

Veillez à bien noircir les cases. Chaque case correctement traitée (noircie si réponse juste, non noircie si fausse) rapporte 0,5 point, et chaque case incorrectement traitée rapporte -0,25 point

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre → et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :

.....

Attention à ne pas vous tromper, toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

**Question 1** Soit  $X$  une v.a. de loi  $\mathbf{P}_X = \frac{1}{3}\delta_{-2} + \frac{2}{3}\delta_1$ .

$X$  et  $X$  sont indépendantes      $\mathbf{E}[X] = 0$       $\mathbf{E}[X^2] = 0$       $\mathbf{E}[X] = -1/3$

**Question 2** Soit  $X$  une v.a. de loi uniforme sur  $]0, 1[$

$\mathbf{E}[X^2] = \frac{1}{4}$       $\mathbf{E}[X] = \frac{1}{2}$       $\mathbf{Var}(X) = \frac{1}{2}$       $\mathbf{E}[X^{-1}] = 2$

**Question 3** Un élève répond au hasard à ce QCM et coche chacune des 40 cases-réponses indépendamment avec probabilité  $\frac{1}{2}$ . Soit  $X$  sa note (éventuellement négative). On a

$\mathbf{E}[X] = 5$       $\mathbf{E}[X] = 0$       $\mathbf{E}[X] = 2,5$       $\mathbf{E}[X] = 10$

**Question 4** Soit  $X$  une v.a. de densité  $x \mapsto 4x^3 \exp(-x^4)\mathbf{1}_{[0, \infty)}(x)$ .

$F_X$  est continue      $\mathbf{E}[X] > 0$       $\mathbf{P}(X \geq 0) = 1$       $\mathbf{Var}(X) > 0$

**Question 5** Soit  $X$  une v.a. vérifiant  $\mathbf{E}[X^4] < +\infty$ . Que peut-on en déduire ?

$\mathbf{E}[|X|] < +\infty$       $\mathbf{E}[X^2] < +\infty$       $\mathbf{E}[X^6] = +\infty$       $\mathbf{E}[X^3] < +\infty$

**Question 6** Soit  $X$  une v.a. à valeurs positives. Alors, pour tout  $t > 0$ ,

$\mathbf{P}(X \leq t) \geq \frac{\mathbf{E}[X]}{t}$       $\mathbf{P}(tX \geq 1) \leq t\mathbf{E}[X]$       $\mathbf{P}(X \geq t) \leq \frac{\mathbf{E}[X]}{t}$       $\mathbf{P}(X \leq t) \leq 1$

**Question 7** Soit  $X, Y$  et  $Z$  trois v.a. indépendantes de loi uniforme sur  $\{-1, 1\}$ .

$X$  et  $YZ$  sont indépendantes      $X$  et  $XY$  ont même loi      $X, Y$  et  $XY$  sont indépendantes  
  $X$  et  $XY$  sont indépendantes

**Question 8** Soit  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$  un espace de probabilité, et  $A_1, A_2$ , et  $A_3$  trois événements indépendants vérifiant  $\mathbf{P}(A_1) = \mathbf{P}(A_2) = \mathbf{P}(A_3) = \frac{1}{2}$ .

$\Omega$  contient au moins 8 éléments      $A_1^c, A_2^c$  et  $A_3^c$  sont indépendants      $\mathbf{P}(A_1 \cap A_2) = \mathbf{P}(A_1 \cap A_3)$   
  $\mathbf{P}(A_1 \cup A_2) = \frac{3}{4}$

**Question 9** Soit  $X$  une v.a., et  $Y = X + 1$ . Alors, pour tout  $t$  réel

$F_Y(t) = F_X(t - 1)$       $F_Y(t) > F_X(t)$       $F_Y(t) = F_X(t + 1)$       $F_Y(t) \leq F_X(t)$

**Question 10** Soit  $X$  une v.a. de loi uniforme sur  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

$\mathbf{E}[X] = 3$       $\mathbf{P}(X \text{ est pair}) = \frac{1}{2}$       $F_X$  est continue      $\mathbf{E}[X] = \frac{7}{2}$