

Feuille 11
Probabilités

Exercice 1. Montrer que si X est une variable aléatoire positive et intégrable, on a

$$\mathbf{E}X = \int_0^{\infty} \mathbf{P}(X > t) dt.$$

Exercice 2. Pour un entier $n > 0$, soit $(A_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n}$ des variables aléatoires indépendantes de loi définie par $\mathbf{P}(A_{i,j} = 1) = \mathbf{P}(A_{i,j} = -1) = 1/2$. On pose $\tilde{X} = \det A_{i,j}$. Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire \tilde{X} .

Exercice 3. Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes de loi gaussienne $N(0, 1)$. Montrer que X/Y suit la loi de Cauchy (de densité $\frac{1}{\pi(1+x^2)}$).

Exercice 4. Extrait du sujet d'écrit 2003.