

Devoir Maison 2 : Application des séries avec SAGE

Exercice I : Convergence ou pas convergence (3 points)

1. (0.5 point) Trouver au moins les 10 premières sommes partielles des séries de terme général $a_n, n \geq 1$ suivantes à l'aide de SAGE.
2. (1 point) Toujours avec SAGE, tracer la suite des termes $a_1, a_2, a_3 \dots$ et la suite de leur somme partielle S_1, S_2, \dots sur un même graphe.
3. (0.5 point) Dire pour chaque exemple si la série semble être convergente ou divergente.
4. (1 point) Le vérifier analytiquement. Si la série est convergente, donner la valeur de sa somme.

$$\begin{array}{ll} 1. a_n(x) = \frac{12}{(-5)^n}, & 2. a_n(x) = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1}, \\ 3. a_n(x) = \tan(n), & 4. a_n(x) = (0.6)^{n-1}, \\ 5. a_n(x) = \frac{1}{n^{1.5}} - \frac{1}{(n+1)^{1.5}}, & 6. a_n(x) = \frac{1}{n(n-1)}, n \geq 2. \end{array}$$

Exercice II : Convergence - une interprétation géométrique (2 points)

1. (0.5 point) Montrer que la série de terme général $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$ est convergente et trouver la valeur de sa somme.
2. (0.5 point) A l'aide de SAGE, tracer les courbes suivantes : $y = x^n$, pour $0 \leq x \leq 1$, pour $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, 20$ sur un même graphe.
3. (1 point) Donner une démonstration géométrique du résultat trouvé dans la question 1.