

Contrôle continu n° 3
Lundi 5 Décembre 2011

Durée : 45mn

Les documents et les calculatrices sont interdits

Exercice 1. Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par :

$$f(x, y) = xy + \sin x \cos y$$

On considère le point $A := (\frac{\pi}{4}, 0)$.

- 1) Calculer $df_A.H$ où $H = (h, k) \in \mathbb{R}^2$.
- 2) Donner la matrice hessienne de f au point A .
- 3) Calculer $D^2f(A).H^2$ où $H = (h, k) \in \mathbb{R}^2$.
- 4) Ecrire un développement limité à l'ordre 2 (Taylor-Young) de f au voisinage de A .

Exercice 2. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^2 par :

$$f(x, y) = 3x^2y + 3y^2x + y^3 - 3y.$$

- 1) Montrer que les points critiques de f sont les points :

$$A := (1, 0), B := (-1, 0), C := (1, -2), D := (-1, 2).$$

- 2) Donner les extréma relatifs de f en précisant leurs natures.