e^x \cos(x-y) \end{array} .$$

Déterminer le polynôme de Taylor d'ordre 2 en $(2,2)$ de f.

Exercice 3 (10 pts) On définit la fonction

$$\begin{array}{rccl} f & : & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & & (x,y) & \longmapsto & x^4 + 14x^2y^2 - 7y^4 - 4x + 6 \end{array} .$$

1. (8 pts) Déterminer les extréma locaux de la fonction f.
2. (2 pts) Etudier les extréma globaux de f sur $\mathbb{R}^2$ en justifiant votre réponse.