Math I Analyse en séquence 5

Première épreuve de contrôle continu, 30 octobre 2009.
Durée 40 mn. Note sur 15.

NOM :	Prénom :
Numéro étudiant :	Signature :

Cette feuille, ainsi que les autres feuilles présentes sur la table au moment de l'épreuve (en particulier toutes les feuilles de brouillon), sont à rendre impérativement à intérieur d'une copie double, sur la première page de laquelle figureront également vos nom, prénom, numéro étudiant, et signature.

Questions de cours (3 points). *À rédiger sur la copie double.*

- Écrire la formule du binôme, en précisant la valeur des coefficients à l'aide de factorielles.
- Énoncer l'axiome fondamental dans $\mathbb{R}$ qui n'est pas vrai dans $\mathbb{Q}$, en précisant ce qu'est une borne supérieure pour une partie A de $\mathbb{R}$.
- Donner la caractérisation des intervalles de $\mathbb{R}$, sans énumérer les différents types d'intervalles.

Exercice (3 points). *À rédiger sur la copie double. Il est inutile de recopier l'énoncé. Toute réponse doit être justifiée.*
Déterminer l'ensemble A des nombres réels x tels que $x^3 > x$, puis l'ensemble des minorants de A et l'ensemble des majorants de A. L'ensemble A est-il un intervalle ? L'ensemble A a-t-il une borne supérieure ? une borne inférieure ?

Questionnaire à choix multiples (9 points). *Entourer les bonnes réponses directement sur le verso de cette feuille. Il peut y avoir plusieurs bonnes réponses par question. Pour chaque question, le maximum (1,5 point) sera attribué si si toutes les bonnes réponses, et seulement elles, sont entourées ; une seule mauvaise réponse entraînera la note 0.*
L'usage de toute calculatrice est interdit. *Tournez la page S.V.P.*

Question 1. Le sous-ensemble $A = \{x \in \mathbb{R} ;\ x > 0 \text{ et } 2x^2 > 1\}$ de $\mathbb{R}$ admet :

(au moins) un majorant	une borne supérieure	un plus petit élément	(au moins) un minorant	une borne inférieure

Question 2. Le sous-ensemble $B = \{r \in \mathbb{Q} ;\ r > 0 \text{ et } 2r^2 > 1\}$ de $\mathbb{Q}$ admet :

(au moins) un majorant	une borne supérieure	un plus petit élément	(au moins) un minorant	une borne inférieure

Question 3. Soit $a = (1 - \sqrt{5})/2$.

$\frac{1}{a} < -2$	$\frac{1}{\lvert a\rvert} < 2$	$\frac{1}{\lvert a\rvert} \leq 2$	$E(\frac{1}{a}) = -1$	$E(\frac{1}{\lvert a\rvert}) = 1$

Question 4. Indiquer les égalités vraies pour tout $x \in \mathbb{R}$ parmi :

$\sqrt[3]{x^6} = x^2$	$\sqrt{x^6} = x^3$	$\sqrt{(x^2-1)^2} = x^2 - 1$	$\sqrt[3]{(x^2+1)^3} = x^2 + 1$	$\sqrt{(x^2+1)^3} = \sqrt[3]{(x^2+1)^2}$

Question 5. Indiquer les inégalités vraies pour tous $x \in [-1, 2]$, $y \in [5, 8]$, parmi :

$\lvert x+y\rvert \leq 10$	$\lvert y-x\rvert \leq 6$	$\lvert y-x\rvert \geq 3$	$\frac{1}{x+y} \geq \frac{1}{10}$	$\frac{1}{x-y} \leq -\frac{1}{3}$

Question 6. Indiquer les inégalités vraies pour tout $x \in [-1, 1]$ parmi :

$\frac{x^2}{x^2+1} \geq \frac{\lvert x\rvert^3}{2x^2+1}$	$\frac{x^2}{x^2+1} \leq \lvert x\rvert$	$\frac{x^2}{x^2+1} \leq x$	$\frac{x^2}{x^2+1} > x$	$\frac{x^2}{x^2+1} > \lvert x\rvert$