
Contrôle numéro 4 du 16 octobre 2020

Durée : 30 minutes

Les documents et les téléphones/calculatrices/ordinateurs sont interdits.

Lors de ce contrôle vous devrez faire attention à rédiger de la manière la plus précise possible.

Toute rédaction incomplète ou imprécise sera sanctionnée **même si le raisonnement est correct**.**Exercice 1** (6 points) Soit A et B deux ensembles. Montrer l'équivalence :

$$A \subset B \iff A \cap B = A.$$

Exercice 2 (8 points) Soit $(u_n)_{n \in \mathbf{N}}$ la suite de nombres entiers naturels définie par $u_0 = 1$, $u_1 = 3$ et pour $n \in \mathbf{N}$,

$$u_{n+2} = 4u_n + u_{n+1}.$$

Établir la propriété

$$\forall n \in \mathbf{N}, \quad u_n \leq 3^n.$$

Exercice 3 (6 points) Soit $a \in \mathbf{R}$. Montrer en raisonnant par contraposition que

$$\forall \varepsilon > 0, |a| \leq \varepsilon \implies a = 0.$$

Exercice bonus (1 point)Soit $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ une fonction. Écrire avec des quantificateurs l'assertion “ f n'est pas monotone sur \mathbf{R} ”.