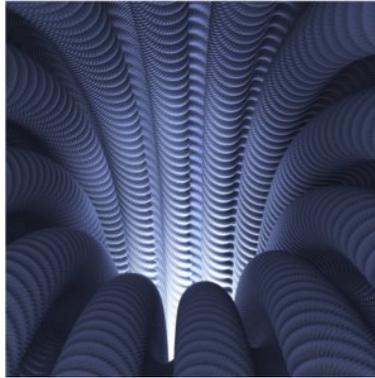


# Les trois défis

Vincent Borrelli

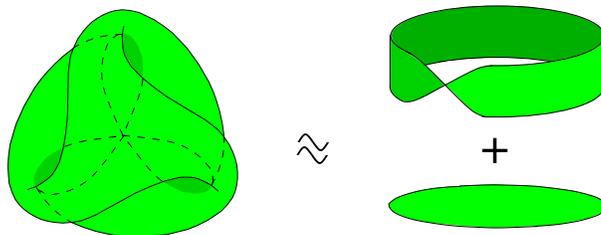


Avant d'être démontrés, les énoncés mathématiques sont d'abord pensés. Ils sont pressentis longtemps à l'avance par les spécialistes qui les jaugent, les explorent et les affinent. Au cours du temps, les images mentales forgées par les chercheurs deviennent de plus en plus précises et un nouveau panorama émerge qui finit par emporter l'adhésion par la force de sa cohérence. Vient ensuite le temps de la démonstration, plus ou moins long, et qui finit par élever l'intuition initiale au précieux statut de théorème. Une sorte de soulagement intellectuel s'opère alors : tout s'ordonne selon le plan naturel et attendu. Cependant, quelques rares énoncés mathématiques subissent un sort exactement inverse : jugés impossibles, incohérents ou contradictoires dès le départ, ils sont immédiatement dissipés et proscrits par la pensée... jusqu'au jour où leur incontournable existence s'impose à la raison. La situation est alors tout autre : ces théorèmes paradoxaux semblent mettre à terre l'édifice logique de la discipline et lancent un prodigieux défi à l'imagination. On s'intéressera dans cette conférence à trois d'entre eux : la surface de Boy, le retournement de la sphère et les tores plats.

## Synopsis

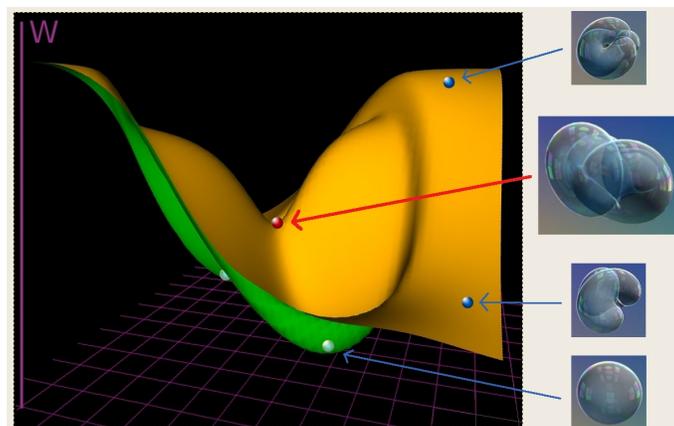
### Le défi à l'impossible de Werner Boy

1. L'ensemble des droites du plan se visualise comme un ruban de Möbius !
2. En revanche, l'ensemble des droites de l'espace semble rétif à toute visualisation
3. La question de Hilbert à son élève Boy
4. L'incroyable construction de Werner Boy
5. Voyage au coeur de la surface de Boy.
6. La surface de Boy vu avec les lunettes du topologue.



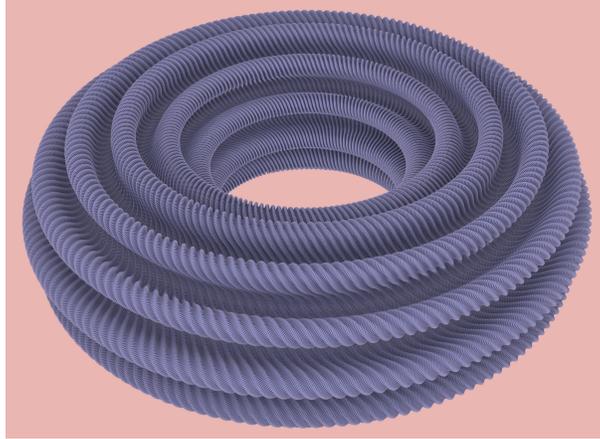
### Le défi à l'impossible de Stephan Smale

1. D'une surface à l'autre... en douceur !
2. Le paradoxe de Smale : le retournement de la sphère est possible.
3. Le défi de la visualisation : Bott, Shapiro, Thom et Morin
4. Un million de dollars grâce aux maths
5. La nouvelle vague : Thurston, Kusner, Francis et Sullivan
6. Le paradoxe de Smale chez les bulles de savon



### Le défi à l'impossible de John Nash

1. Ambrose *versus* Nash
2. Le monde de Pacman
3. Des longueurs malmenées
4. Une impossible conservation des longueurs
5. Le coup de théâtre de Nash
6. Corrugations !
7. Les images... 60 ans après.



Le mot de la fin

Laissé à Charles Alexandre de Calonne.

## Bibliographie



Images des mathématiques

Objet de math — Plan rouge — Géométrie et Topologie — Histoire et Épistémologie — 0 commentaire

### La bande que « tout le monde connaît »

Le 4 juin 2010, par Patrick Popescu-Pampu  
 Professeur, Université de la Sorbonne

Le bande dite « de MOBIUS » est l'un des rares objets mathématiques qui n'est pas inconnu du grand public. Son côté fascinant provient du fait qu'elle n'a qu'une seule face, ce qui donne lieu à des comportements étonnants lorsqu'on la déroule. Nous explorons dans cet article quelques unes de ses propriétés, nous parlons des travaux de Listing et de Möbius dans lesquels elle apparaît pour la première fois dans les années 1800 et enfin nous soulignons comment elle permet d'illustrer quelques concepts essentiels de la géométrie contemporaine.

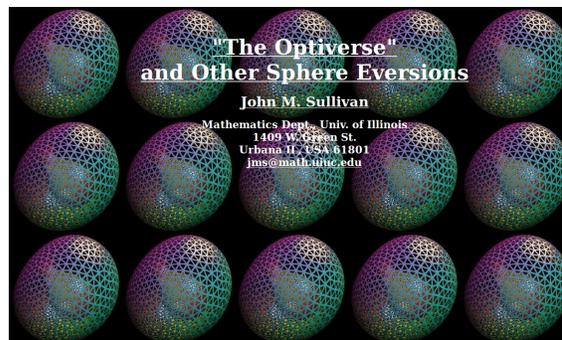
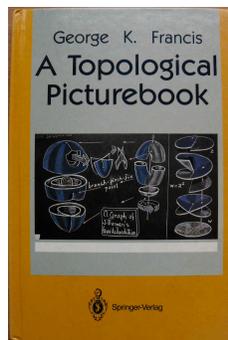
**Construction**

Si on se donne un rectangle, la bande de Möbius, appelée aussi ruban de Möbius, est déjà un objet bien connu, du moins dans la communauté mathématique. En effet, voici comment Henri Poincaré décrirait sa construction en 1901 [1].

Tout le monde connaît l'exercice de surface unitaire que l'on obtient en pliant un rectangle de papier ABCD selon les côtés opposés soit AB et CD et soit DA d'une part, et en collant ensuite ensemble les côtés AB et CD de façon que A soit collé avec C et B avec D.

Pour faire concrètement l'opération décrite par Poincaré, il est conseillé de bloquer selon la longueur dans une feuille de papier A4 un rectangle d'une largeur d'au plus 2 cm, les petits côtés étant AB et CD. Ensuite, on recourbe le rectangle en rapprochant les petits côtés, tout en le faisant afin de faire se rejoindre le point A du point C et le point B du point D. Un peu de soignée fera le bande! Voici quelques étapes de ce processus de construction:

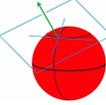
Source: les instructions de Poincaré



**Images des mathématiques**  
Navigation Recherche Liens Dans Spécialisation

---

**Le h-principe de Misha Gromov**  
Le 25 juin 2009, par [Michèle Audin](#) et [Pierre Pansu](#)



**D**ANS cet article, nous allons d'illustrer et d'expliquer une des belles idées de Gromov, le h-principe. Le « h » est la première lettre [1] du mot homotopie, une notion précise de ce que nous appellerons ci-après plus simplement « déformation ». Cet article s'inscrit dans la série de ceux qu'Images des Mathématiques a déjà consacré à Misha Gromov, et fait suite au précédent qui traite sur le thème de l'un des auteurs.

Il commence bleu (comme l'élastique), continue rouge (comme le ballon), devient noir sur le h-principe, et il est franchement hors piste dans les notes de bas de page de cette partie.

---

**Enroulements plans**

Pour présenter l'idée du h-principe, nous commençons par l'exemple le plus simple auquel il s'applique, celui des courbes dans le plan.

Prenez un élastique dans le bras, jouez-le sur votre bureau, il prend la forme de la lettre O. Étirez-le pour lui donner la forme de chiffre 0, puis d'un huiton. Les deux bosses de huiton peuvent même se rejoindre et se transformer (comme sur la figure 1).



Figure 1

