

Département Génie Électrique – 3ème année

TP 5 d'Analyse numérique : Méthodes d'Euler explicite et Runge Kutta 2

L'objectif de ce TP est de simuler le mouvement d'un pendule à l'aide de la méthode d'Euler explicite et de la méthode de Runge Kutta d'ordre 2. On rappelle que le pendule simple est une masse ponctuelle fixée à l'extrémité d'une tige sans masse et oscillant sous l'effet de la pesanteur. Un modèle mathématique pour le pendule en deux dimensions avec frottement est

$$\begin{cases} \theta'' = -\frac{\alpha}{m}\theta' - \frac{g}{l}\sin\theta, & 0 \leq t \leq T, \\ \theta(0) = \theta_0, & \theta'(0) = \theta'_0 \end{cases}$$

où m est la masse du pendule, g est la constante de gravité, l la longueur de la tige et α un coefficient de frottement. On suppose par la suite que $g/l = 1$ et $m = 1$.

- (a) Transformer l'équation précédente en un système d'équation d'ordre 1.

Méthode d'Euler explicite

- (b) Calculer une solution approchée de ce système avec la méthode d'Euler explicite. On utilisera les paramètres de résolution $T = 40$, $\alpha = 0.1$, $\theta(0) = \frac{3\pi}{4}$, $\theta'(0) = 0$ et un pas de temps $h = 0.01$.

On pourra afficher la solution au cours du calcul à l'aide de la fonction `affichePendule` disponible sur la page moodle de MA2.

- (c) Refaire la question précédente avec les différentes valeurs du coefficient de frottement $\alpha = 100$ et $\alpha = 250$. Remarques ?
- (d) Avec un paramètre de frottement $\alpha = 0$ et un temps final $T = 40$, tracer sur un même graphique la position du pendule en fonction du temps obtenue pour les différentes valeurs du pas de temps $h = 0.02$, $h = 0.01$ et $h = 0.001$. Remarques ?

Méthode de Runge Kutta d'ordre 2

- (e) Refaire la question précédente en utilisant la méthode de Runge Kutta d'ordre 2 avec $T = 100$. Remarques ?

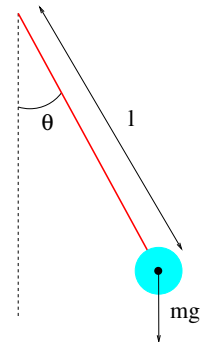


Figure 1 –
Le pendule