Département Génie Électrique – 3ème année

TP 3 en Analyse numérique : Moindres carrés et intégration

Exercice 1. (Moindres carrés)
Pour tester le système de freinage d'une voiture, on la fait rouler jusqu'à atteindre une vitesse x (en m/s) à laquelle on freine. On mesure la distance de freinage y (en m) :

x	5	10	15	20	25	30	35	40
y	3.42	5.96	31.14	41.76	74.54	94.32	133.78	169.16

Figure 1 – *C.F. Gauss*

Quel modèle de dépendance entre la distance de freinage et la vitesse peut-on proposer ?

(a) Adapter les données à un polynôme de degré 1 ($y = a_0 + a_1 x$) au sens des moindres carrés. Tracer le polynôme avec les données. Estimer y pour $x = 50$.

(b) Adapter les données à un polynôme de degré 2 ($y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$) au sens des moindres carrés. Tracer le polynôme avec les données et estimer encore y pour $x = 50$.

(c) Ne serait-il pas plus raisonnable d'étudier un modèle avec $a_0 = 0$? Adapter les données au modèle $y = a_1 x + a_2 x^2$ au sens des moindres carrés. Tracer le polynôme avec les données et estimer encore y pour $x = 50$.

Quel modèle semble le mieux adapté ? Comparer les estimations.
Astuces `Matlab` : On peut résoudre un système linéaire $Ax = b$ avec la commande $x = A \setminus b$. Un polynôme $p(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n$ est représenté sous `Matlab` par le vecteur des coefficients en ordre décroissant, $p = [a_n, \ldots, a_1, a_0]$. L'évaluation du polynôme aux points `xx` se fait avec `polyval(p,xx)`.

Exercice 2. La distribution de la taille x des personnes d'une population de M individus est donnée par une gaussienne

$$N(x) = \frac{M}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right),$$

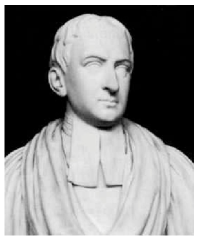

Figure 2 – *Roger Cotes*

où $M = 200$, $\bar{x} = 1.7$ et l'écart type $\sigma = 0.1$. Calculer le nombre de gens de taille entre 1.8 et 1.9, c'est-à-dire l'intégrale $\int_{1.8}^{1.9} N(x)\,dx$ avec la méthode de Simpson, puis avec la méthode composite de Simpson en divisant l'intervalle $[1.8, 1.9]$ en 10 sous-intervalles de longeur $= 1/100$. Astuce `Matlab` : on peut définir des fonctions simples dans les scripts par `f = @(x) x.*x` pour $f(x) = x^2$, par exemple.