
Contrôle numéro 4 du 19 Novembre 2021

Durée : 40 minutes

Les documents et les téléphones/calculatrices/ordinateurs sont interdits.

Vous devrez faire attention à rédiger correctement. Toute rédaction incomplète ou imprécise sera sanctionnée même si le raisonnement est correct. **N'écrivez pas au crayon à papier.**

Exercice 1 (5 points)

- a) Donner les applications de \mathbb{C} dans \mathbb{C} qui représentent :
- La rotation d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de centre 0. (1 point)
 - L'homothétie de rapport 2 et de centre $1 + i$. (1 point)
- b) Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite et $l \in \mathbb{R}$. Définir mathématiquement le fait que $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = l$. (3 points)

Exercice 2 (5 points) On pose $z = \frac{1-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i}$.

- a) Calculer la partie réelle et la partie imaginaire de z . (2 points)
- b) Calculer le module et un argument de z . (2 points)
- c) En déduire la forme trigonométrique de z . (1 point)

Exercice 3 (5 points)

- a) Donner les racines carrées du nombre complexe : $c = 3 + 4i$ (3 points).
- b) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante : $z^2 + \sqrt{3}z - i = 0$. (2 points)

Exercice 4 (5 points)

Soit $c \in \mathbb{C}$ et $n \in \mathbb{N}^*$. On rappelle que les n solutions complexes de l'équation $z^n = c$ sont appelées les racines n -ième de c .

- a) Donner les 3 racines 3-ième de -1 , qu'on notera z_1, z_2 et z_3 . (3 points)
- b) Montrer que $z_1 + z_2 + z_3 = 0$. (2 points)