

Contrôle continu 1 du mardi 26 février 2019

Durée : 1 heure 15

Les documents, les téléphones et les calculatrices sont interdits.

On prendra soin à JUSTIFIER les réponses aux exercices.

Les applications numériques ne sont pas demandées : les résultats peuvent être exprimés en terme de sommes, différences, produits et quotients.

Le sujet est recto-verso et contient 2 parties, soit au total 3 exercices et une question de cours.

Première partie

(À rendre sur la première copie)

Question de cours (10 minutes maxi, 5 points) :

1. Décrire la loi binomiale $B(n, p)$. (Il faut donner les probabilités de tous les singletons de l'ensemble fini de définition de la loi.)
2. Donner la définition d'une probabilité P sur un ensemble fini Ω .
3. Énoncer le théorème de transfert sur un espace de probabilité fini.
4. Énoncer la formule du multinôme.

Exercice 1 (5 points)

Quatre voyageurs A , B , C et D , n'ayant pas réservé leur place, se répartissent au hasard dans les voitures 1, 2, et 3 d'un train.

On observe la répartition des voyageurs dans les voitures.

Soit X_A le numéro de la voiture dans laquelle monte le voyageur A .

Soient de même X_B , X_C , X_D le numéro de la voiture dans laquelle montent respectivement les voyageurs B , C , D .

1. Décrire l'espace des réalisations Ω et la probabilité P sur Ω correspondant à l'expérience.
2. Quelle est la probabilité que les quatre voyageurs montent dans la même voiture ?
3. Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins un voyageur dans chaque voiture ?
4. Calculer l'espérance $E(X_A)$.
5. Soit $S = X_A + X_B + X_C + X_D$. Calculer l'espérance $E(S)$.

Deuxième partie.

(À rendre sur la deuxième copie)

Exercice 2 (2 points)

Un ensemble de 10 pages comprend 2 pages coloriées en rouge, 3 pages coloriées en vert et 5 pages blanches.

On considère que les pages de même couleur sont toutes indiscernables et on les range en ligne au hasard sur la table.

1. Calculer le nombre de dispositions des pages sur la table.
2. Calculer le nombre de dispositions de ces 10 pages qui alternent une page coloriée et une page blanche (sans contrainte sur la couleur de la première page).

Exercice 3 (8 points)

Deux étudiants choisissent au hasard (et indépendamment) chacun un code PIN formé de 4 chiffres DISTINCTS (parmi les dix chiffres de 0 à 9 ; par exemple : 1493 et 9163).

1. Quel est l'espace des réalisations Ω et la probabilité P sur Ω correspondant à l'expérience ?
2. Quelle est la probabilité que les deux étudiants aient choisi le même code ?
3. Quelle est la probabilité que les deux codes commencent par le même chiffre ? (Exemple : 1493 et 1695.)
4. Quelle est la probabilité que les deux codes commencent et se terminent par les mêmes chiffres ? (Exemple : 1493 et 1693 ou encore 2493 et 2683.)
5. Quelle est la probabilité que les chiffres d'au moins un des codes soient tous impairs ?
6. Quelle est la probabilité que les deux codes commencent par le même chiffre et que ce soit la seule position où les deux codes ont le même chiffre ? (Exemple : 1493 et 1637.)