

Département Génie Électrique – 3ème année

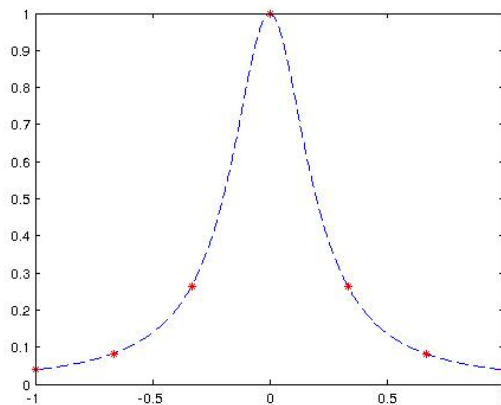
TP 2 d'Analyse numérique : Interpolation

Ce Tp s'intéresse aux interpolations polynomiales et splines de la fonction

$$f : x \rightarrow \frac{1}{1 + 25x^2},$$

évaluée aux abscisses $\{x_i\}_{i=0:n}$ dans l'intervalle $[-1, 1]$.

(a) Reproduire la figure suivante :



- (b) Ecrire une fonction `y = polylagrange(xi,k,x)` qui prend en argument un vecteur `xi` contenant les abscisse des noeuds d'interpolation, un entier `k` compris en 0 et `n` et un vecteur d'abscisse `x` et qui renvoie le polynôme de Lagrange L_k^n évalué aux points de `x`
- (c) Afficher sur un même graphique les polynômes de Lagrange L_k^n associés aux noeuds $\{-1, -1/2, 0, 1/2, 1\}$.
- (d) Ecrire une fonction `y = interplagrange(xi,yi,x)` qui évalue aux points de `x` le polynôme d'interpolation P_n associée aux noeuds $\{(x_i, y_i)\}_{i=0:n}$.
- (e) Tracer les polynômes d'interpolation de la fonction f associés aux abscisses $\{x_i\}_{i=0:n}$ répartis uniformément sur l'intervalle $[-1, 1]$ pour $n = 5, 10, 15, 20$. Chaque polynôme sera superposé à la fonction f et les 4 tracés pourront être mis dans une même fenêtre en vous aidant de la commande `subplot`.
- (f) Tracer les polynômes d'interpolation de la fonction f associés aux abscisses $\{x_i\}_{i=0:n}$ répartis suivant les noeuds optimaux de Tchebychev :

$$x_i = \frac{b-a}{2}z_i + \frac{a+b}{2} \quad \text{avec} \quad z_i = \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{2i+1}{n+1}\right) \quad \text{et} \quad a = -1, b = 1.$$

- (g) En utilisant la fonction `spline` de Matlab, tracer les splines cubiques d'interpolation de la fonction f associés aux abscisses $\{x_i\}_{i=0:n}$ répartis uniformément sur l'intervalle $[-1, 1]$ pour $n = 5, 10, 15, 20$.