

Contrôle continu
Jeudi 27 novembre 2014

Durée : 1 heure.

Les documents et les calculatrices sont interdits.

On prendra soin à JUSTIFIER les réponses aux exercices.

Tout résultat juste sans justification ne rapportera jamais plus de la moitié des points.

Question de Cours (5 minutes maxi, 5 points) :

1. Donner la formule de Poincaré (aussi appelée principe d'inclusion-exclusion ou formule du crible) pour la probabilité de l'union de n évènements $P(A_1 \cup \dots \cup A_n)$, dans le cas général et le cas particulier $n = 3$.
2. Décrire la loi géométrique $G(p)$ de paramètre $p \in]0, 1[$. (Il faut donner les probabilités de tous les singletons de l'ensemble dénombrable de définition de la loi.)
3. Énoncer la formule de Bayes.

Exercice 1 (8 points)

1. Combien peut-on construire de mots de passes en utilisant exactement 8 chiffres distincts (parmi les 10 chiffres) ? (Ex : 14582397)
2. Combien peut-on construire de mots de passes en utilisant exactement 4 lettres majuscules (parmi les 26 lettres, non nécessairement distincts) et 4 chiffres DISTINCTS (parmi les 10 chiffres de bases) ? (Ex : AA1B64B8)
3. Calculer le nombre de mots que l'on peut fabriquer avec les lettres du mot INFORMATION (en utilisant toutes les lettres, exactement le même nombre de fois sans importance de l'existence du mot dans aucune langue).
4. Une urne contient 10 boules rouges numérotées de 1 à 10 et 5 boules vertes numérotées de 1 à 5. On tire SIMULTANÉMENT 5 boules. Déterminer le nombre de tirage qui fournissent exactement 3 boules rouges.
5. Combien peut-on construire de mots de passes en utilisant exactement 8 chiffres (parmi les 10 chiffres) dont au moins un nombre impair ? (Ex : 14582397)
6. Calculer la somme :

$$\sum_{k=0}^n k 2^k C_n^k.$$

Exercice 2 (7 points) On choisit au hasard un mot de passe de 8 chiffres (non nécessairement distincts parmi les 10 chiffres, ex : 14491307).

1. Quel est l'espace des réalisations Ω ?
2. Quelle est la probabilité d'avoir des chiffres distincts ?
3. Quelle est la probabilité que le premier 1 du mot de passe soit le 3ème caractère ?
4. Quelle est la probabilité que le premier 1 du mot de passe soit le 3ème caractère sachant que tous les chiffres sont distincts ?
5. **(3.5 points)** Quelle est la probabilité d'obtenir (au moins) 2 uns consécutifs (Ex comme dans 21134357 ou 21113435 mais pas dans 21213435) ?