Probabilités pour l'informatique **Feuille d'exercices N°4**
2015-2016

Exercice 1. Loi d'un couple, table de contingence. Soit (X; Y) un couple de v.a. discrètes à valeurs dans $\{1; 2; 3\} \times \{1; 2; 3; 4\}$ dont la loi de probabilité est indiquée dans le tableau ci-dessous :

X/Y	1	2	3	4
1	0,08	0,04	0,16	0,12
2	0,04	0,02	0,08	0,06
3	0,08	0,04	0,16	0,12

1) Déterminer les lois marginales de X et Y .
2) Indiquer si ces v.a. sont indépendantes.
3) Déterminer la loi de $min(X; Y)$.

Exercice 2. Soit (X; Y) un couple de v.a. discrètes à valeur $\{1, 2\} \times \{0, 1, 2\}$ dont la loi de probabilité est indiquée dans le tableau ci-dessous, a et b étant des paramètres réels :

X/Y	0	1	2
1	a	1/6	1/12
2	b	1/3	1/6

1) Déterminer a et b pour que ce tableau soit celui d'une loi.
2) Pour quelles valeurs de a et b ces v.a. sont indépendantes ?
3) Donner la loi de X, la loi de Y et cov(X; Y).

Exercice 3. Une urne contient 5 boules : 1 bleue, 2 blanches et 2 rouges. On prélève deux boules et on note X le nombre de boules bleues obtenu, Y le nombre de boules blanches obtenu.
1) Montrer que la loi de (X; Y) est donnée par le tableau ci-dessous :

X/Y	0	1	2
0	1/10	2/5	1/10
1	1/5	1/5	0

2) Déterminer les lois marginales de X et Y .
3) Calculer $P(X = Y)$ puis $P(X = 1, Y = 1)$. Les évènements $\{X = 1\}$ et $\{Y = 1\}$ sont-ils indépendants ?
4) Déterminer $E(X)$ et $E(Y)$.
5) Déterminer la covariance de $(X; Y)$.
6) Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?

Exercice 4. Soit (X, Y) un couple de v.a.r. dont une densité est

$$f(x; y) = c(y^2 - x^2)e^{-y}1_{[-y,y]}(x)1_{[0,\infty[}(y).$$

Déterminer c et les densités marginales du couple (X, Y). Les v.a.r. X et Y sont-elles indépendantes

Exercice 5. Soit (X, Y) un couple de variables aléatoires absolument continues dont la densité est donnée par $g(x; y) = kx^2y$ si $(x; y) \in [-1; 1] \times [0; 1]$ $g(x; y) = 0$ sinon.
1) Déterminer en fonction de k les densités marginales de X et Y . En déduire k.
2) Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?

Exercice 6. Soit (X, Y) un couple de variables aléatoires absolument continues dont la densité est donnée par $h(x; y) = 36xe^{-(3x+4y)}$ si $x > 0$ et $y > 0$; $h(x; y) = 0$ sinon:
1) Déterminer les densités marginales de X et Y .
2) Calculer E(X) et E(Y).
3) Déterminer E(XY) puis cov(X, Y). Pouvait-on prévoir le résultat obtenu ?