

Contrôle continu
Jeudi 26 novembre 2015

Durée : 1 heure.

Les documents et les calculatrices sont interdits.

On prendra soin à JUSTIFIER les réponses aux exercices.

Tout résultat juste sans justification ne rapportera jamais plus de la moitié des points.

Question de Cours (5 minutes maxi, 5 points) :

1. Donner la formule de Poincaré (aussi appelée principe d'inclusion-exclusion ou formule du crible) pour la probabilité de l'union de n évènements $P(A_1 \cup \dots \cup A_n)$.
2. Décrire la loi de Poisson $P(\lambda)$ de paramètre $\lambda > 0$. (Il faut donner les probabilités de tous les singletons de l'ensemble dénombrable de définition de la loi.)
3. Énoncer la formule des probabilités totales.
4. Donner la définition de l'indépendance de 2 évènements A et B .

Exercice 1 (8 points) [Attention à la longueur variable des mots de passe!!!]

1. Combien peut on construire de mots de passes en utilisant exactement 10 chiffres distincts (parmi les 10 chiffres)? (Ex : 1458239760)
2. Combien peut on construire de mots de passes en utilisant exactement 5 chiffres (parmi les 10 chiffres de bases, non nécessairement distincts) et 5 lettres majuscules DISTINCTES (parmi les 26 lettres)? (Ex : AB11D64C8Z)
3. Calculer le nombre de mots que l'on peut fabriquer avec les lettres du mot LOGICIEL (en utilisant toutes les lettres, exactement le même nombre de fois sans importance de l'existence du mot dans aucune langue).
4. Combien peut on construire de mots de passes en utilisant exactement 8 chiffres (pas forcément distincts parmi les 10 chiffres) dont AU MOINS 2 six? (Ex : 16582697 ou 16666697)
5. Combien peut on construire de mots de passes en utilisant exactement 6 chiffres distincts en ordre croissant (parmi les 10 chiffres)? (Ex : 124589)
6. Calculer la somme :

$$\sum_{k=0}^n \frac{3^k}{k+1} C_n^k.$$

Exercice 2 (7 points) Une urne contient 10 boules rouges numérotées de 1 à 10 et 5 boules vertes numérotées de 1 à 5. On tire SIMULTANÉMENT 6 boules au hasard.

1. Quel est l'espace des réalisations Ω ?
2. Calculer $\text{Card}(\Omega)$.
3. Quelle est la probabilité de tirer exactement 3 boules rouges?
4. Quelle est la probabilité de tirer au moins 2 boules rouges?
5. Quelle est la probabilité d'obtenir 3 paires de chiffres égaux?
6. **(2.5 points)** Quelle est la probabilité d'obtenir des chiffres distincts (c'est-à-dire jamais à la fois un chiffre rouge et le même chiffre vert)?