

*THÈSE DE DOCTORAT DE MATHÉMATIQUES
DE L'UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER (GRENOBLE I)*

*préparée à l'Institut Fourier
Laboratoire de mathématiques
UMR 5582 CNRS-UJF*

DES MATRICES DE PAULI AUX BRUITS QUANTIQUES

Yan PAUTRAT

Soutenu à Grenoble le 4 juin 2003 devant le jury :

*Rolando REBOLLEDO (Université catholique de Santiago, Chili), Président
Stéphane ATTAL (CNRS, Université de Grenoble I), Directeur
Alain JOYE (Université de Grenoble I)
Hans MAASSEN (Université de Nijmegen, Pays Bas)
Claude-Alain PILLET (Centre de Physique Théorique de Marseille)*

Au vu des rapports de Hans MAASSEN et Rolando REBOLLEDO

RÉSUMÉ

Depuis sa première définition par Hudson et Parthasarathy en 1984, l'intégration stochastique quantique offre un outil puissant pour la description de certaines évolutions en physique quantique. De nombreuses questions restent ouvertes cependant, en particulier dans le domaine de la représentabilité intégrale des opérateurs. La définition récente par Attal d'une méthode complètement explicite de l'approximation de l'espace de Fock usuel par un analogue discret a justifié l'intérêt d'une bonne connaissance du calcul stochastique quantique à temps discret.

Nous définissons rigoureusement un tel calcul stochastique et obtenons une caractérisation des opérateurs admettant des représentations intégrales ou des représentations sous la forme de noyau de Maassen-Meyer, avec des expressions explicites dans les deux cas. Ces résultats nous permettent de préciser complètement le lien entre le calcul à temps discret et le calcul à temps continu et en particulier de montrer que la formule d'Itô quantique de composition des intégrales se déduit rigoureusement de relations de commutation, par exemple des relations de commutation entre matrices de Pauli. Nous appliquons ensuite nos résultats pour obtenir une caractérisation, dans l'espace de Fock usuel, des opérateurs qui sont représentables en intégrales stochastiques quantiques parmi les classes fondamentales que sont les opérateurs de seconde quantification et de seconde quantification différentielle. Enfin, nous utilisons ces techniques pour obtenir des résultats de convergence de solutions d'équations aux différences vers des équations différentielles stochastiques quantiques. Ces résultats nous permettent de montrer qu'une évolution en mécanique quantique obtenue par des interactions répétées est déterminée, à la limite, par une équation de Langevin quantique. Cette équation de Langevin décrit un couplage entre un "petit système" et un "réservoir", ce réservoir et les coefficients de l'équation se déduisant explicitement de l'interaction que l'on répète. Ces résultats permettent en particulier d'obtenir une description rigoureuse des mesures en continu et des approximations de "coarse graining" en optique quantique.

MOTS-CLÉS

Probabilités quantiques, espaces de Fock, bébé Fock, intégrale stochastique quantique, représentation de Maassen-Meyer, formule d'Itô quantique, seconde quantification, seconde quantification différentielle, équations de structure, équation différentielle stochastique quantique.

CLASSIFICATION MATHÉMATIQUE

81S25, 60H05, 60H10.