

0 - Présentation de l'UE

3 enseignements

COURS : lundi a-m
jeudi matin
vendredi matin

NE PAS FAIRE
CONFIANCE A ADE

ID (7 groupes) : dates à préciser

Etude surveillée (ES) : vendredi matin après le cours
(2 groupes)



Pour cause de covid
(et de la mauvaise gestion des salles)

les enseignements peuvent être

- annulés
- faits en distanciel

IMPORTANT : consulter son mail la veille au soir
(les mails des enseignants arrivent sur ADE)

En cours il faut

- porter un masque
- arriver à l'heure

) Sinon, ACCÈS REFUSÉ !!

le contenu de l'UE :

on reprend le programme du lycée en plus solide
+ quelques nouveautés.

Il y aura deux parties :

A	algèbre
B	analyse

On alternera les parties A et B.

IMPORTANT. éviter les pièges

(2)

Exemple : piège de la division par zéro

Piège n°1 ON NE DIVISE PAS PAR ZÉRO

En particulier, si on divise par ~~un~~ un nombre réel x , et si on ne précise pas que x est non nul, on est tombé dans le piège.

Exemple Soit x un nombre réel

$$x^2 \geq 0 \text{ donc } x^2 + 1 \geq 1 \text{ donc } x^2 + 1 \neq 0$$

On peut donc écrire $\frac{1}{x^2 + 1}$

Si on écrit $\frac{1}{x^2 + 1}$ sans écrire qu'on a vu le piège, le correcteur peut considérer que vous êtes tombé dedans et vous pénaliser

Evaluation

- Tests (1 par semaine si possible) au long du trimestre
→ note CC de contrôle continu
- Partiel à mi-semestre
→ note CP
- Final en décembre
→ note CF

Note retenue : $0,4 \times CC + 0,3 \times CP + 0,3 \times CF$

A1.1 les ensembles de nombres

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ les entiers naturels

Variante : $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$ utile pour éviter le piège P1

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ les entiers relatifs
(positif ou négatif)

On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

↑
symbole "inclus"

($A \subset B$ si tout élément de A est dans B)

Autre symbole similaire : $\in$ le symbole "appartient"

$n \in \mathbb{N}$ se lit "n appartient à N"

c'est-à-dire : ~~n~~ n est un des entiers naturels

Piège n°2 : ne pas confondre les symboles $\subset$ et $\in$

On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

$$3 \in \mathbb{N}$$

$$3 \in \mathbb{Z}$$

$$-2 \in \mathbb{Z}$$

$$-2 \notin \mathbb{N}$$

mais on n'écrit pas

~~$$2 \subset \mathbb{N}$$~~

on tombe dans le piège !

(4)

$\mathbb{Q} = \left\{ \text{quotients de la forme } \frac{a}{b} \text{ avec } \begin{matrix} a \in \mathbb{Z} \\ b \in \mathbb{Z}^* \end{matrix} \right\}$

ne pas oublier *
sinon on tombe dans
le piège F

(on pourrait aussi dire $\begin{matrix} a \in \mathbb{Z} \\ b \in \mathbb{N}^* \end{matrix}$).

difficulté : $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

un même élément de $\mathbb{Q}$ peut être représenté par plusieurs fractions.

On a $\frac{a}{b}$, pour $\begin{matrix} a \in \mathbb{Z} \\ b \in \mathbb{Z}^* \end{matrix}$ $\begin{matrix} a' \in \mathbb{Z} \\ b' \in \mathbb{Z}^* \end{matrix}$

$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$ si et seulement si $ab' = a'b$

On écrit souvent $\langle P \text{ si et seulement si } Q \rangle$
ou en abrégé $\langle P \text{ssi } Q \rangle$.

Cela veut dire : si P est vrai, alors Q est vrai

(ET AUSSI)

si Q est vrai, alors P est vrai

⚠ Ne pas confondre $\mathbb{Q}$ avec l'ensemble $\mathbb{D}$
des nombres décimaux de la forme

$a \cdot 10^{-n}$ où $\begin{matrix} a \in \mathbb{Z} \\ n \in \mathbb{Z} \end{matrix}$

Exemple : 46,253 est un nombre décimal
" 46253×10^{-3}

Pour les mathématiciens l'ensemble $\mathbb{Q}$ est
plus important que $\mathbb{D}$

(si des extra-terrestres à 13 doigts ~~passai~~ font de maths,
ils auraient inventé $\mathbb{Q}$, mais pas $\mathbb{D}$).

Un nombre décimal a une suite finie de chiffres après la virgule
 $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$ mais il existe des rationnels non décimaux, comme

$$\frac{1}{3} = 0, \underbrace{3333 \dots}_{\text{suite infinie de 3}}$$

$\mathbb{R}$ = ensemble des nombres réels de la forme

- 75, 23675 - - - - -
 ↑ un signe + ou - ↑ un nombre entier ↑ virgule ↑ une suite finie ou infinie de chiffres après la virgule

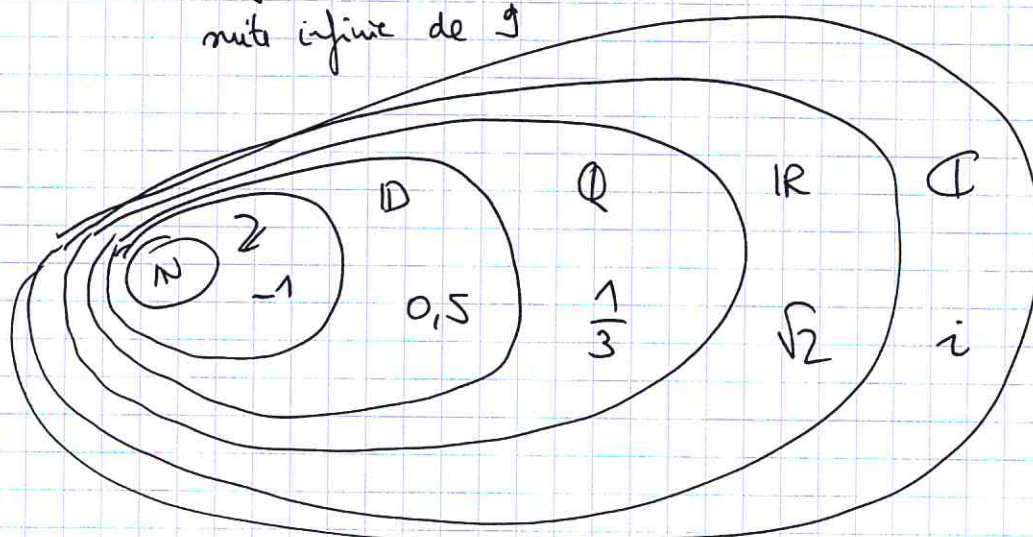


Un même nombre peut avoir plusieurs écritures

$$0 = +0 = +0,000 = -0,00000$$

$$1 = 0, \underbrace{9999 \dots}_{\text{suite infinie de 9}}$$

En dernier



A1.2 Opérations élémentaires et relation d'ordre

Ecole primaire : on apprend à ajouter, multiplier, comparer les éléments de $\mathbb{N}$.

• Proposition : on peut définir sur $\mathbb{Q}$ (ou $\mathbb{R}$, ou $\mathbb{C}$) une addition $+$ et une multiplication $(\times$ ou $\cdot)$ qui prolonge l'addition et la multiplication de $\mathbb{N}$ et qui vérifie les règles suivantes

• COMMUTATIVITÉ : pour tous a, b dans $\mathbb{C}$, on a

$$a+b = b+a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

• ASSOCIATIVITÉ : pour tous a, b, c dans $\mathbb{C}$, on a

$$a+(b+c) = (a+b)+c$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

• DISTRIBUTIVITÉ : pour tous a, b, c dans $\mathbb{C}$, on a

$$(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

• ELEMENTS NEUTRES : pour tout a dans $\mathbb{C}$, on a

$$a+0 = a$$

$$a \cdot 1 = a$$

• ~~Exo~~ (démontrer la proposition n'est pas si facile - il faut expliquer comment ajouter / multiplier des nombres à virgule avec infini de chiffres ...)

• Proposition

(7)

On peut définir sur $\mathbb{Q}$ (ou $\mathbb{R}$) une relation d'ordre $\leq$ qui prolonge l'ordre de $\mathbb{N}$ et qui vérifie les règles suivantes

• REFLEXIVITÉ ~~$\forall x \in \mathbb{R}$~~ pour tout a dans $\mathbb{R}$ $a \leq a$

• ANTISYMETRIE $\forall a$ pour tous a, b dans $\mathbb{R}$,
si $a \leq b$ et $b \leq a$ alors $a = b$

• TRANSITIVITÉ pour tous a, b, c dans $\mathbb{R}$,
si $a \leq b$ et $b \leq c$, alors $a \leq c$

• ORDRE TOTAL pour tous a, b dans $\mathbb{R}$,
on a $a \leq b$ ou $b \leq a$

↑
en maths "ou" veut dire
"ou éventuellement les deux".

Piège n°3 La relation d'ordre $\leq$ n'est pas définie sur $\mathbb{C}$.

On ne doit jamais écrire ~~$i \leq i$~~

On écrit alors

$a \geq b$	lorsque	$b \leq a$
$a < b$	lorsque	$a \leq b$ et $a \neq b$
$a > b$	lorsque	$b < a$

(ou encore, lorsque $a \geq b$ et $a \neq b$).

La négation logique de $a \leq b$ est $a > b$.
(= contraire)

Piège n°4: ne pas confondre $\leq$ (inégalité large)
et $<$ (inégalité stricte)

$\leq$ ~~est~~ inférieur ou égal
 $<$ strictement inférieur

d'écrire
éviter de ~~dire~~
"inférieur" qui
est ambigu.

Rèflexe: La plupart du temps, on veut dire $\leq$.

Il vaut mieux écrire $\leq$ et $\geq$, on a moins de risques de tomber dans le piège.

[exemple : soit x un réel. Alors $x^2 \geq 0$]

↑
si on écrit $x^2 > 0$
on tombe dans le piège.

~~Propriété~~

Propriété (Règles de compatibilité)

Soient a, b, c ~~des~~ des réels

1. Si $a \leq b$ alors $a+c \leq b+c$

2. Si $a \leq b$ et si $c \geq 0$ alors ~~$a \leq b$~~
 $ac \leq bc$

On a donc aussi : si a, b, c, d sont réels

1. Si $a \leq b$ et $c \leq d$ alors $a+c \leq b+d$

2. Si $0 \leq a \leq b$ et $0 \leq c \leq d$ alors $ac \leq bd$

(9)

En ~~pratique~~
 • On ne peut pas soustraire des inégalités

$$\begin{array}{l} 3 \leq 5 \\ 1 \leq 4 \end{array}$$

mais on n'a pas $3-1 \neq 5-4$

~~On ne~~
 • Multiplier par un nombre négatif change le sens des inégalités

$$-2 \leq -1 \quad \text{mais} \quad 4 \geq 2$$

multiplication
par -2.

A1.3 Sommes et produits