

Analyse et simulation d'un modèle prenant en compte l'apparition/disparition de phase

Application à la migration de gaz dans un stockage géologique de déchet nucléaire

F. Smaï¹, A. Bourgeat¹, M. Jurak²

¹ Institut Camille Jordan, UMR 5208 du CNRS

² Department of mathematics, University of Zagreb, Croatia

4 Septembre 2008



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

- ▶ Production d'hydrogène dans le stockage

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Contexte

- ▶ Production d'hydrogène dans le stockage
- ▶ Problème de l'apparition/disparition de la phase gazeuse

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

- ▶ Production d'hydrogène dans le stockage
- ▶ Problème de l'apparition/disparition de la phase gazeuse
 - ▶ 2 types d'écoulement : saturé (liquide) et insaturé (liquide/gaz)

- ▶ Production d'hydrogène dans le stockage
- ▶ Problème de l'apparition/disparition de la phase gazeuse
 - ▶ 2 types d'écoulement : saturé (liquide) et insaturé (liquide/gaz)
- ▶ Formulation globale saturé/insaturé ?

Outline

Écoulement diphasique insaturé

Hypothèses physiques du modèle
Equations de l'écoulement insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un modèle saturé/insaturé

Choix de variables adéquates
Formulation en (p_l, X)

Analyse et simulation

Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement diphasique insaturé

Hypothèses physiques du modèle

- ▶ 2 phases : liquide (incompressible) et gaz (compressible)

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Hypothèses physiques
du modèle

Equations de
l'écoulement insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement diphasique insaturé

Hypothèses physiques du modèle

- ▶ 2 phases : liquide (incompressible) et gaz (compressible)
- ▶ 2 composants : eau et hydrogène

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Hypothèses physiques
du modèle

Equations de
l'écoulement insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement diphasique insaturé

Hypothèses physiques du modèle

- ▶ 2 phases : liquide (incompressible) et gaz (compressible)
- ▶ 2 composants : eau et hydrogène
- ▶ Conservation de la masse pour chaque composant

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Hypothèses physiques
du modèle

Equations de
l'écoulement insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement diphasique insaturé

Hypothèses physiques du modèle

- ▶ 2 phases : liquide (incompressible) et gaz (compressible)
- ▶ 2 composants : eau et hydrogène
- ▶ Conservation de la masse pour chaque composant
- ▶ Loi de Darcy généralisée pour chaque phase

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Hypothèses physiques
du modèle

Equations de
l'écoulement insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement diphasique insaturé

Hypothèses physiques du modèle

- ▶ 2 phases : liquide (incompressible) et gaz (compressible)
- ▶ 2 composants : eau et hydrogène
- ▶ Conservation de la masse pour chaque composant
- ▶ Loi de Darcy généralisée pour chaque phase
- ▶ Diffusion de l'hydrogène dissout dans le liquide

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Hypothèses physiques
du modèle

Equations de
l'écoulement insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement diphasique insaturé

Hypothèses physiques du modèle

- ▶ 2 phases : liquide (incompressible) et gaz (compressible)
- ▶ 2 composants : eau et hydrogène
- ▶ Conservation de la masse pour chaque composant
- ▶ Loi de Darcy généralisée pour chaque phase
- ▶ Diffusion de l'hydrogène dissout dans le liquide
- ▶ Loi de pression capillaire : $p_g - p_l = p_c(S_g)$

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Hypothèses physiques
du modèle

Equations de
l'écoulement insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement diphasique insaturé

Hypothèses physiques du modèle

- ▶ 2 phases : liquide (incompressible) et gaz (compressible)
- ▶ 2 composants : eau et hydrogène
- ▶ Conservation de la masse pour chaque composant
- ▶ Loi de Darcy généralisée pour chaque phase
- ▶ Diffusion de l'hydrogène dissout dans le liquide
- ▶ Loi de pression capillaire : $p_g - p_l = p_c(S_g)$
- ▶ Équilibre thermodynamique entre la solution liquide et le mélange gazeux (lois de Henry et de Raoult)

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Hypothèses physiques
du modèle

Equations de
l'écoulement insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement diphasique insaturé

Hypothèses physiques du modèle

- ▶ 2 phases : liquide (incompressible) et gaz (compressible)
- ▶ 2 composants : eau et hydrogène
- ▶ Conservation de la masse pour chaque composant
- ▶ Loi de Darcy généralisée pour chaque phase
- ▶ Diffusion de l'hydrogène dissout dans le liquide
- ▶ Loi de pression capillaire : $p_g - p_l = p_c(S_g)$
- ▶ Equilibre thermodynamique entre la solution liquide et le mélange gazeux (lois de Henry et de Raoult)
- ▶ Loi des gaz parfaits

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Hypothèses physiques
du modèle

Equations de
l'écoulement insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Ecoulement diphasique insaturé

Hypothèses physiques du modèle

- ▶ 2 phases : liquide (incompressible) et gaz (compressible)
- ▶ 2 composants : eau et hydrogène
- ▶ Conservation de la masse pour chaque composant
- ▶ Loi de Darcy généralisée pour chaque phase
- ▶ Diffusion de l'hydrogène dissout dans le liquide
- ▶ Loi de pression capillaire : $p_g - p_l = p_c(S_g)$
- ▶ Equilibre thermodynamique entre la solution liquide et le mélange gazeux (lois de Henry et de Raoult)
- ▶ Loi des gaz parfaits
- ▶ Ecoulement isotherme

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Ecoulement diphasique
insaturé

Hypothèses physiques
du modèle

Equations de
l'écoulement insaturé

Ecoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Ecoulement diphasique insaturé

Hypothèses physiques du modèle

- ▶ 2 phases : liquide (incompressible) et gaz (compressible)
- ▶ 2 composants : eau et hydrogène
- ▶ Conservation de la masse pour chaque composant
- ▶ Loi de Darcy généralisée pour chaque phase
- ▶ Diffusion de l'hydrogène dissout dans le liquide
- ▶ Loi de pression capillaire : $p_g - p_l = p_c(S_g)$
- ▶ Equilibre thermodynamique entre la solution liquide et le mélange gazeux (lois de Henry et de Raoult)
- ▶ Loi des gaz parfaits
- ▶ Ecoulement isotherme
- ▶ Hypothèse supplémentaire : pas de vapeur d'eau

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Ecoulement diphasique
insaturé

Hypothèses physiques
du modèle

Equations de
l'écoulement insaturé

Ecoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement diphasique insaturé

Equations de l'écoulement insaturé

L'écoulement insaturé est décrit par :

$$\Phi \frac{\partial S_l}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\mathbf{q}_l - \frac{1}{G} \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std}$$

$$\Phi \frac{\partial}{\partial t} (C_h S_l p_g + C_v p_g S_g) + \operatorname{div} (C_h p_g \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g + \mathbf{J}) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std}$$

avec pour jeux de variables usuels (p_l, S_l) ou (p_l, p_g) .

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Hypothèses physiques
du modèle

Equations de
l'écoulement insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement diphasique insaturé

Equations de l'écoulement insaturé

L'écoulement insaturé est décrit par :

$$\Phi \frac{\partial S_l}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\mathbf{q}_l - \frac{1}{G} \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std}$$

$$\Phi \frac{\partial}{\partial t} (C_h S_l p_g + C_v p_g S_g) + \operatorname{div} (C_h p_g \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g + \mathbf{J}) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std}$$

avec pour jeux de variables usuels (p_l, S_l) ou (p_l, p_g) .

Où on note les flux :

$$\mathbf{q}_l = -\mathbb{K} \frac{kr_l}{\mu_l} (\nabla p_l - (\rho_l^{std} + C_h \rho_g^{std} p_g) \mathbf{g}),$$

$$\mathbf{q}_g = -\mathbb{K} \frac{kr_g}{\mu_g} (\nabla p_g - C_v \rho_g^{std} p_g \mathbf{g}),$$

$$\mathbf{J} = -\frac{\Phi S_l F}{C_h p_g + F} D_l^h C_h \nabla p_g,$$

Ecoulement diphasique insaturé

Equations de l'écoulement insaturé

L'écoulement insaturé est décrit par :

$$\Phi \frac{\partial S_l}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\mathbf{q}_l - \frac{1}{G} \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std}$$

$$\Phi \frac{\partial}{\partial t} (C_h S_l p_g + C_v p_g S_g) + \operatorname{div} (C_h p_g \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g + \mathbf{J}) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std}$$

avec pour jeux de variables usuels (p_l, S_l) ou (p_l, p_g) .

Où on note les flux :

$$\mathbf{q}_l = -\mathbb{K} \frac{kr_l}{\mu_l} (\nabla p_l - (\rho_l^{std} + C_h \rho_g^{std} p_g) \mathbf{g}),$$

$$\mathbf{q}_g = -\mathbb{K} \frac{kr_g}{\mu_g} (\nabla p_g - C_v \rho_g^{std} p_g \mathbf{g}),$$

$$\mathbf{J} = -\frac{\Phi S_l F}{C_h p_g + F} D_l^h C_h \nabla p_g,$$

et les constantes :

$$C_h = \frac{H(T) M^h}{\rho_g^{std}}, \quad C_v = \frac{M^h}{RT \rho_g^{std}}, \quad G = \frac{\rho_l^{std}}{\rho_g^{std}}, \quad F = \frac{M^h \rho_l^{std}}{M^w \rho_g^{std}}.$$

Écoulement saturé

- ▶ Écoulement saturé en liquide : $S_l \equiv 1$ et p_g non défini

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement saturé

- ▶ Écoulement saturé en liquide : $S_l \equiv 1$ et p_g non défini
 - ▶ Loi de Darcy classique pour l'écoulement du liquide (eau + hydrogène dissout)

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement saturé

- ▶ Écoulement saturé en liquide : $S_l \equiv 1$ et p_g non défini
 - ▶ Loi de Darcy classique pour l'écoulement du liquide (eau + hydrogène dissout)
 - ▶ Transport de l'hydrogène dissout par diffusion/convection

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smāi, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Écoulement saturé

- ▶ Écoulement saturé en liquide : $S_l \equiv 1$ et p_g non défini
 - ▶ Loi de Darcy classique pour l'écoulement du liquide (eau + hydrogène dissout)
 - ▶ Transport de l'hydrogène dissout par diffusion/convection
- ▶ On note $R_s = \frac{\rho_l^h}{\rho_g^{std}}$, l'écoulement (saturé) de la solution (eau + hydrogène dissout) est décrit par :

$$\operatorname{div} \left(\mathbf{q}_l - \frac{1}{G} \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std}$$
$$\Phi \frac{\partial R_s}{\partial t} + \operatorname{div} \left(R_s \mathbf{q}_l + \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std}$$

Ecoulement saturé

- ▶ Ecoulement saturé en liquide : $S_l \equiv 1$ et p_g non défini
 - ▶ Loi de Darcy classique pour l'écoulement du liquide (eau + hydrogène dissout)
 - ▶ Transport de l'hydrogène dissout par diffusion/convection
- ▶ On note $R_s = \frac{\rho_l^h}{\rho_g^{std}}$, l'écoulement (saturé) de la solution (eau + hydrogène dissout) est décrit par :

$$\operatorname{div} \left(\mathbf{q}_l - \frac{1}{G} \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std}$$
$$\Phi \frac{\partial R_s}{\partial t} + \operatorname{div} \left(R_s \mathbf{q}_l + \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std}$$

- ▶ Variables usuelles : (p_l, R_s)

Ecoulement saturé

- ▶ Ecoulement saturé en liquide : $S_l \equiv 1$ et p_g non défini
 - ▶ Loi de Darcy classique pour l'écoulement du liquide (eau + hydrogène dissout)
 - ▶ Transport de l'hydrogène dissout par diffusion/convection
- ▶ On note $R_s = \frac{\rho_l^h}{\rho_g^{std}}$, l'écoulement (saturé) de la solution (eau + hydrogène dissout) est décrit par :

$$\operatorname{div} \left(\mathbf{q}_l - \frac{1}{G} \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std}$$
$$\Phi \frac{\partial R_s}{\partial t} + \operatorname{div} \left(R_s \mathbf{q}_l + \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std}$$

- ▶ Variables usuelles : (p_l, R_s)

Comment décrire de manière globale les écoulements insaturé et saturé ?

Construction d'un modèle saturé/insaturé

Choix de variables adéquates

- ▶ Choix classiques de variables

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

**Choix de variables
adéquates**

Formulation en
(p_l, X)

Analyse et simulation

Construction d'un modèle saturé/insaturé

Choix de variables adéquates

- ▶ Choix classiques de variables
 - ▶ insaturé : pression/pression ou pression/saturation

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

**Choix de variables
adéquates**

Formulation en
(p_l, X)

Analyse et simulation

Construction d'un modèle saturé/insaturé

Choix de variables adéquates

- ▶ Choix classiques de variables
 - ▶ insaturé : pression/pression ou pression/saturation
 - ▶ saturé : pression/concentration

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

**Choix de variables
adéquates**

Formulation en
(p_l, X)

Analyse et simulation

Construction d'un modèle saturé/insaturé

Choix de variables adéquates

- ▶ Choix classiques de variables
 - ▶ insaturé : pression/pression ou pression/saturation
 - ▶ saturé : pression/concentration
- ▶ Introduction d'une nouvelle variable

$$X = R_s S_l + C_v p_g S_g$$

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Choix de variables
adéquates

Formulation en
(p_l, X)

Analyse et simulation

Construction d'un modèle saturé/insaturé

Choix de variables adéquates

- ▶ Choix classiques de variables
 - ▶ insaturé : pression/pression ou pression/saturation
 - ▶ saturé : pression/concentration
- ▶ Introduction d'une nouvelle variable

$$X = R_s S_l + C_v p_g S_g$$

- ▶ (p_l, X) est bien défini dans les 2 régimes (saturé/insaturé)

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Choix de variables
adéquates

Formulation en
 (p_l, X)

Analyse et simulation

Construction d'un modèle saturé/insaturé

Choix de variables adéquates

- ▶ Choix classiques de variables
 - ▶ insaturé : pression/pression ou pression/saturation
 - ▶ saturé : pression/concentration
- ▶ Introduction d'une nouvelle variable

$$X = R_s S_l + C_v p_g S_g$$

- ▶ (p_l, X) est bien défini dans les 2 régimes (saturé/insaturé)
- ▶ Caractérisation des régimes insaturé : $X > C_h(p_l + p_c(0))$
saturé : $X \leq C_h(p_l + p_c(0))$

Construction d'un modèle saturé/insaturé

Choix de variables adéquates

- ▶ Choix classiques de variables
 - ▶ insaturé : pression/pression ou pression/saturation
 - ▶ saturé : pression/concentration
- ▶ Introduction d'une nouvelle variable

$$X = R_s S_l + C_v p_g S_g$$

- ▶ (p_l, X) est bien défini dans les 2 régimes (saturé/insaturé)
- ▶ Caractérisation des régimes insaturé : $X > C_h(p_l + p_c(0))$

$$\begin{aligned} \text{saturé : } X &\leq C_h(p_l + p_c(0)) \\ X &\equiv R_s \end{aligned}$$

Construction d'un modèle saturé/insaturé

Choix de variables adéquates

Insaturé :

variables usuelles
(p_l, S_l) et (p_l, p_g)

$$\Phi \frac{\partial S_l}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\mathbf{q}_l - \frac{1}{G} \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std}$$

$$\Phi \frac{\partial X}{\partial t} + \operatorname{div} \left(R_s \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g + \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std}$$

Saturé :

variables usuelles
(p_l, R_s)

$$\operatorname{div} \left(\mathbf{q}_l - \frac{1}{G} \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std}$$

$$\Phi \frac{\partial R_s}{\partial t} + \operatorname{div} \left(R_s \mathbf{q}_l + \mathbf{J} \right) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std}$$

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smāi, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Choix de variables
adéquates

Formulation en
(p_l, X)

Analyse et simulation

Construction d'un modèle saturé/insaturé

Formulation en (p_l, X)

- L'écoulement saturé/insaturé peut être décrit dans le jeu de variables (p_l, X) par un seul couple d'équations :

$$\Phi \frac{\partial}{\partial t} (X - GS_g) + \operatorname{div} \left((G + R_s) \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g \right) = G \frac{\mathcal{F}^w}{\rho_l^{std}} + \frac{\mathcal{F}^h}{\rho_g^{std}}$$
$$\Phi \frac{\partial X}{\partial t} + \operatorname{div} \left(R_s \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g + \mathbf{J} \right) = \frac{\mathcal{F}^h}{\rho_g^{std}}$$

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Choix de variables
adéquates

Formulation en
 (p_l, X)

Analyse et simulation

Construction d'un modèle saturé/insaturé

Formulation en (p_l, X)

- L'écoulement saturé/insaturé peut être décrit dans le jeu de variables (p_l, X) par un seul couple d'équations :

$$\Phi \frac{\partial}{\partial t} (X - GS_g) + \operatorname{div} \left((G + R_s) \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g \right) = G \frac{\mathcal{F}^w}{\rho_l^{std}} + \frac{\mathcal{F}^h}{\rho_g^{std}}$$
$$\Phi \frac{\partial X}{\partial t} + \operatorname{div} \left(R_s \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g + \mathbf{J} \right) = \frac{\mathcal{F}^h}{\rho_g^{std}}$$

- La 1^{ère} équation est parabolique/elliptique en p_l ,
la 2^{nde} équation est parabolique en X .

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Choix de variables
adéquates

Formulation en
 (p_l, X)

Analyse et simulation

Analyse et simulation

Existence de solutions

- ▶ On considère la formulation simplifiée :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi \frac{\partial S_l}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{q}_l + \mathbf{0}) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std} \\ \Phi \frac{\partial X}{\partial t} + \operatorname{div}(R_s \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g + \mathbf{J}) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std} \end{array} \right.$$

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smāi, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Existence de solutions

- ▶ On considère la formulation simplifiée :

$$\begin{cases} \Phi \frac{\partial S_l}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{q}_l + \mathbf{0}) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std} \\ \Phi \frac{\partial X}{\partial t} + \operatorname{div}(R_s \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g + \mathbf{J}) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std} \end{cases}$$

- ▶ On peut montrer le résultat d'existence suivant :

Analyse et simulation

Existence de solutions

- ▶ On considère la formulation simplifiée :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi \frac{\partial S_l}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{q}_l + \mathbf{0}) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std} \\ \Phi \frac{\partial X}{\partial t} + \operatorname{div}(R_s \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g + \mathbf{J}) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std} \end{array} \right.$$

- ▶ On peut montrer le résultat d'existence suivant :

En supposant $r_{min} \leq R_s \leq r_{max}$ et $p_l \geq 0$,
il existe alors une solution faible à la formulation simplifiée pour
des conditions initiales et de Dirichlet suffisamment régulières.

Analyse et simulation

Existence de solutions

- ▶ On considère la formulation simplifiée :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi \frac{\partial S_l}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{q}_l + \mathbf{0}) = \mathcal{F}^w / \rho_l^{std} \\ \Phi \frac{\partial X}{\partial t} + \operatorname{div}(R_s \mathbf{q}_l + C_v p_g \mathbf{q}_g + \mathbf{J}) = \mathcal{F}^h / \rho_g^{std} \end{array} \right.$$

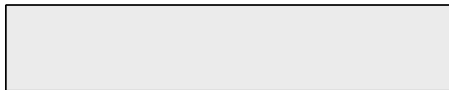
- ▶ On peut montrer le résultat d'existence suivant :

En supposant $r_{min} \leq R_s \leq r_{max}$ et $p_l \geq 0$,
il existe alors une solution faible à la formulation simplifiée pour
des conditions initiales et de Dirichlet suffisamment régulières.

- ▶ Un changement de variables bien choisi permet d'appliquer le théorème de Alt et Luckhaus pour démontrer l'existence.

Analyse et simulation

Test numérique : une configuration simple



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : une configuration simple

$$\phi^w \cdot \mathbf{n} = 0$$

$$\phi^h \cdot \mathbf{n} = 0$$

$$\phi^w \cdot \mathbf{n} = 0$$

$$\phi^h \cdot \mathbf{n} = Q_{in}^h$$



$$X = X_{out}$$

$$p_l = p_{l,out}$$

$$\phi^w \cdot \mathbf{n} = 0$$

$$\phi^h \cdot \mathbf{n} = 0$$



► Conditions limites :

- Injection de gaz pur à gauche
- Condition d'imperméabilité en haut et en bas
- Eau pure ($X_{out} = 0$) à pression fixée à droite

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description

mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : une configuration simple

$$\phi^w \cdot \mathbf{n} = 0$$

$$\phi^h \cdot \mathbf{n} = 0$$

$$\phi^w \cdot \mathbf{n} = 0$$

$$\phi^h \cdot \mathbf{n} = Q_{in}^h$$



$$X = X_{out}$$

$$p_l = p_{l,out}$$

$$\phi^w \cdot \mathbf{n} = 0$$

$$\phi^h \cdot \mathbf{n} = 0$$



- ▶ Conditions limites :
 - ▶ Injection de gaz pur à gauche
 - ▶ Condition d'imperméabilité en haut et en bas
 - ▶ Eau pure ($X_{out} = 0$) à pression fixée à droite
- ▶ Conditions initiales :
état stationnaire sans injection ($Q_{in}^h = 0$)

Analyse et simulation

Test numérique : une configuration simple

- Modèle de van Genuchten-Mualem pour la pression capillaire et les perméabilités relatives
- Température fixée à $T = 303 K$

Caractéristiques de la roche			Caractéristiques des fluides		
Paramètre	Valeur		Paramètre	Valeur	
k	$5 \cdot 10^{-20}$	m^2	D_l^h	$3 \cdot 10^{-9}$	m^2/s
Φ	0.15	(-)	μ_l	$1 \cdot 10^{-3}$	$Pa.s$
P_r	$2 \cdot 10^6$	Pa	μ_g	$9 \cdot 10^{-6}$	$Pa.s$
n	1.49	(-)	$H(T = 303K)$	$7.65 \cdot 10^{-6}$	$mol/Pa/m^3$
S_{lr}	0.4	(-)	M_l	10^{-2}	kg/mol
S_{gr}	0	(-)	M_g	$2 \cdot 10^{-3}$	kg/mol
			ρ_l^{std}	10^3	kg/m^3
			ρ_g^{std}	$8 \cdot 10^{-2}$	kg/m^3

Paramètre	Valeur	
L_x	200	m
L_y	20	m
Q^h	$1.5 \cdot 10^{-5}$	m/ans
$p_{l,out}$	10^6	Pa
T_{simul}	$5 \cdot 10^5$	ans

Analyse et simulation

Test numérique : mise en oeuvre

- ▶ Discrétisation implicite en temps du système d'edp en espace/temps

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : mise en oeuvre

- ▶ Discrétisation implicite en temps du système d'edp en espace/temps
- ▶ Itération de Newton pour les non linéarités du système d'edp en espace

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description

mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : mise en oeuvre

- ▶ Discrétisation implicite en temps du système d'edp en espace/temps
- ▶ Itération de Newton pour les non linéarités du système d'edp en espace
- ▶ Discrétisation spatiale des edp linéaires par un schéma EFMH

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique
description

mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : mise en oeuvre

- ▶ Discrétisation implicite en temps du système d'edp en espace/temps
- ▶ Itération de Newton pour les non linéarités du système d'edp en espace
- ▶ Discrétisation spatiale des edp linéaires par un schéma EFMH
- ▶ Méthode de Gauss-Seidel par blocs pour résoudre les 2 systèmes linéaires couplés

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique
description

mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : mise en oeuvre

- ▶ Discrétisation implicite en temps du système d'edp en espace/temps
- ▶ Itération de Newton pour les non linéarités du système d'edp en espace
- ▶ Discrétisation spatiale des edp linéaires par un schéma EFMH
- ▶ Méthode de Gauss-Seidel par blocs pour résoudre les 2 systèmes linéaires couplés
- ▶ Méthode du bi-gradient conjugué stabilisé pour l'inversion de chaque bloc

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description

mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : mise en oeuvre

- ▶ Discrétisation implicite en temps du système d'edp en espace/temps
- ▶ Itération de Newton pour les non linéarités du système d'edp en espace
- ▶ Discrétisation spatiale des edp linéaires par un schéma EFMH
- ▶ Méthode de Gauss-Seidel par blocs pour résoudre les 2 systèmes linéaires couplés
- ▶ Méthode du bi-gradient conjugué stabilisé pour l'inversion de chaque bloc
- ▶ Implémentation de la méthode dans le logiciel Cast3m

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

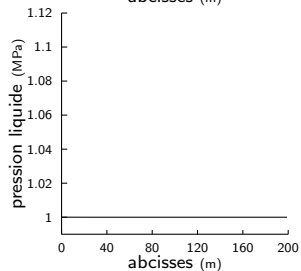
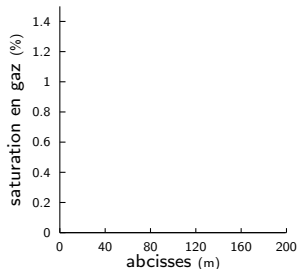
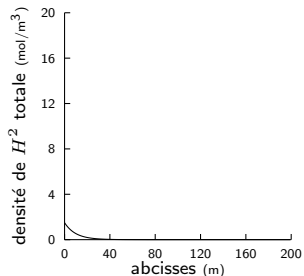
Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description

mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

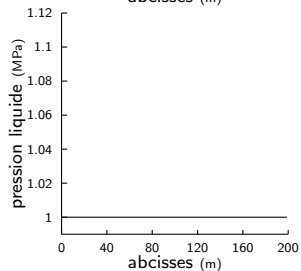
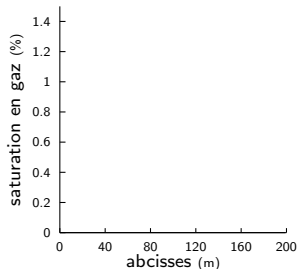
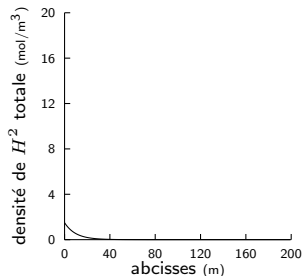
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

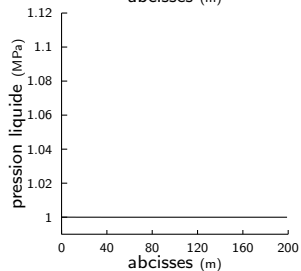
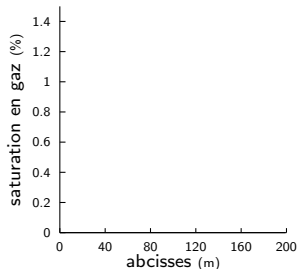
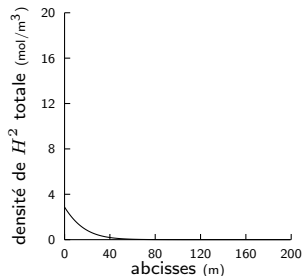
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

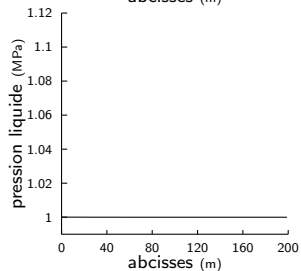
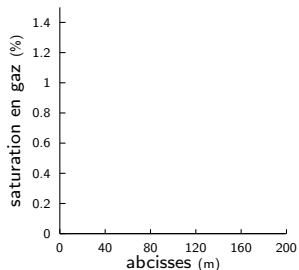
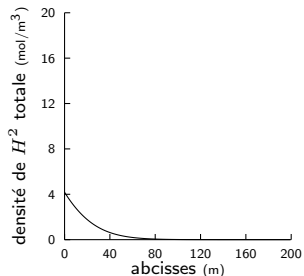
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

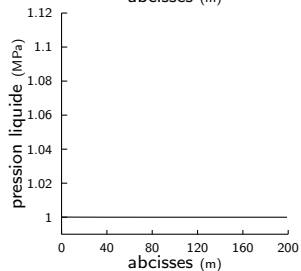
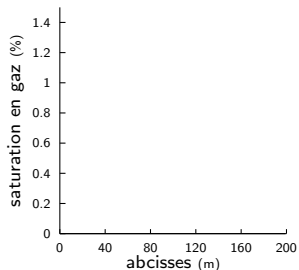
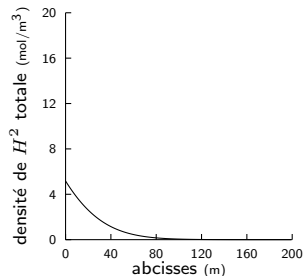
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

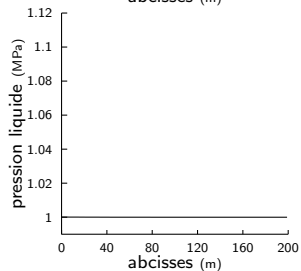
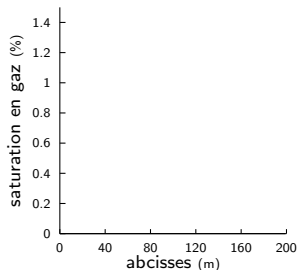
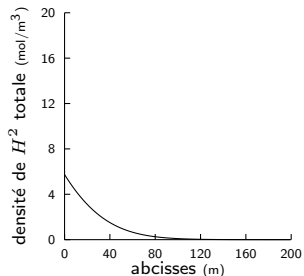
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

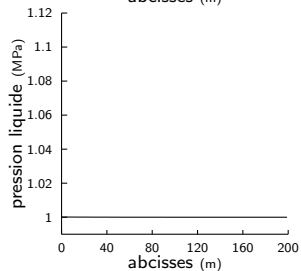
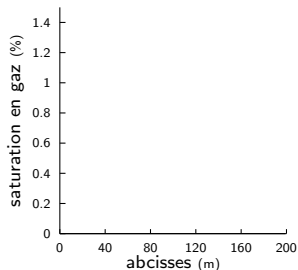
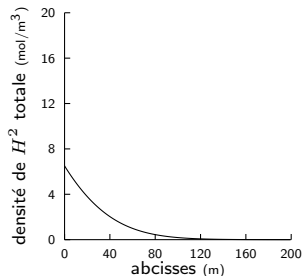
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

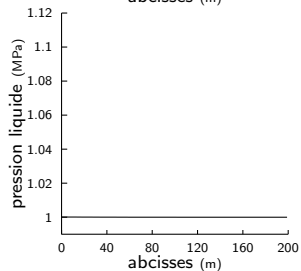
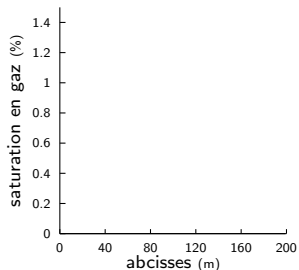
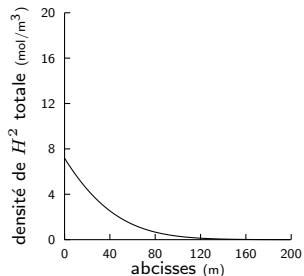
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

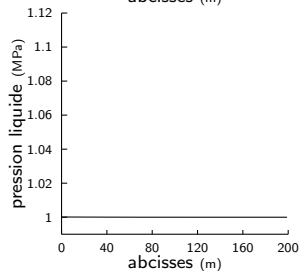
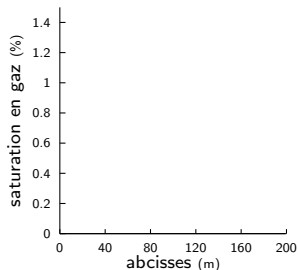
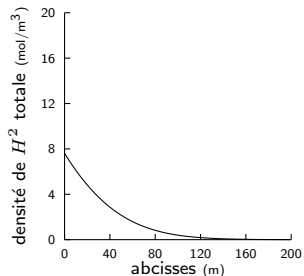
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

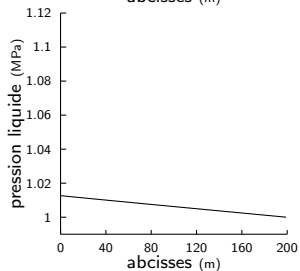
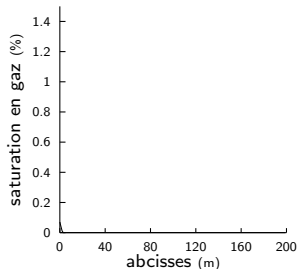
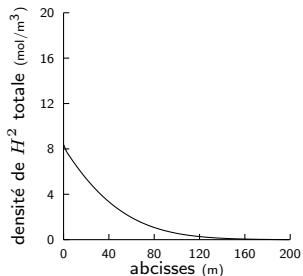
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

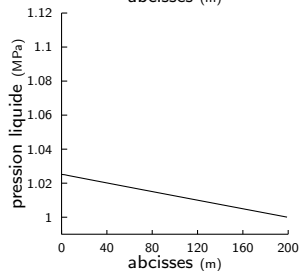
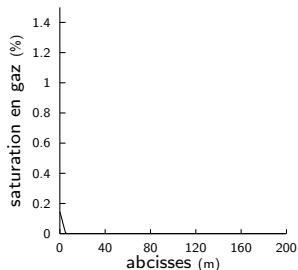
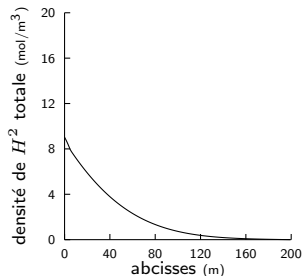
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

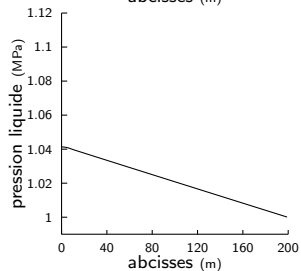
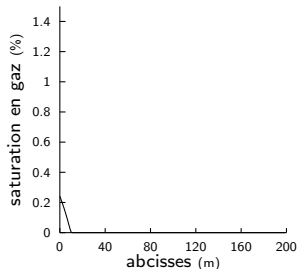
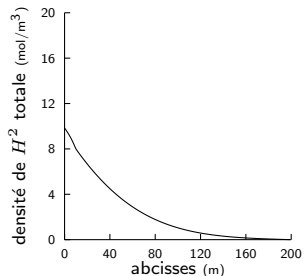
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

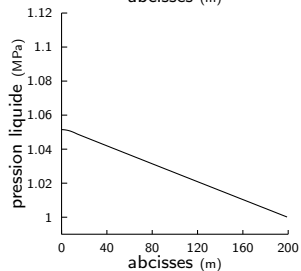
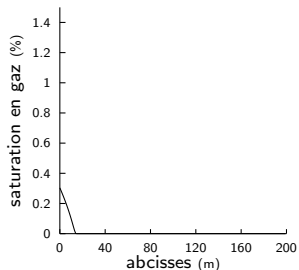
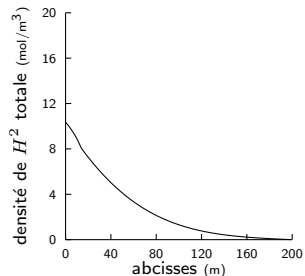
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

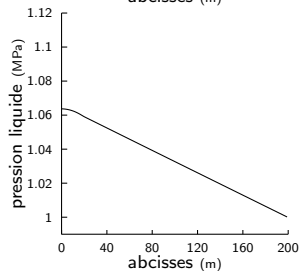
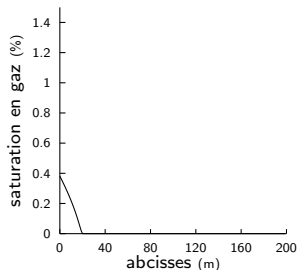
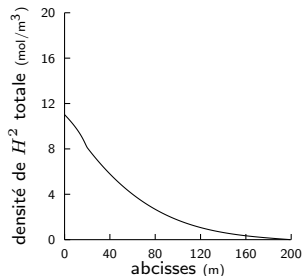
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

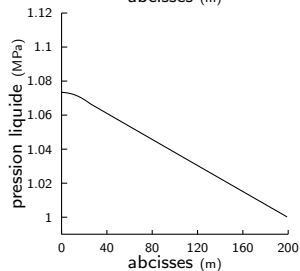
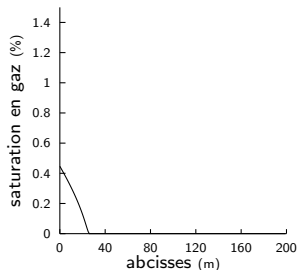
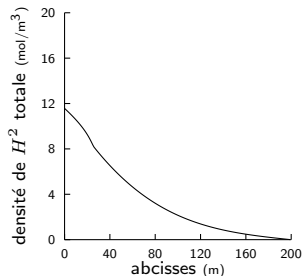
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

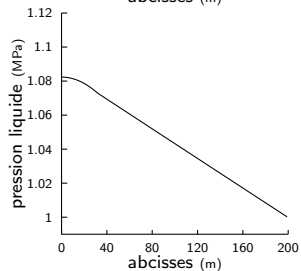
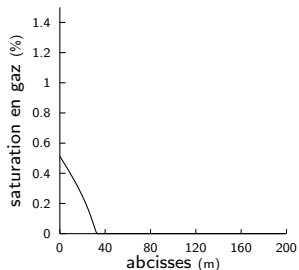
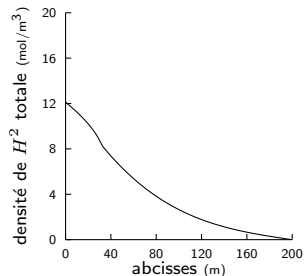
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

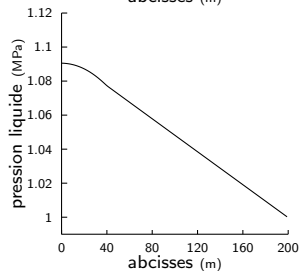
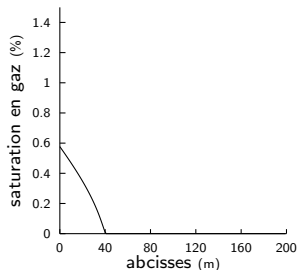
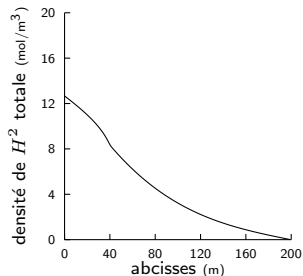
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

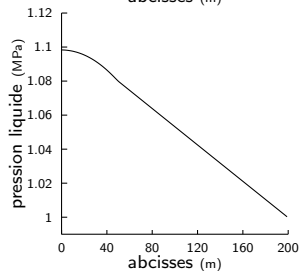
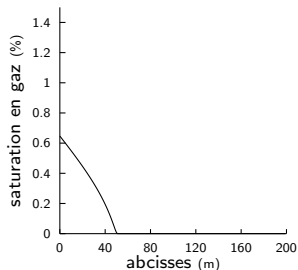
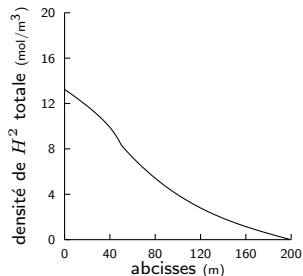
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

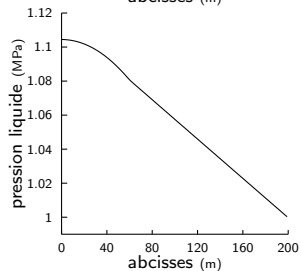
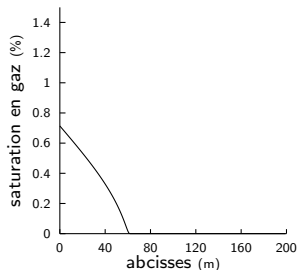
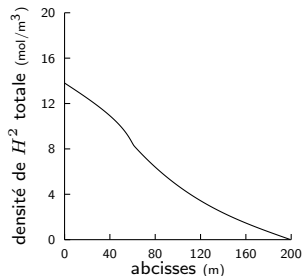
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

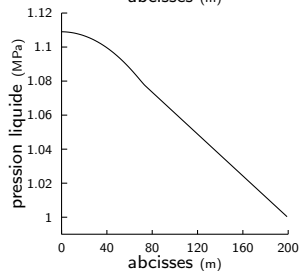
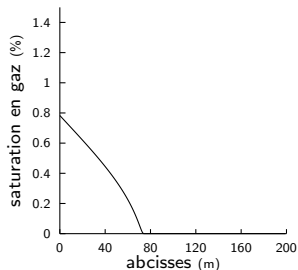
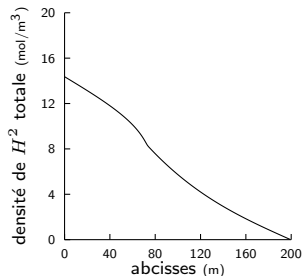
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

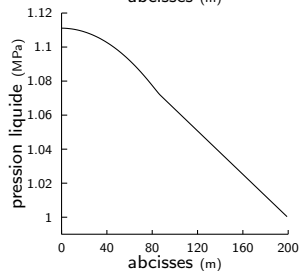
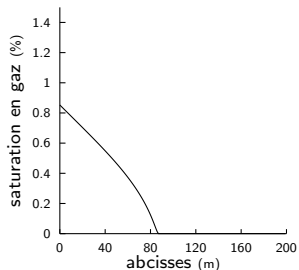
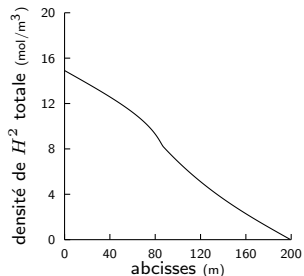
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

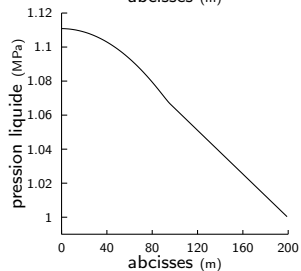
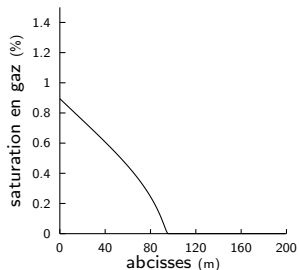
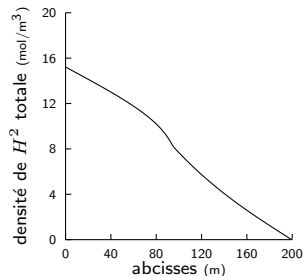
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

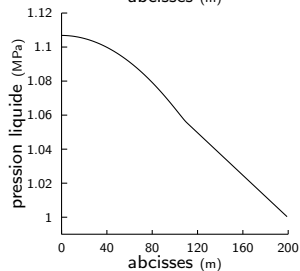
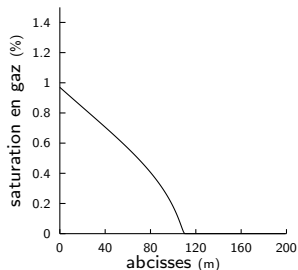
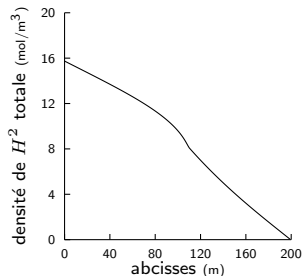
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Existence de solutions

Test numérique

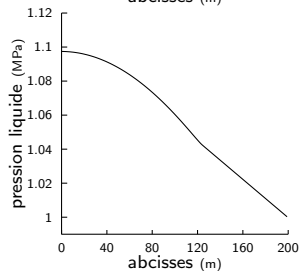
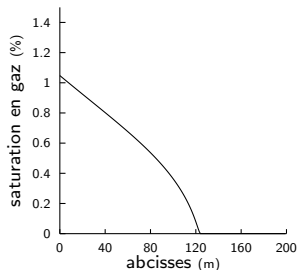
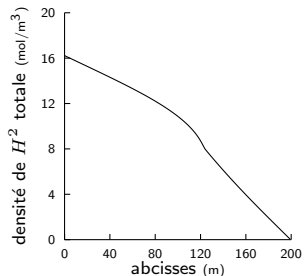
description

mise en oeuvre

résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

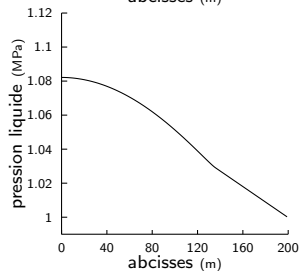
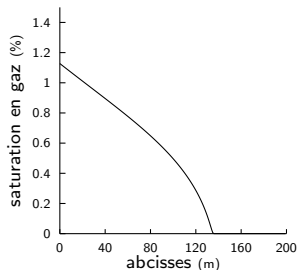
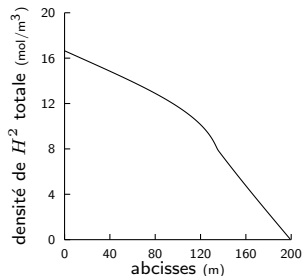
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

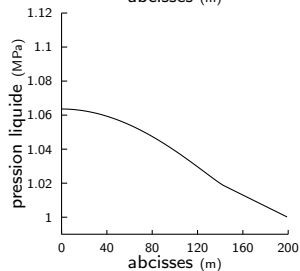
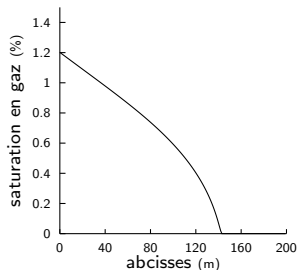
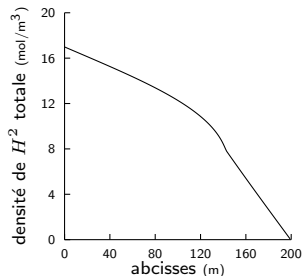
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

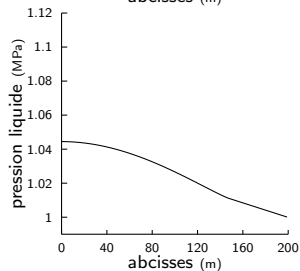
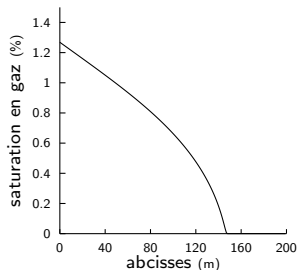
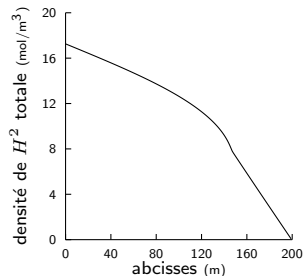
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

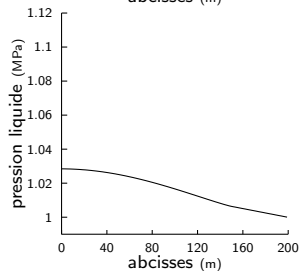
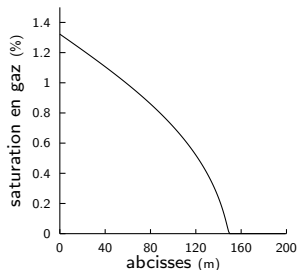
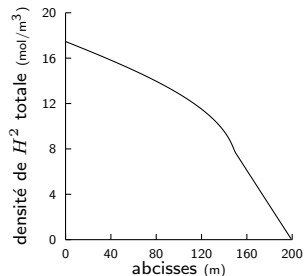
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

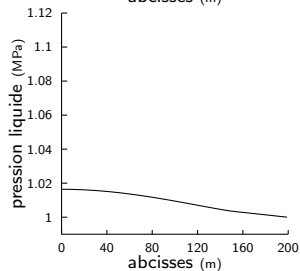
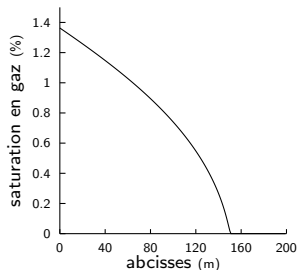
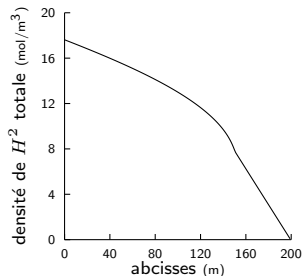
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

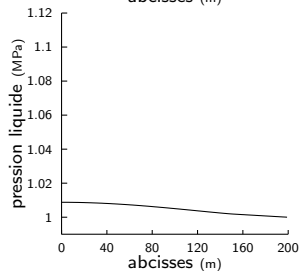
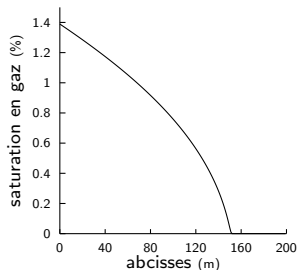
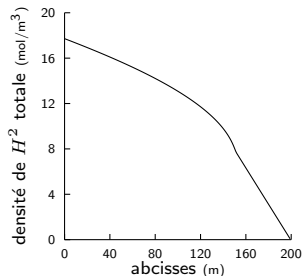
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

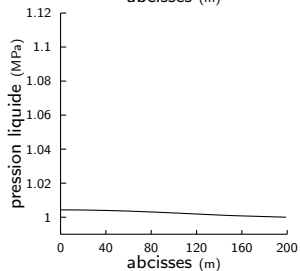
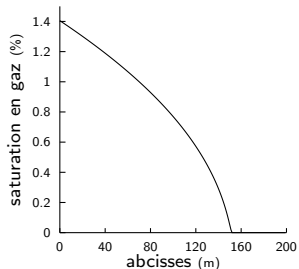
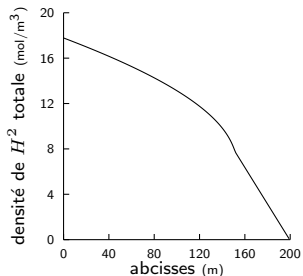
Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Analyse et simulation

Test numérique : résultats



Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation
Existence de solutions
Test numérique
description
mise en oeuvre
résultats

Conclusions

- ▶ Ecriture d'un modèle saturé/insaturé grâce à un changement de variables

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Conclusions

- ▶ Ecriture d'un modèle saturé/insaturé grâce à un changement de variables
- ▶ Un résultat d'existence pour le modèle

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smäi, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Conclusions

- ▶ Ecriture d'un modèle saturé/insaturé grâce à un changement de variables
- ▶ Un résultat d'existence pour le modèle
- ▶ La simulation sur un cas simple montre son aptitude à traiter l'apparition et l'évolution de la région insaturée

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Conclusions

- ▶ Ecriture d'un modèle saturé/insaturé grâce à un changement de variables
- ▶ Un résultat d'existence pour le modèle
- ▶ La simulation sur un cas simple montre son aptitude à traiter l'apparition et l'évolution de la région insaturée

Perspectives :

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Conclusions

- ▶ Ecriture d'un modèle saturé/insaturé grâce à un changement de variables
- ▶ Un résultat d'existence pour le modèle
- ▶ La simulation sur un cas simple montre son aptitude à traiter l'apparition et l'évolution de la région insaturée

Perspectives :

- ▶ Résultats d'existence plus fort ; unicité

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Conclusions

- ▶ Ecriture d'un modèle saturé/insaturé grâce à un changement de variables
- ▶ Un résultat d'existence pour le modèle
- ▶ La simulation sur un cas simple montre son aptitude à traiter l'apparition et l'évolution de la région insaturée

Perspectives :

- ▶ Résultats d'existence plus fort ; unicité
- ▶ Tests numériques des limites (physiques/mathématiques) de validité

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation

Conclusions

- ▶ Ecriture d'un modèle saturé/insaturé grâce à un changement de variables
- ▶ Un résultat d'existence pour le modèle
- ▶ La simulation sur un cas simple montre son aptitude à traiter l'apparition et l'évolution de la région insaturée

Perspectives :

- ▶ Résultats d'existence plus fort ; unicité
- ▶ Tests numériques des limites (physiques/mathématiques) de validité
- ▶ Prise en compte du changement de roche

Conclusions

- ▶ Ecriture d'un modèle saturé/insaturé grâce à un changement de variables
- ▶ Un résultat d'existence pour le modèle
- ▶ La simulation sur un cas simple montre son aptitude à traiter l'apparition et l'évolution de la région insaturée

Perspectives :

- ▶ Résultats d'existence plus fort ; unicité
- ▶ Tests numériques des limites (physiques/mathématiques) de validité
- ▶ Prise en compte du changement de roche
- ▶ Homogénéisation sur la géométrie du stockage

Références

- ▶ ALT, H. W. AND LUCKHAUS, S. (1983). Quasilinear elliptic-parabolic differential equations. *Math. Z.*, 183, 311-341.
- ▶ BOURGEAT, A. AND JURAK, M. AND SMAÏ, F. (2008) Two partially miscible flow and transport modeling in porous media ; application to gas migration in a nuclear waste repository. *Computational Geosciences* .
- ▶ SMAÏ, F. (-) A model of multiphase flow and transport in porous media applied to gas migration in underground nuclear waste repository. *submitted*

Analyse et simulation
d'un modèle prenant
en compte
l'apparition/disparition
de phase

F. Smaï, A. Bourgeat,
M. Jurak

Écoulement diphasique
insaturé

Écoulement saturé

Construction d'un
modèle saturé/insaturé

Analyse et simulation