
Kholle 8, le 3 mai 2011

Exercice 1 (Question de cours)

(i) (3 pts) Donner la définition de la divergence d'un champ de vecteurs dans \mathbb{R}^p . Donner la définition du rotationnel d'un champ de vecteurs dans \mathbb{R}^3 .

(ii) (3 pts) Indiquer lesquels des énoncés suivants sont vrais, lesquels sont faux ? Aucune justification n'est nécessaire.

1. Les dérivées partielles d'une fonction différentiable sur un voisinage sont continues sur ce voisinage.
2. La différentielle d'une fonction linéaire est une fonction constante.
3. Soit F une fonction différentiable sur \mathbb{R}^p . Si $dF(X) = 0$, alors F atteint un extrémum en X .

Exercice 2 (3 pts) Etudier la continuité de la fonction suivante en tout point de la forme (a, a) ou $(a, -a)$:

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \longmapsto \begin{cases} \frac{(x^2+y^2)^2}{x^2-y^2} & \text{si } x^2 \neq y^2 \\ 0 & \text{si } x^2 = y^2 \end{cases}$$

Exercice 3 (11 pts) On définit la fonction

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \longmapsto (x^2 + y^2)e^{x^2-y^2} .$$

1. (9 pts) Déterminer les extrémums locaux de la fonction f .
2. (2 pts) Etudier les extrémums globaux de f sur \mathbb{R}^2 en justifiant votre réponse.