

**Correction exercice VI (Serie de Fourier): Existence d'un coefficient**

Existe-t-il une suite réelle  $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$  telle que pour tout  $x \in [0, 2\pi]$ ,

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cos(nx)?$$

La réponse est NON, puisque pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , la fonction  $x \rightarrow \cos(nx)$  est paire. Donc  $\sum a_n \cos(nx)$ , si elle converge, elle est paire. Or, la seule fonction,  $2\pi$ - périodique, qui coïncide avec  $\sin$  sur  $[0, 2\pi]$  est, bien sûr, elle-même, qui est impaire et non nulle.

Une fonction impaire et non nulle ne peut pas être égale à une fonction paire !