

---

**Kholle 8, le 3 mai 2011**

**Exercice 1 (Question de cours)**

(i) (3 pts) Soit  $f : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction différentiable. Donner la définition d'un point critique. Donner la définition d'un minimum local.

(ii) (3 pts) Indiquer lesquels des énoncés suivants sont vrais, lesquels sont faux ? Aucune justification n'est nécessaire.

1. Soit  $f : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction de classe  $\mathcal{C}^2(\mathbb{R}^p)$ . Si  $X$  est un point critique de  $f$ , alors soit  $X$  est un point selle (équiv. point col), soit  $f(X)$  est un extrémum local de  $f$ .
2. Une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  en un point est nécessairement différentiable en ce point.
3. Le rotationnel est un opérateur linéaire.

**Exercice 2** (4 pts) On définit

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\longmapsto x^y . \end{aligned}$$

1. (1 pt) Déterminer le domaine de  $f$ .
2. (3 pts) Déterminer le polynôme de Taylor d'ordre 2 de  $f$  en  $(1, 0)$ .

**Exercice 3** (10 pts) On définit la fonction

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\longmapsto x^4 + 14x^2y^2 - 7y^4 - 4x + 6 . \end{aligned}$$

1. (8 pts) Déterminer les extrémums locaux de la fonction  $f$ .
2. (2 pts) Etudier les extrémums globaux de  $f$  sur  $\mathbb{R}^2$  en justifiant votre réponse.