# Morphismes d'anneaux.

Les anneaux sont tous unitaires et commutatifs. L'anneau $A$ est un sous-anneau de $B$. On note $I$, $J$, des idéaux de $A$, avec $I \subset J$. On note $a$ un élément de $A$.

- Montrer que $(A/I)/(J/I) \simeq A/J$.
- $A[X,Y]/(X-1) \simeq A[Y]$.
- $A[X,Y]/(X,Y) \simeq A$.
- $A/(a)[X] \simeq A[X]/A[X]a$.
- Soit $P$ un polynôme de $A[X]$ : $A[X]/A[X]P \hookrightarrow B[X]/B[X]P$.
- $\mathbb{Q}[X]/\mathbb{Q}[X](X^2+1) \simeq \mathbb{Q}[i]$, $\mathbb{Z}[X]/\mathbb{Z}[X](X^2+1) \simeq \mathbb{Z}[i]$.
- Si $\phi$ est un morphisme injectif de $A$ dans un anneau $A'$, $\phi(A/I) \simeq \phi(A)/\phi(I)$.
- Si $\phi$ est un morphisme de $A$ dans un anneau $A'$, $\phi(A/I + \ker\phi) \simeq \phi(A)/\phi(I)$.
- $p$ est un entier. $\mathbb{Z}[i]/p\mathbb{Z}[i] \simeq (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})[X]/(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})(X^2+1)$.