

TP 3 : Simulation avec R

1 Simulations de lois usuelles

1.1 Lois discrètes

- Simuler N réalisations indépendantes (N grand) de la loi $\mathcal{B}(10, 0.5)$ (on pourra utiliser la fonction `rbinom`).
- Tracer le diagramme en bâton correspondant et représenter sur le même graphique les probabilités théoriques correspondantes (on pourra utiliser la fonction `points`).
- Procéder de même avec les lois $\mathcal{P}(3)$, $\mathcal{G}(0.4)$.

1.2 Lois continues

- Simuler N réalisations indépendantes de la loi $\mathcal{N}(0, 1)$. Tracer l'histogramme correspondant (on pourra définir les bords des intervalles de l'histogramme à l'aide de l'option `breaks` et demander une graduation en densité), et la densité de la loi $\mathcal{N}(0, 1)$ (pour tracer la densité on pourra utiliser la fonction `lines`).
- Procéder de même avec les lois $\mathcal{U}([0, 3])$ et $\mathcal{E}(1)$.

2 Loi des grands nombres

- Simuler un échantillon (X_1, X_2, \dots, X_N) de variables i.i.d. de loi $\mathcal{B}(1, 0.5)$ pour N grand. Illustrer la loi des grands nombres en traçant $\bar{X}_n = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ en fonction de n (compris entre 1 et N). On pourra pour cela utiliser la fonction `cumsum`.
- Procéder de même avec des échantillons de loi $\mathcal{N}(1, 4)$ et de Cauchy de paramètre 0 et 1. Que remarque-t-on ?

3 Théorème centrale limite

- Pour un échantillon (X_1, X_2, \dots, X_N) de variables i.i.d. de loi $\mathcal{B}(1, p)$, on définit la variable aléatoire V_N par

$$V_N = \sqrt{N} \frac{\bar{X}_N - p}{\sqrt{p(1-p)}}$$

avec $\bar{X}_N = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_N}{N}$.

Illustrer le Théorème centrale limite (théorème de Moivre-Laplace) en simulant k réalisations indépendantes de V_N (on pourra utiliser une boucle `for`), et en traçant dans le même graphique l'histogramme correspondant et la densité de la loi $\mathcal{N}(0, 1)$.

- En utilisant le théorème, obtenir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 0.95$ pour la proportion de femmes dans l'échantillon de données de la section 5. Faire de même pour la proportion de ronfleurs et fumeurs.