
Kholle 7, le 19 avril 2011

Exercice 1 (Question de cours)

- (i) (3 pts) Énoncer le théorème sur les extrémums liés avec dans \mathbb{R}^p et avec n contraintes.
- (ii) (3 pts) Indiquer lesquels des énoncés suivants sont vrais, lesquels sont faux ? Aucune justification n'est nécessaire.
1. La divergence d'un champ de vecteurs est un champ de vecteurs.
 2. Une fonction différentiable en un point a toutes ses dérivées directionnelles en ce point.
 3. Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe \mathcal{C}^2 sur \mathbb{R}^2 . En un point critique $x \in \mathbb{R}^2$, si la matrice hessienne $Hf(x)$ est de trace strictement positive, alors f admet un maximum local en x .

Exercice 2 (4 pts) On définit

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\longmapsto x \ln y - y \ln x . \end{aligned}$$

Déterminer le polynôme de Taylor d'ordre 2 en $(1, 1)$ de f .

Exercice 3 (10 pts) On définit la fonction

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\longmapsto x^4 + 14x^2y^2 - 7y^4 - 4x + 6 . \end{aligned}$$

1. (8 pts) Déterminer les extrémums locaux de la fonction f .
2. (2 pts) Étudier les extrémums globaux de f sur \mathbb{R}^2 en justifiant votre réponse.